

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA  
DE POSGRADO**



# **REVISIÓN Y PERSPECTIVA DE LOS MODELOS DE GENERACIÓN DE MASA DE LOS NEUTRINOS**

Tesis para optar el grado de Magister en Física

**AUTOR**

Lic. Félix Napoleón Díaz Desposorio

**ASESOR**

Dr. Alberto Martín Gago Medina

Lima -Perú - 2016



*En memoria de mi padre:*  
***Napoleón Díaz Zevallos***



# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi madre Adelaida y a mis hermanos por el apoyo brindado en los momentos difíciles de mi vida como estudiante. Quiero dar las gracias también a mis profesores por los consejos y enseñanzas, sobre todo a mi asesor Alberto por permitirme ser parte de su equipo de trabajo y a la profesora Maria Elena por la ayuda brindada durante estos dos años de estudio.

Este proyecto fue posible gracias al financiamiento de CIENCIA ACTIVA-CONCYTEC.

¡Gracias totales!



# Resumen

Desde que los neutrinos fueron propuestos por Pauli, su masa ha sido un tema de intensa investigación experimental y teórica. Estos fueron postulados como partículas sin masa debido a la no existencia de neutrinos de mano derecha. Ahora ya probada la existencia de la masa de los neutrinos, nos vemos motivados a investigar los distintos modos por los cuales esta se puede generar.

En este trabajo, se hace una revisión de la naturaleza del neutrino (Dirac y Majorana) y sus diferentes mecanismos de generación de masa, tales como los mecanismos seesaw. Estos mecanismos no solo explican la masa del neutrino si no también su pequeño valor en comparación con los quarks y leptones cargados. Se revisa el modelo seesaw más simple (Tipo I) donde se expande el sector fermiónico planteando que las componentes quirales no observadas son neutrinos derechos que poseen una masa muy grande y son estériles. También se estudia la expansión del sector escalar mediante la introducción de un triplete de Higgs, en este triplete se incorporan bosones Higgs cargados y doblemente cargados. Esta expansión induce al mecanismo seesaw tipo II.

Usando la data experimental se calcula las matrices de mezcla y de masa en la base de sabor. Con esto analizamos los posibles contextos experimentales donde los mecanismos de generación de masa estudiados pueden revelarse.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Motivación Teórica</b>	<b>3</b>
2.1. Oscilación de Neutrinos . . . . .	9
2.2. Mediciones Directas de la Masa del Neutrino . . . . .	15
2.2.1. Decaimiento $\beta$ : . . . . .	16
2.2.2. Decaimiento del Pión: . . . . .	18
2.2.3. Decaimiento del Tauón . . . . .	22
<b>3. Naturaleza del Neutrino</b>	<b>25</b>
3.1. Masa de Dirac . . . . .	25
3.2. Neutrino de Majorana . . . . .	29
3.3. Masa de Majorana . . . . .	32
<b>4. Mecanismo Seesaw</b>	<b>39</b>
4.1. Mecanismo Seesaw I . . . . .	40
4.2. Mecanismo Seesaw II . . . . .	54
<b>5. Perspectivas Experimentales</b>	<b>63</b>
5.1. Matriz de masa en la base de sabor . . . . .	63
5.1.1. Jerarquía Normal (NH) . . . . .	65
5.1.2. Jerarquía Invertida (IH) . . . . .	66
5.2. Branching ratio para el bosón de Higgs doblemente cargado . . . . .	67

<b>6. Conclusiones</b>	<b>81</b>
<b>A. Fermiones con masa cero</b>	<b>83</b>
<b>B. Partícula de Majorana</b>	<b>87</b>
B.1. Campo de Majorana . . . . .	89
B.2. Representación de la matriz C . . . . .	94
B.2.1. Dirac . . . . .	94
B.2.2. Majorana . . . . .	95
<b>C. Invariancia Lorentz</b>	<b>97</b>
<b>D. Términos de masa para fermiones</b>	<b>101</b>
<b>E. Masas Higgs Seesaw Tipo II</b>	<b>103</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>111</b>

# Capítulo 1

## Introducción

En un principio, se aceptaba la presencia de neutrinos sin masa en el modelo estándar a pesar de que no era del todo convincente. El motivo para que se postularan sin masa se debió principalmente a la falta de evidencia experimental de la existencia de neutrinos diestros. Esto hacía que el introducir un neutrino diestro  $\nu_R$  como se hace para todos los otros fermiones (quarks y leptones cargados) de tal manera que junto a  $\nu_L$  produzca un término de masa mediante el mecanismo de Higgs sea imposible.

La masa del neutrino está estrechamente ligada a otro importante fenómeno en la física de partículas que es la oscilación de neutrinos. Esto se debe a que como consecuencia de tener neutrinos masivos podemos expresar los autoestados de sabor  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  y  $\nu_\tau$  como superposiciones de los autoestados de masa. Por lo tanto, autoestados de masa  $\nu_\alpha$  son una combinación lineal de los autoestados de sabor. Esto tiene como consecuencia que un neutrino físico puede acoplarse a más de un leptón cargado mediante la corriente cargada. La mezcla de neutrinos se puede expresar como:

$$\nu_{\ell L} = \sum_{\alpha} U_{\ell\alpha} \nu_{\alpha L} \quad (1.1)$$

Donde la matriz de mezcla  $U$  es llamada matriz PMNS por los

nombres de Pontecorvo, Maki, Nakagawa y Sakata. Considerando la oscilación de neutrinos, el número leptónico (electrónico, muónico y tauónico) no se conservaría. A diferencia de lo predicho en el modelo estándar, podríamos ver procesos que violan estos números, incluso en procesos donde los neutrinos no aparecen en los estados iniciales y finales.

En el año 2015, Takaaki Kajita y Arthur B. McDonald ganaron el premio nobel de física tras demostrar experimentalmente que los neutrinos tienen masa y además que oscilan entre ellos. Esto nos enfoca en expandir el modelo estándar de modo que obtengamos un modelo donde los neutrinos adquieran masa. Sin embargo, el problema no es solo como podemos extender el modelo estándar, la cuestión está en construir un modelo que genere neutrinos masivos y que a su vez explique la pequeñez de su masa comparada con la masa de los fermiones cargados. En pocas palabras, una buena teoría para la masa del neutrino debería también explicar la pequeñez de la misma.

Otra interrogante concerniente a los neutrinos masivos es su naturaleza. ¿Son los neutrinos partículas Dirac o Majorana?. Los neutrinos pueden ser partículas Dirac, como lo son todos los fermiones cargados. Sin embargo existe la posibilidad de que los neutrinos sean sus propias antipartículas ya que estos no poseen carga eléctrica. La naturaleza de Majorana de los neutrinos nos puede ayudar a entender la pequeñez de su masa mediante el mecanismo see-saw, el cual detallaremos a lo largo de este informe.

Los mecanismos seesaw parten de la naturaleza de Majorana del neutrino y explican la masa ligera del mismo imponiendo la existencia de masas muy por encima de la escala electrodébil. En el presente trabajo se muestran también los operadores efectivos que generan la masa de Majorana del neutrino. A estos operadores se les asocia una nueva escala de energía reforzando la idea de que el modelo estándar es una teoría efectiva a bajas energías. Finalmente, mediante en base a la data experimental, se analiza los posibles contextos en los que estos mecanismos (neutrinos y bosones de Higgs pesados )se puedan manifestar.

# Capítulo 2

## Motivación Teórica

La física del neutrino tuvo su origen con el descubrimiento de la radioactividad. Henri Becquerel, Pierre y Marie Curie con sus estudios de las radiaciones provenientes del uranio y radio fueron los primeros protagonistas de esta fascinante historia.

En 1899, Ernest Rutherford descubrió las radiaciones alfa y beta, un año más tarde Paul U. Villard descubrió la radiación gamma. Esto motivó a los científicos de la época a estudiar a profundidad estos tipos de radiaciones. Pocos años después, las radiaciones alfa, beta y gamma fueron identificados como núcleos de helio, electrones y fotones respectivamente.

En ese entonces, la radiación beta se asumía como la emisión de un solo tipo de partícula (el electrón), por lo tanto, esta debía tener una energía bien definida. Sin embargo, tras varios experimentos realizados por Lise Meitner, Otto Hahn, Van Baeyes y James Chadwick se demostró que el espectro de los neutrinos era continuo (Figura 2.1).

Esto desconcertó a los científicos de la época que incluso empezaron a cuestionar el principio de conservación de la energía. No fue hasta 1930 que Pauli trató de salvar este principio mediante una carta enviada a un congreso de físicos en Tübingen en donde postula la existencia de una partícula neutra, de espín  $1/2$  y con una masa muy por debajo a la del electrón e incluso con la posibilidad de que sea

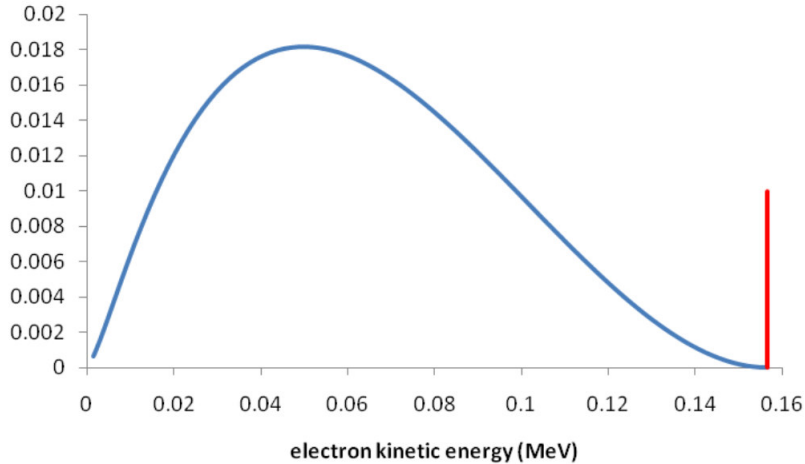


Figura 2.1: **Espectro del decaimiento beta.** La línea roja indica lo que se esperaba observar en un decaimiento beta. La Línea azul es el espectro obtenido en el experimento [1]

nula.

A principios de 1932, James Chadwick descubre el neutrón, sin embargo, este es demasiado pesado y no encaja con las características de las partículas propuestas por Pauli. Fermi propone llamarlos neutrinos y tomó la hipótesis para construir la teoría de la desintegración beta.

La detección directa del neutrino era casi imposible debido a que este interactúa muy débilmente con la materia. Esto llevó a los investigadores a buscar fuentes abundantes y a construir detectores lo suficientemente grandes. Es así que en 1956, Frederick Reines y Clyde Cowan descubren el antineutrino colocando un detector a base de agua y cloruro de cadmio cerca de una planta nuclear (ver Figura 2.2).

En 1959, Melvin Schwartz, Leon Lederman, Jack Steinberger y Jean-Marc Gaillard crearon un mecanismo para producir un haz de neutrinos muónicos (Figura 2.3) .

En 1989, el acelerador LEP del CERN demostró que existen tres

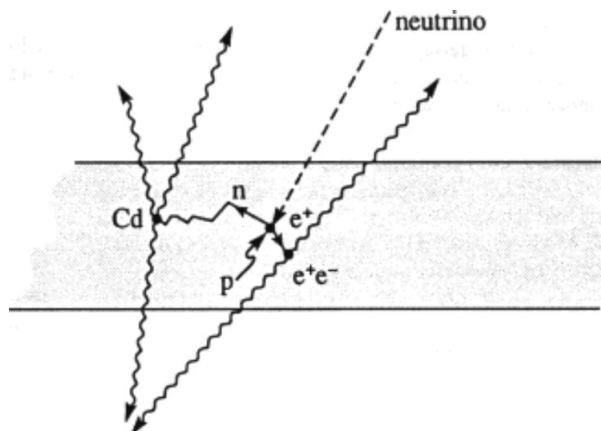


Figura 2.2: **Detección del antineutrino.** Interacción del antineutrino con un protón generando un neutrón y un positrón. El positrón se aniquila con un electrón del material emitiendo fotones, mientras que el neutrón es absorbido por un núcleo de cadmio. [25]

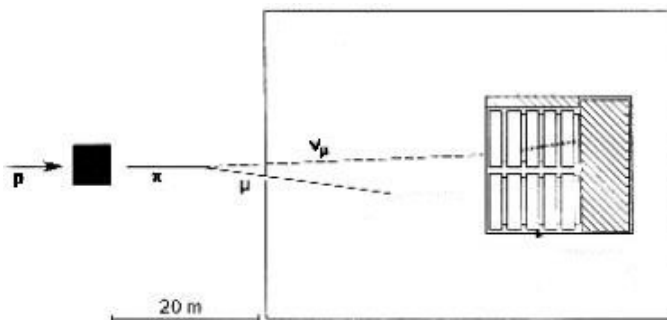


Figura 2.3: **Producción de neutrino muónico.** Se genera un haz de neutrinos muónicos mediante el decaimiento de piones provenientes de la incidencia de un haz de protones sobre un blanco. [27]

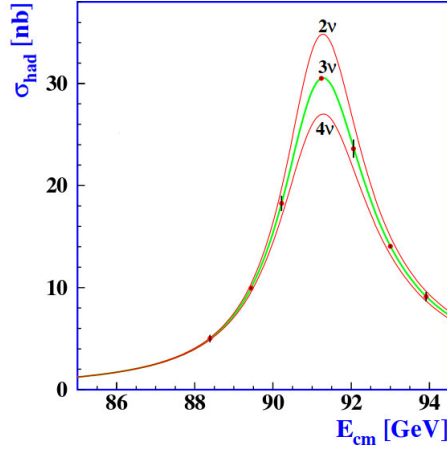
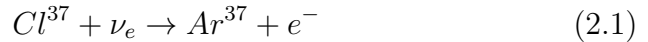


Figura 2.4: **Anchura del bosón Z.** Anchura del bosón Z para dos, tres y cuatro familia de neutrinos. A mayor familias de neutrinos crece la anchura del Z [26].

familias de neutrinos. Esto se realizó mediante el análisis del ancho de decaimiento del bosón Z (Figura 2.4).

Inspirado en la oscilación de kaones, Pontecorvo propone la oscilación de neutrinos a fines de 1950, sin embargo, la mayoría creía que su masa era nula y por lo tanto su sabor era invariante. En 1955, bajo la sugerencia de Pontecorvo, se construyó el observatorio de neutrinos Homestake que consiste en la detección de neutrinos solares mediante la reacción :



El resultado experimental arrojó un flujo de:

$$\langle \Phi \rangle = 2,56 \pm 0,165 \text{ SNU} \quad (2.2)$$

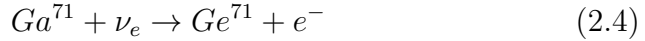
Donde una unidad SNU (solar neutrino unit) equivale a una captura por segundo por cada  $10^{36}$  átomos de blanco. [5] [6] [15] [29]

Sin embargo, el modelo estándar solar predecía un flujo de

$$\langle \Phi \rangle = 9,30 \pm 0,265 \text{ SNU} \quad (2.3)$$

Por lo tanto, existía un déficit del 70 % aproximadamente.

En 1989, el experimento SAGE detectó neutrinos solares mediante la reacción



El flujo detectado fue

$$\langle \Phi \rangle = 65,4 \pm 5,6 \text{ SNU} \quad (2.5)$$

Mediante el mismo método de detección, GALEX y GNO observaron un flujo de:

$$\langle \Phi \rangle = 69,4 \pm 5,1 \text{ SNU} \quad (2.6)$$

Sin embargo, el valor teórico del flujo es:

$$\langle \Phi \rangle = 130 \pm 5,1 \text{ SNU} \quad (2.7)$$

En el experimento Super Kamiokande se detecta neutrinos mediante dispersión elástica de electrones por neutrinos mediante el efecto Cherenkov. El flujo detectado es

$$\langle \Phi \rangle = 0,44 \pm 0,06 \text{ SNU} \quad (2.8)$$

Con un déficit de 45 % con respecto a la teoría [5] [6] [15] [29].

SNO (Sudbury Neutrino Observatory) detectó neutrinos mediante la interacción con agua pesada. Este experimento permite separar los efectos de las corrientes neutras, cargadas y la dispersión elástica (Figura 2.5)

El problema de los neutrinos solares se debió al inadecuado entendimiento de las características de los neutrinos. El modelo estándar de la física de partículas nos dice que existen tres tipos de neutrinos

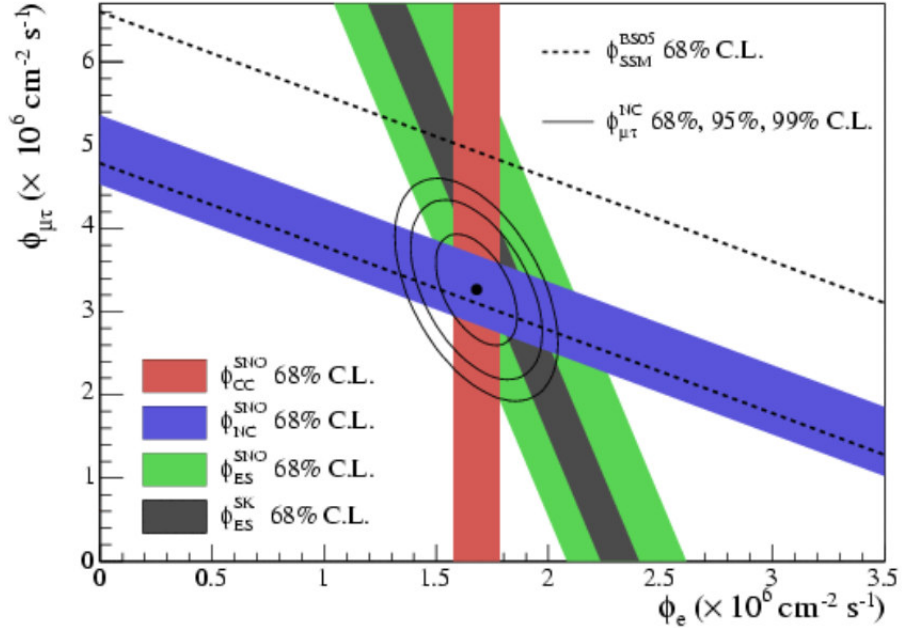


Figura 2.5: **Flujo de Neutrinos de SNO.** El eje X muestra el flujo de neutrinos electrónicos mientras que el eje Y muestra el flujo de los demás neutrinos (no se diferencia entre neutrinos muónicos y tauónicos). La franja roja indica el resultado del análisis de la corriente cargada, solo sensible para el neutrino electrónico  $\nu_e + D \rightarrow p + p + e^-$ . La franja azul indica el análisis de la corriente neutra y es sensible para neutrinos de cualquier sabor  $\nu_X + D \rightarrow \nu_X + p + n$ . La franja verde señala el análisis de la dispersión elástica  $\nu_X + e^- \rightarrow \nu_X + e^-$ . La franja entre las líneas punteadas es el flujo total esperado de neutrinos en el modelo estándar solar. Se puede observar que el flujo total de neutrinos solares es consistente con el modelo solar. [6]

o tres sabores (electrónico, muónico, tauónico). Si los neutrinos tienen masa, entonces pueden cambiar de un sabor a otro, así el déficit de neutrinos solares se podría interpretar como neutrinos electrónicos que cambiaron de sabor en el trayecto del sol a la tierra.

## 2.1. Oscilación de Neutrinos

La oscilación de los neutrinos se produce por la interferencia de los distintos autoestados de masa (neutrinos masivos) que se manifiestan mediante la diferencia de sus masas al cuadrado.

Los autoestados de masa y los autoestados de sabor se relacionan de la siguiente manera:

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle \quad (2.9)$$

Donde  $U$  es una matriz unitaria

$$U^\dagger U = 1 \quad (2.10)$$

$$\sum_{\alpha} U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} = \delta_{kj} \quad (2.11)$$

Por lo tanto de (2.9)

$$\sum_j U_{\alpha j}^* |\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} \sum_j U_{\alpha j}^* U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle$$

$$\sum_j U_{\alpha j}^* |\nu_j\rangle = \delta_{kj} |\nu_\alpha\rangle$$

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (2.12)$$

Los autoestados de sabor y masa son ortonormales

$$\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj} \quad (2.13)$$

$$\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad (2.14)$$

El número de autoestados de masa debe ser igual o mayor a tres. Si la cantidad de autoestados de masa son más de tres, se debe aumentar en la misma cantidad los autoestados de sabor, estos neutrinos de sabor adicionales son llamados estériles.

Los autoestados de masa son autoestados del Hamiltoniano

$$H |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle \quad (2.15)$$

Con autovalor

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \quad (2.16)$$

En la ecuación de Schrödinger

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = H |\nu_k(t)\rangle \quad (2.17)$$

Esto nos dice que los estados de masa de los neutrinos evolucionan en el tiempo como una onda plana

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (2.18)$$

De (2.12) y (2.18), tenemos la evolución temporal de un autoestado de sabor:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (2.19)$$

Si evaluamos (2.19) en  $t = 0$  obtenemos (2.12).

Reemplazando (2.9) en (2.19) para relacionar un estado de sabor con respecto a otro

$$\begin{aligned}
|\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} \sum_{\beta} U_{\beta k} |\nu_\beta\rangle \\
|\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle
\end{aligned} \tag{2.20}$$

La probabilidad de pasar de un estado de sabor a otro es:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \tag{2.21}$$

Teniendo en cuenta (2.14)

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \sum_k \sum_j U_\alpha^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-iE_k t} e^{iE_j t} \\
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \sum_{k,j}^3 U_\alpha^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Para el caso de neutrinos ultrarelativistas, tomamos (2.16) y aproximamos

$$E_k = |\vec{p}| \sqrt{1 + \frac{m_k^2}{\vec{p}^2}} \tag{2.23}$$

Expandiendo la raíz por Newton

$$E_k = |\vec{p}| \left[ 1 + \frac{m_k^2/\vec{p}^2}{2} - \frac{(m_k^2/\vec{p}^2)^2}{8} + \dots \right] \tag{2.24}$$

Considerando  $|\vec{p}| \gg m_k$

$$E_k \simeq |\vec{p}| \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{m_k^2}{\vec{p}^2} \right)$$

Finalmente

$$E_k \simeq |\vec{p}| + \frac{1}{2} \frac{m_k^2}{|\vec{p}|} \tag{2.25}$$

$$E_j \simeq |\vec{p}| + \frac{1}{2} \frac{m_j^2}{|\vec{p}|} \quad (2.26)$$

De la diferencia entre (2.25) y (2.26)

$$\begin{aligned} E_k - E_j &= \frac{1}{2} \frac{m_k^2 - m_j^2}{|\vec{p}|} \\ E_k - E_j &= \frac{1}{2} \frac{\Delta m_{kj}^2}{E} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Reemplazando (2.27) en (2.22)

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j}^3 U_\alpha^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{1}{2} \frac{\Delta m_{kj}^2}{E} t\right) \quad (2.28)$$

En el fenómeno de oscilación, el tiempo de propagación no es medible, lo que si es medible es la distancia entre la fuente y el detector. Para neutrinos que se propagan cerca a la velocidad de la luz  $t = L$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j}^3 U_\alpha^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{1}{2} \frac{\Delta m_{kj}^2}{E} L\right) \quad (2.29)$$

Esto muestra que la distancia entre la fuente y el detector  $L$ , la energía del neutrino  $E$  y la diferencias de masas al cuadrado  $\Delta m_{kj}^2$  determinan la fase en la oscilación de neutrinos.

$$\Phi_{kj} = -\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \quad (2.30)$$

La distancia en la que la fase se convierte en  $2\pi$  es:

$$L_{kj}^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{kj}^2} \quad (2.31)$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j}^3 U_\alpha^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i 2\pi \frac{L}{L_{kj}^{osc}}\right) \quad (2.32)$$

Analizando para  $k = j$ ,  $k > j$  y  $k < j$

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_k^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* \left( e^{-i2\pi \frac{L}{L_{12}^{osc}}} + e^{-i2\pi \frac{L}{L_{21}^{osc}}} \right) \\
+ U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* \left( e^{-i2\pi \frac{L}{L_{13}^{osc}}} + e^{-i2\pi \frac{L}{L_{31}^{osc}}} \right) \\
+ U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^* \left( e^{-i2\pi \frac{L}{L_{23}^{osc}}} + e^{-i2\pi \frac{L}{L_{32}^{osc}}} \right)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Teniendo en cuenta  $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_k^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2Re \left[ \sum_{k>j}^3 U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i2\pi \frac{L}{L_{kj}^{osc}}} \right] \tag{2.34}$$

Donde

$$\sum_k^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} Re [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \tag{2.35}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} Re [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \left[ 1 - \cos \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right) \right] \\
+ 2 \sum_{k>j} Im [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Considerando  $\sin^2(x/2) = (1 + \cos x)/2$

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \text{Re} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right) \\
&\quad + 2 \sum_{k>j} \text{Im} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Para los antineutrinos obtenemos la misma fórmula

$$\begin{aligned}
P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \text{Re} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right) \\
&\quad + 2 \sum_{k>j} \text{Im} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Si  $\alpha \neq \beta$  se le denomina probabilidad de transición. Si  $\alpha = \beta$  se le denomina probabilidad de supervivencia.

Si consideramos solo la mezcla de dos sabores, tenemos la siguiente matriz de mezcla

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

Reemplazamos los componentes de la matriz  $U$  en la ecuación (2.37) para obtener la probabilidad de transición. Se debe resaltar que todos los componentes de la matriz de mezcla son reales, además en este caso solo existe una diferencia de masas al cuadrado

$$\Delta m_{kj}^2 = \Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \tag{2.40}$$

Entonces, la probabilidad de transición es:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = 4 \text{Re} [\sin \theta \cos \theta \cos \theta \sin \theta] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \tag{2.41}$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \quad (2.42)$$

La probabilidad de supervivencia

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \quad (2.43)$$

El fenómeno de oscilación ofrece una simple e interesante solución al problema de los neutrinos solares y atmosféricos. Takaaki Kajita en Super-Kamiokande y Arthur B. McDonald en SNO consiguieron la suficiente evidencia experimental para confirmar este fenómeno. La consecuencia más interesante de la oscilación de neutrinos, es que para que esta ocurra, los neutrinos deben tener masa no nula. Esto refuerza la idea de que el modelo estándar a pesar de su éxito predictivo está incompleto, además abre una puerta a la búsqueda de un modelo que explique las masas de los neutrinos y por qué son mucho menores a las masas de los demás fermiones. Es aquí donde nos vemos motivados a investigar los modelos de generación de masa y los contextos experimentales donde se puedan revelar.

La confirmación de la oscilación de neutrinos es un descubrimiento indirecto de sus masas, es decir, se puede entender el fenómeno de oscilación como un efecto de la masa de los neutrinos. Por lo tanto surgen cuestiones como : ¿Cuál es el valor de las masas de los neutrinos?, ¿Cómo medirlo?. Konopinski demostró que la desintegración beta del tritio se puede usar para determinar el límite superior de la masa del neutrino.

## 2.2. Mediciones Directas de la Masa del Neutrino

En esta sección se discutirá como la masa del neutrino puede ser determinada (o limitada) mediante consideraciones puramente cinemáticas en procesos de interacción débil. Por simplicidad asumimos que

solo un neutrino está involucrado en el proceso (no se considera la oscilación de neutrinos)

Estos son experimentos que incluso son permitidos en el modelo estándar con  $m_\nu = 0$ . Primero, tomamos cualquier proceso conocido que envuelva neutrinos en el estado final. Segundo, expresamos la tasa como una función de la masa del neutrino. Finalmente intentamos ver si la tasa observada difiere significativamente de la tasa calculada con  $m_\nu = 0$ . La sensibilidad de estos experimentos incrementan con  $m_\nu/Q$ , donde  $Q$  es la diferencia entre la energía total en el estado inicial y la suma de las masas de todas las partículas en el estado final excepto los neutrinos [20].

### 2.2.1. Decaimiento $\beta$ :

Podemos observar que la forma de la curva de distribución de energía del electrón emitido en el decaimiento  $\beta$  puede ser calculada asumiendo  $m_{\nu_e} = 0$ . Si la masa del neutrino es diferente de cero, la curva observada es mas corta que la calculada. El valor más bajo conocido de  $Q$  para este proceso es 18,6 keV, que ocurre para el decaimiento beta del tritio. [20]

En un decaimiento beta:

$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.44)$$

La masa del neutrino  $m_\nu$  se relaciona con la energía total de decaimiento  $E_0$  y la energía máxima del electrón  $E_e^{Max}(m_\nu)$  de la siguiente manera:

$$E_e^{Max}(m_\nu) = E_0 - m_\nu = M_i - M_f - m_\nu \quad (2.45)$$

Donde  $M_i$  y  $M_f$  son las masas del estado inicial y el estado final respectivamente. El espectro del electrón está dado por:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{G_f^2 \cos^2 \theta_c F(E, Z)}{\pi^3} \sum_i |U_{ei}|^2 E(Q - T) |\vec{p}| \sqrt{(Q - T)^2 - m_{\nu i}^2} \quad (2.46)$$

Donde  $G_f$  es la constante de Fermi,  $\theta_c$  el ángulo de Cabbibo,  $F(E, Z)$  el factor de Coulomb y  $E$  la energía del electrón. La sumatoria es sobre los 3 autoestados de masa del neutrino  $m_i$  con una probabilidades  $|U_{ei}|^2$ . [24]

$$Q = M_n - M_p - m_e \quad T = E - m_e \quad (2.47)$$

En la ecuación (2.46) destacamos que podemos notar la masa del neutrino cerca el punto final del espectro. Para un neutrino masivo, el espectro termina con una pendiente infinita en un punto con energía  $M_n - M_p - m_\nu$  (que es la energía máxima del electrón 2.45) y se puede distinguir del espectro para neutrinos sin masa. En el experimento, este espectro es estudiado cuando la energía  $E$  de los electrones tiende a  $M_n - M_p$ , es decir cuando  $M_n - M_p - E$  es del orden de  $m_\nu$ . Sin embargo, para electrones con esta energía el número de decaimientos es muy pequeño, esto se puede observar en la ecuación (2.46). [7]

La influencia de la masa del neutrino en el espectro beta, está cerca del punto final de este. Se puede observar mejor si transformamos (2.46) en lo siguiente:

$$\frac{\frac{d\Gamma}{dE}}{\frac{G_f^2 \cos^2 \theta_c F(E, Z) E |\vec{p}|}{\pi^3}} = \sum_i |U_{ei}|^2 (Q - T) \sqrt{(Q - T)^2 - m_{\nu i}^2} \quad (2.48)$$

$$K(T) = \sqrt{\sum_i |U_{ei}|^2 (Q - T) \sqrt{(Q - T)^2 - m_{\nu i}^2}} \quad (2.49)$$

Si  $m_\nu = 0$  y considerando  $\sum_i |U_{ei}|^2 = 1$ , entonces la ecuación (2.49) se puede aproximar a:

$$K(T) \cong (Q - T) \quad (2.50)$$

Si  $m_\nu \neq 0$  y considerando  $m_{\nu i} \ll (Q - T)$ , la ecuación (2.49) se aproxima a:

$$K(T) \cong \sqrt{(Q - T) \sqrt{(Q - T)^2 - \sum_i |U_{ei}|^2 m_{\nu i}^2}} \quad (2.51)$$

$$K(T) \cong \sqrt{(Q - T) \sqrt{(Q - T)^2 - m_\beta^2}} \quad (2.52)$$

Donde

$$m_\beta^2 = \sum_i |U_{ei}|^2 m_{\nu i}^2 \quad (2.53)$$

La expresión (2.52) es conocida como el plot de Kurie. Esto nos permite observar con más detalle la diferencia para el caso con  $m_\nu = 0$  y  $m_\nu \neq 0$  tal como se puede observar en la figuras 2.6 y 2.7. Donde se consideró  $Q = 18,6$  keV,  $m_\beta = 0$  keV y  $m_\beta = 2$  eV. [7]

### 2.2.2. Decaimiento del Pión:

Se puede buscar la energía del muón en el siguiente proceso:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.54)$$

O en su proceso de carga conjugada. Esta energía depende de la masa del neutrino  $\nu_\mu$ . Mediciones exactas de la energía del muón podrían determinar la masa del neutrino  $\nu_\mu$ . [20]

Consideremos el decaimiento de un pión en reposo. La única cantidad que puede ser medida es el momentum del muón  $p_\mu$ , que se puede expresar en función de la masa del pión  $m_\pi$ , la masa del muón  $m_\mu$  y la masa del neutrino  $m_\nu$  mediante la siguiente relación [7].

$$p_\mu^2 = \frac{(m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2)^2}{4m_\pi^2} - m_\mu^2 \quad (2.55)$$

## 2.2. MEDICIONES DIRECTAS DE LA MASA DEL NEUTRINO19

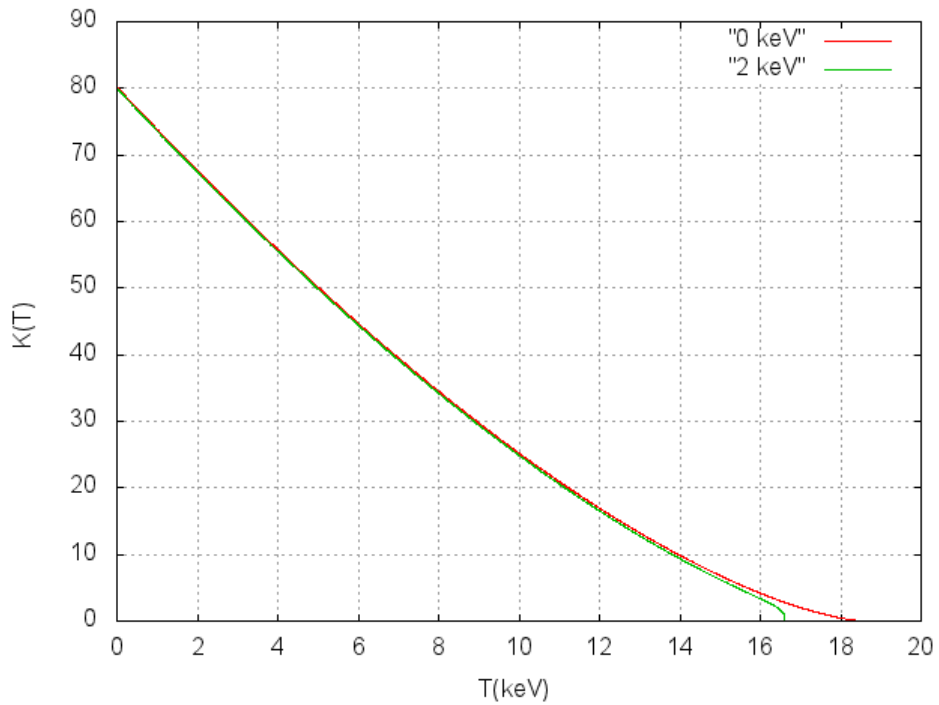


Figura 2.6: **Plot de Kurie.** Linealización del espectro beta del tritio para neutrinos  $m_\beta = 0 \text{ keV}$  y  $m_\beta = 2 \text{ keV}$

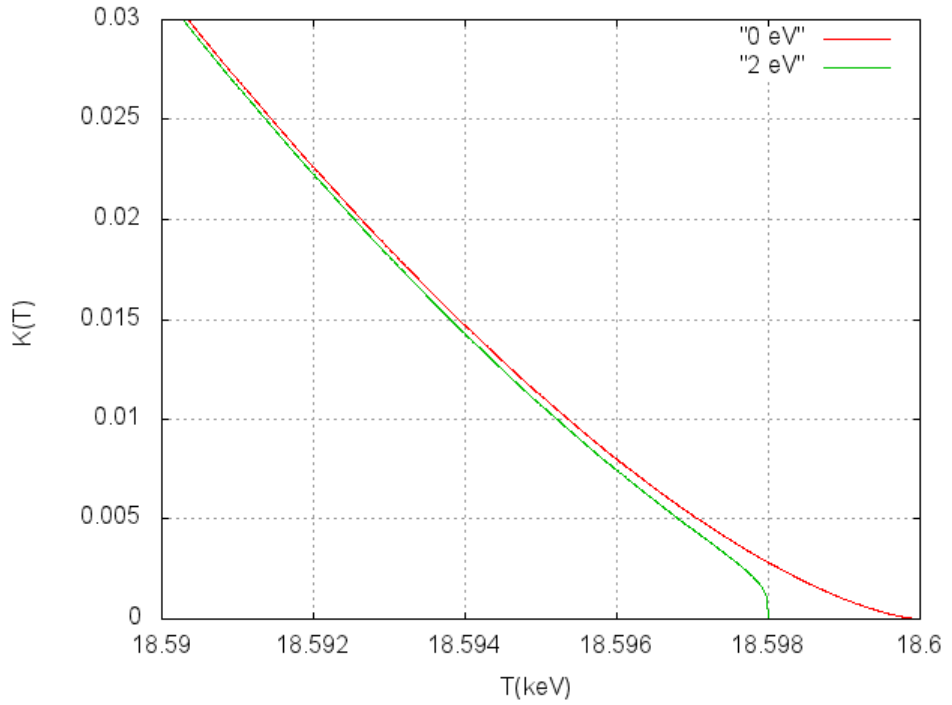


Figura 2.7: Plot de kurie cerca del punto final (endpoint) para  $m_\beta = 0$  y  $m_\beta = 2$  eV

## 2.2. MEDICIONES DIRECTAS DE LA MASA DEL NEUTRINO 21

Evaluando esta expresión para neutrinos sin masa [22] [7]

$$m_\mu = 105,658387 \pm 0,000034 \text{ MeV} \quad (2.56)$$

$$m_\pi = 139,55675 \pm 0,0004 \text{ MeV} \quad (2.57)$$

Usando esto en la ecuación 2.55, obtenemos:

$$p_\mu(m_\nu = 0) = 29,78986 \pm 0,00032 \text{ MeV} \quad (2.58)$$

Si el neutrino tiene masa, el momentum del muón sería más pequeño que el mostrado en 2.58 . Si reemplazamos  $m_\nu = 0,19 \text{ MeV}$  en la ecuación 2.55 , tenemos:

$$p_\mu(m_\nu = 0,19 \text{ MeV}) = 29,78938 \text{ MeV} \quad (2.59)$$

Podemos notar un cambio de solo 0,00048 MeV entre 2.58 y 2.59. Interpretado también como un cambio de 0,000016. Esto representa la exactitud con la que se debe determinar experimentalmente el momentum del muón para encontrar un neutrino  $\nu_\mu$  con una masa de 0,19 MeV

Como alternativa, podemos buscar la masa del neutrino muónico estudiando el decaimiento del pion mientras este está en movimiento. Los valores del momento del pión, muon y neutrino muónico se relacionan de la siguiente forma:

$$p_{\nu_\mu} = p_\mu - p_\pi \quad (2.60)$$

El momentum de un neutrino muónico sin masa  $p_\nu(m_\nu = 0)$  se puede obtener mediante el momento del pión, el momento del muón y la ecuación 2.60. Para un neutrino masivo, su momentum  $p_\nu$  difiere de  $p_\nu(m_\nu = 0)$  en una cantidad proporcional a  $m_\nu^2$ . [7]

### 2.2.3. Decaimiento del Tauón

Existen varios canales de decaimiento para el tauón.

Modos Leptónicos:

$$\tau^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau \quad (2.61)$$

$$\tau^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau \quad (2.62)$$

Modos Hadrónicos:

$$\tau^- \longrightarrow \pi^- + \nu_\tau \quad (2.63)$$

$$\tau^- \longrightarrow \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau \quad (2.64)$$

$$\tau^- \longrightarrow \pi^- + \pi^0 + \pi^0 + \nu_\tau \quad (2.65)$$

$$\tau^- \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \nu_\tau \quad (2.66)$$

$$\tau^- \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0 + \nu_\tau \quad (2.67)$$

$$\tau^- \longrightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 + \pi^- + \nu_\tau \quad (2.68)$$

Estos son consistentes con el modelo estándar, es decir, conservan el número leptónico tauónico  $L_\tau$ , por lo que todos estos modos de decaimiento tienen un  $\nu_\tau$  en su estado final. Por lo tanto, la masa del neutrino tauónico  $\nu_\tau$  puede ser calculada mediante la cinemática de dichos procesos. [20] [7]

De todos los procesos mencionados, ninguno ha revelado la masa del neutrino. Solo existen límites superiores hasta el momento. [22]

$$m_{\nu_e} \leq 2 \text{ eV} \quad (2.69)$$

## 2.2. MEDICIONES DIRECTAS DE LA MASA DEL NEUTRINO23

$$m_{\nu_{\mu}} \leq 190 \text{ keV} \quad (2.70)$$

$$m_{\nu_{\tau}} \leq 18,2 \text{ MeV} \quad (2.71)$$



# Capítulo 3

## Naturaleza del Neutrino

### 3.1. Masa de Dirac

En el caso de que los neutrinos sean partículas Dirac, su masa se generaría mediante el mecanismo Higgs, el mismo que da masa a los quarks y leptones cargados en el modelo estándar. Sin embargo, la ausencia de evidencia experimental de la existencia de neutrinos diestros hace que a simple vista esto no sea posible. En otras palabras, la única extensión del Modelo Estándar que se necesita para generar masa a los neutrinos mediante el mecanismo de Higgs es la introducción de neutrinos diestros  $\nu_R$ .

Los campos de los neutrinos diestros se expresan mediante singletes esto los hace invariantes ante las simetrías del modelo estándar. Debido a que no participan en las interacciones débiles, fuertes y electromagnéticas, los neutrinos diestros son llamados también neutrinos *estériles*. Análogamente, los neutrinos zurdos habituales que participan en las interacciones débiles son llamados neutrinos *activos*. [12]

En el Modelo estándar mínimamente extendido con tres campos de neutrinos diestros, el lagrangiano Yukawa Higgs-leptón es:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \overline{L_{\alpha L}} \Phi \ell'_{\beta R} - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \overline{L_{\alpha L}} \tilde{\Phi} \nu'_{\beta R} + \text{H.c.} \quad (3.1)$$

Donde  $Y'_{\alpha\beta}$  es una matriz de acoplamiento de Yukawa [12]. La ecuación (3.1) se puede expresar como:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[ \overline{\ell}'_L Y'_{\alpha\beta} \ell'_{\beta R} + \overline{\nu}'_L Y'_{\alpha\beta} \nu'_{\beta R} \right] + \text{H.c.} \quad (3.2)$$

Donde

$$\ell'_L \equiv \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\ell'_R \equiv \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$\nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\nu'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eR} \\ \nu'_{\mu R} \\ \nu'_{\tau R} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

La matriz de acoplamiento de Yukawa  $Y'^{\ell}$  puede ser diagonalizada de la siguiente manera:

$$V_L^{\ell\dagger} Y'_{\alpha\beta} V_R^{\ell} = Y_{\alpha\beta}^{\ell} \quad (3.7)$$

Donde la matriz diagonal  $Y_{\alpha\beta}^{\ell}$  se expresa como:

$$Y_{\alpha\beta}^{\ell} = y_{\alpha}^{\ell} \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau) \quad (3.8)$$

Con el mismo proceso, se diagonaliza la matriz de acoplamiento Yukawa  $Y'_{\alpha\beta}$

$$V_L^{\nu\dagger} Y'_{\alpha\beta} V_R^\nu = Y_{\alpha\beta}^\nu \quad (3.9)$$

Donde

$$Y_{kj}^\nu = y_k^\nu \delta_{kj} \quad (k, j = 1, 2, 3) \quad (3.10)$$

Con  $y_\alpha^\ell$  y  $y_k^\nu$  positivos y reales.

Las matrices  $V_R^\ell$ ,  $V_L^\ell$ ,  $V_L^\nu$  y  $V_R^\nu$  son unitarias y de dimensión  $3 \times 3$ . Por lo tanto

$$V_L^{\nu\dagger} = (V_L^\nu)^{-1} \quad V_R^{\nu\dagger} = (V_R^\nu)^{-1} \quad (3.11)$$

$$V_L^{\ell\dagger} = (V_L^\ell)^{-1} \quad V_R^{\ell\dagger} = (V_R^\ell)^{-1} \quad (3.12)$$

Se define las matrices de leptones cargados quirales masivos.

$$\boldsymbol{\ell}_L = V_L^{\ell\dagger} \boldsymbol{\ell}'_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$\boldsymbol{\ell}_R = V_R^{\ell\dagger} \boldsymbol{\ell}'_R \equiv \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Se define las matrices de los neutrinos quirales masivos

$$\boldsymbol{\nu}_L = V_L^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$\boldsymbol{\nu}_R = V_R^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

En consecuencia, el lagrangiano de Yukawa (3.2) se escribe como:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) [\bar{\ell}_L Y^\ell \ell_R + \bar{\mathbf{n}}_L Y^\nu \mathbf{n}_R] + \text{H.c.} \quad (3.17)$$

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[ \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} y_\alpha^\ell \bar{\ell}_{\alpha L} \ell_{\alpha R} + \sum_{k=1}^3 y_k^\nu \bar{\nu}_{kL} \nu_{kR} \right] + \text{H.c.} \quad (3.18)$$

Expresando los campos Dirac de leptones cargados y neutrinos en sus componentes quirales:

$$\ell_\alpha \equiv \ell_{\alpha L} + \ell_{\alpha R} \quad (\alpha = e, \mu, \tau) \quad (3.19)$$

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (3.20)$$

Finalmente obtenemos:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \dots \quad (3.21)$$

Por lo tanto la masa del neutrino está dado por:

$$m_k = \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (3.22)$$

Las masas de los neutrinos que hemos obtenido con este mecanismo es proporcional al valor esperado de vacío de Higgs (VEV)  $v$ , así como las masas de los quarks y leptones cargados. Sin embargo, es conocido que las masas de los neutrinos es mucho más pequeña que la de los quarks y leptones cargados.

## 3.2. Neutrino de Majorana

En el modelo estándar de la física de partículas, los quarks y leptones cargados son partículas de Dirac. Es decir, estas partículas se rigen bajo la ecuación de Dirac y se describen mediante espinores con cuatro componentes complejos. Si los neutrinos no tuvieran masa serían descritos por espinores con dos componentes complejos llamados espinores de Weyl (ver apéndice A). Como bien se conoce ahora, los neutrinos son masivos, por lo que es tentador pensar que estos son como los otros fermiones (quarks y leptones cargados) y debería por lo tanto ser espinores de Dirac.

Sin embargo, existe una importante diferencia entre los neutrinos y el resto de fermiones fundamentales, y esta es que estos no poseen carga eléctrica. Esto nos lleva a considerar la posibilidad de que los neutrinos sean también espinores de Majorana.

Partiendo de la Ecuación de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (3.23)$$

Donde  $\psi$  se puede expresar en sus componentes quirales

$$\psi = \psi_R + \psi_L \quad (3.24)$$

Reemplazando (3.24) en (3.23), tenemos:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)(\psi_L + \psi_R) = 0$$

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - m\psi_L - m\psi_R = 0$$

Aplicando el operador paridad  $P_L$  y  $P_R$ , obtenemos:

$$iP_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + iP_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - mP_L \psi_L - mP_L \psi_R = 0$$

y

$$iP_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + iP_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - mP_R \psi_L - mP_R \psi_R = 0$$

respectivamente. Donde  $P_L\psi_R = P_R\psi_L = 0$ . Finalmente, teniendo en cuenta

$$P_{L,R} = \frac{(1 \mp \gamma^5)}{2} \quad (3.25)$$

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0 \quad (3.26)$$

Tenemos:

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L = m\psi_R \quad (3.27)$$

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R = m\psi_L \quad (3.28)$$

Notamos que los campos quirales  $\psi_L$  y  $\psi_R$  se relacionan entre si mediante la masa  $m$ . Esto nos dice que un fermión sin masa puede ser descrito por un solo capó quiral. Cuando  $m = 0$ , las ecuaciones (3.27) y (3.28) se conocen como *ecuaciones de Weyl*.

Para  $m \neq 0$ , las ecuaciones (3.27) y (3.28) representan dos formas distintas de escribir la misma ecuación. Para escribir (3.27) a partir de (3.28), tomamos el hermítico conjugado de (3.28) y lo multiplicamos por  $\gamma^0$  por la derecha.

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R = m\psi_L)^\dagger$$

$$-i\partial_\mu\psi_R^\dagger\gamma^{\mu\dagger} = m\psi_L^\dagger$$

$$-i\partial_\mu\psi_R^\dagger\gamma^{\mu\dagger}\gamma^0 = m\psi_L^\dagger\gamma^0$$

Usando las propiedades  $(\gamma^0)^2 = \mathbb{I}$  y  $\gamma^0\gamma^{\mu\dagger}\gamma^0 = \gamma^\mu$ , tenemos:

$$-i\partial_\mu\psi_R^\dagger\gamma^0\gamma^\mu = m\psi_L^\dagger\gamma^0$$

$$-i\partial_\mu\overline{\psi}_R\gamma^\mu = m\overline{\psi}_L \quad (3.29)$$

Tomamos la transpuesta de (3.29) y multiplicamos por la izquierda por la matriz de conjugación de carga  $C$ .

$$\begin{aligned} (-i\partial_\mu \bar{\psi}_R \gamma^\mu = m \bar{\psi}_L)^T \\ -i\gamma^{\mu T} \partial_\mu \bar{\psi}_R^{-T} = m \bar{\psi}_L^{-T} \\ -iC\gamma^{\mu T} C^{-1} C \partial_\mu \bar{\psi}_R^{-T} = m C \bar{\psi}_L^{-T} \end{aligned}$$

Empleando la propiedad (B.31)

$$i\gamma^\mu \partial_\mu C \bar{\psi}_R^{-T} = m C \bar{\psi}_L^{-T} \quad (3.30)$$

Comparando la ecuación (3.30) con la ecuación (3.27), podemos establecer que:

$$\psi_R = \varphi C \bar{\psi}_L^{-T} \quad (3.31)$$

$$\psi_L = \varphi C \bar{\psi}_R^{-T} \quad (3.32)$$

Esta es la relación de Majorana entre  $\psi_R$  y  $\psi_L$ . Donde  $\varphi$  es un factor de fase arbitrario.

Las ecuaciones (3.31) y (3.32) nos permiten expresar (3.24) como:

$$\psi = C \bar{\psi}^T \quad (3.33)$$

Esta expresión es igual a la transformación de un espinor bajo una conjugación de carga (ver Apéndice B):

$$\psi \rightarrow \psi^C = C \bar{\psi}^T \quad (3.34)$$

Por lo tanto, comparando (3.34) y (3.33), tenemos:

$$\psi = \psi^C \quad (3.35)$$

Podemos expresar la ecuación de Majorana para el campo  $\psi$  como:

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi = m\psi^C \quad (3.36)$$

Esto implica que la partícula es igual a su antipartícula. Por lo tanto, solo fermiones neutros pueden ser descritos por campos de Majorana.

La teoría de Majorana es más simple que la teoría de Dirac, Por lo que los neutrinos masivos de Majorana son más asequibles que los neutrinos masivos de Dirac. En el caso de neutrinos sin masa, ambas teorías, Dirac y Majorana, son equivalentes. Por lo que podemos diferenciar la naturaleza del neutrino, Dirac o Majorana, mediante la detección de efectos debido a la masa de los neutrinos. Debemos tener en cuenta que los efectos cinemáticos de la masa del neutrino, tanto Dirac como Majorana, son iguales. El mejor modo para detectar si la naturaleza de un neutrino es de Majorana, es mediante el el doble decaimiento beta sin neutrinos.

### 3.3. Masa de Majorana

Considerando la representación quirral del campo (3.24) y el término de masa Dirac para los neutrinos (3.21), tenemos:

$$\mathcal{L}_{masa}^D = -m\bar{\nu}\nu = -m(\bar{\nu}_L\nu_L + \bar{\nu}_L\nu_R + \bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_R\nu_R) \quad (3.37)$$

Usando las propiedades del operador paridad  $P_L P_R = P_R P_L = 0$ :

$$\bar{\nu}_L\nu_L = \bar{\nu}P_R P_L\nu = 0 \quad (3.38)$$

$$\bar{\nu}_R\nu_R = \bar{\nu}P_L P_R\nu = 0 \quad (3.39)$$

Por lo tanto, tendremos:

$$\mathcal{L}_{masa}^D = -m(\bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_L\nu_R) = -m\bar{\nu}_R\nu_L + \text{H.c.} \quad (3.40)$$

Además del término de masa Dirac  $\bar{\nu}\nu$  podemos construir otros términos de masa que sean invariantes de Lorentz. Entre estos términos tenemos:

$$\bar{\nu}^C \nu^C \quad \bar{\nu}\nu^C \quad \bar{\nu}^C \nu \quad (3.41)$$

Además, como los campos  $\nu_L^C$  y  $\bar{\nu}_L^C$  transforman como  $\nu_L$  y  $\bar{\nu}_L$  respectivamente (ver Apéndice C), podemos introducir  $\nu_L^C$  en lugar de  $\nu_R$  en el Lagrangiano (3.40), llevándonos al término de masa de Majorana.

$$\mathcal{L}_{masa}^M = -\frac{1}{2}m(\bar{\nu}_L^C \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^C) = -\frac{1}{2}m\bar{\nu}_L^C \nu_L + \text{H.c.} \quad (3.42)$$

Expresamos  $\bar{\nu}_L^C$  en función de  $\bar{\nu}_L$

$$\bar{\nu}_L^C = (C\bar{\nu}_L^T)^\dagger \gamma_0 = (\bar{\nu}_L^T)^\dagger C^\dagger \gamma_0 = \left[ (\nu_L^\dagger \gamma_0)^T \right]^\dagger C^\dagger \gamma_0$$

$$\bar{\nu}_L^C = (\gamma_0 \nu_L^*)^\dagger C^\dagger \gamma_0 = \nu_L^T \gamma_0^T C^\dagger \gamma_0$$

Usando la propiedades (B.28) y (B.31), tenemos:

$$\bar{\nu}_L^C = -\nu_L^T C^\dagger \quad (3.43)$$

Considerando esta igualdad (3.43), el Lagrangiano de Majorana se puede expresar como:

$$\mathcal{L}_{masa}^M = -\frac{m}{2}(-\nu_L^T C^\dagger \nu_L + \bar{\nu}_L C \bar{\nu}_L^T) \quad (3.44)$$

De la adimensionalidad de la acción

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x) \quad (3.45)$$

Entonces

$$\mathcal{L} \rightarrow [E]^4 \quad (3.46)$$

En el Lagrangiano de Dirac podemos observar que los campos fermiónicos y bosónicos tienen dimensión

$$\psi \rightarrow [E]^{3/2} \quad (3.47)$$

$$\Phi \rightarrow [E]^1 \quad (3.48)$$

El término con menor dimensión que podría generar una masa de Majorana respetando las simetrías del modelo estándar (se viola el número leptónico) es:

$$\mathcal{L}_5 = g\mathcal{K}(L_L^T \sigma_2 \Phi) C^\dagger (\Phi^T \sigma_2 L_L) + \text{H.c.} \quad (3.49)$$

Donde  $\mathcal{K}$  es una constante cuya dimensionalidad se discutirá más adelante,  $g$  es una constante de acoplamiento adimensional y  $\sigma_\alpha$  representa a las matrices de Pauli.

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

A simple vista, el Lagrangiano  $\mathcal{L}_5$  no es aceptado en el modelo estándar debido a que el producto de los campos posee dimensión  $[E]^5$ , lo que lo hace no renormalizable. Sin embargo, esto nos lleva a interpretar el modelo estándar como una teoría efectiva a bajas energías producto de la ruptura de simetría de una teoría unificada a altas energías. También podemos identificar  $\mathcal{L}_5$  como un término efectivo a bajas energías que cumple con las simetrías del modelo estándar.[12]

Como producto de la ruptura de la simetría, tenemos:

$$\begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

Por lo que (3.49) genera el término de masa de Majorana para el campo  $\nu_L$ .

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{masa}^M &= \frac{1}{2}g\mathcal{K} \begin{pmatrix} \nu_L^T & l_L^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v+H \end{pmatrix} C^\dagger \\ &\quad \begin{pmatrix} 0 & v+H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} + \text{H.c.} \\ \mathcal{L}_{masa}^M &= \frac{1}{2}g\mathcal{K} \begin{pmatrix} \nu_L^T & l_L^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i(v+H) \\ 0 \end{pmatrix} C^\dagger \\ &\quad \begin{pmatrix} i(v+H) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ l_L \end{pmatrix} + \text{H.c.} \\ \mathcal{L}_{masa}^M &= \frac{1}{2}g\mathcal{K}[-i\nu_L^T(v+H)]C^\dagger[i(v+H)\nu_L] + \text{H.c.} \\ \mathcal{L}_{masa}^M &= \frac{1}{2}gv^2\mathcal{K}\nu_L^T C^\dagger \nu_L + \text{H.c.} \end{aligned} \tag{3.53}$$

Comparando (3.44) y (3.53), tenemos que:

$$m = gv^2\mathcal{K} \tag{3.54}$$

En (3.46) señalamos que el Lagrangiano debe tener una dimensión de  $[E]^4$  (en una teoría  $\phi^4$ ). Cuando tengamos un operador con dimensión  $d > 4$  se debe introducir una constante de acoplamiento  $M$  (con dimensión  $[E]$ ) [12]. Esta constante de acoplamiento debe tener la siguiente forma:

$$M^{4-d} \tag{3.55}$$

Para el caso de un operador con dimension 5, tenemos:

$$M^{-1} \tag{3.56}$$

Por lo tanto, la constante introducida en (3.49) adquiere dimensionalidad  $[E]^{-1}$

$$\mathcal{K} = M^{-1} = \frac{1}{M} \quad (3.57)$$

M se puede interpretar como una masa característica de una ruptura de simetría a altas energías en escala GUT.

Redefiniendo (3.53) y (3.54), tenemos:

$$\mathcal{L}_{masa}^M = \frac{1}{2} \frac{gv^2}{M} \nu_L^T C^\dagger \nu_L + \text{H.c.} \quad (3.58)$$

$$m = \frac{gv^2}{M} \quad (3.59)$$

El operador efectivo a bajas energías con la menor dimensionalidad que guarda compatibilidad con las simetrías del modelo estándar es  $\mathcal{L}_5$  y es proporcional a  $M^{-1}$  (3.49).

Observamos que la masa de Majorana en (3.53) es proporcional a  $v^2/M$ . Debido a que  $v$  está en la escala de la ruptura de simetría electrodébil (escala de la masa de los fermiones de Dirac generados por el mecanismo de Higgs), podemos escribir:

$$m \propto \frac{m_D^2}{M} \quad (3.60)$$

La ecuación (3.60) nos adelanta un tema que analizará más adelante, este es el *mecanismo seesaw* o *balancín*. Se le denomina así debido a que la masa de Dirac  $m_D$  está en el orden de la masa de los leptones cargados o quarks y se encuentra dividida por una masa mucho más grande  $M$  proporcionando así un neutrino con una masa muy pequeña  $m$ .

Lo analizado hasta el momento solo es para una generación de neutrinos, podemos generalizar para el caso de tres neutrinos [12]:

$$\mathcal{L}_5 = \frac{1}{M} \sum_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta} (L'_{\alpha L}{}^T \sigma_2 \Phi) C^\dagger (\Phi^T \sigma_2 L'_{\beta L}) + \text{H.c.} \quad (3.61)$$

Donde  $g$  es una matriz simétrica de constantes de acoplamiento con dimensión  $3 \times 3$ . Como consecuencia de la ruptura de simetría electrodébil, obtenemos:

$$\mathcal{L}_{masa}^M = \frac{1}{2} \frac{v^2}{M} \sum_{\alpha\beta} g_{\alpha\beta} \nu'_{\alpha L} C^\dagger \nu'_{\beta L} + \text{H.c.} \quad (3.62)$$

Donde la matriz de masa de Majorana es:

$$M_{\alpha\beta}^L = \frac{v^2}{M} g_{\alpha\beta} \quad (3.63)$$



# Capítulo 4

## Mecanismo Seesaw

Los mecanismos Seesaw proporcionan una explicación natural e interesante a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados. El primer mecanismo desarrollado en este informe consiste en la expansión del sector fermiónico, es decir, se impone la existencia de singletes de neutrinos pesados (estériles), cuya masa es mucho mayor a la escala de energía electrodébil, a este mecanismo se le conoce como seesaw tipo I. El segundo mecanismo desarrollado consiste en la expansión del sector escalar mediante la introducción de un triplete, esto trae como consecuencia la existencia bosones de Higgs (neutros, cargados y doblemente cargados), cuyas masas se consideran también muy pesadas, a este mecanismo se le denomina seesaw tipo II. La imposición de que las nuevas partículas producto de la expansión del modelo estándar posean masas muy grandes, es que estas actúan como supresores y como consecuencia obtenemos neutrinos ligeros. A continuación se detallarán ambos mecanismos empezando por el más sencillo de ellos.

## 4.1. Mecanismo Seesaw I

En la naturaleza existe el neutrino zurdo, representado por el campo quiral  $\nu_L$ , este se encuentra presente en el modelo estándar y se manifiesta mediante la interacción débil. Hasta el momento, se desconoce la existencia de un neutrino diestro  $\nu_R$  a pesar de que este no está prohibido por las simetrías del modelo estándar. Debido a que no existe manifestación alguna de los neutrinos diestros en las interacciones débiles, se asume que de existir estos serían estériles.

Considerando la naturaleza de Majorana, el Lagrangiano de masa para los campos zurdos  $\nu_L$  según la ecuaciones (3.42) y (3.44) es:

$$\mathcal{L}_{masa}^L = -\frac{1}{2}m_L\overline{\nu_L^C}\nu_L + \text{H.c.} = \frac{1}{2}m_L\nu_L^T C^\dagger \nu_L + \text{H.c.} \quad (4.1)$$

De la misma manera, se asume la existencia del neutrino diestro  $\nu_R$ , por lo tanto, el Lagrangiano masa es:

$$\mathcal{L}_{masa}^R = -\frac{1}{2}m_R\overline{\nu_R^C}\nu_R + \text{H.c.} = \frac{1}{2}m_R\nu_R^T C^\dagger \nu_R + \text{H.c.} \quad (4.2)$$

Esto nos permite construir un término de masa Dirac (3.40).

$$\mathcal{L}_{masa}^D = -m_D\overline{\nu_R}\nu_L + \text{H.c.} \quad (4.3)$$

Finalmente, basándonos en (4.1), (4.2) y (4.3) construimos un término de masa Dirac-Majorana.

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \mathcal{L}_{masa}^D + \mathcal{L}_{masa}^L + \mathcal{L}_{masa}^R \quad (4.4)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -m_D\overline{\nu_R}\nu_L + \frac{1}{2}m_L\nu_L^T C^\dagger \nu_L + \frac{1}{2}m_R\nu_R^T C^\dagger \nu_R + \text{H.c.} \quad (4.5)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -m_D\overline{\nu_R}\nu_L - \frac{1}{2}m_L\overline{\nu_L^C}\nu_L - \frac{1}{2}m_R\overline{\nu_R^C}\nu_R + \text{H.c.} \quad (4.6)$$

El término  $m_D \overline{\nu_R} \nu_L$  es equivalente a  $m_D \overline{\nu_L^C} \nu_R^C$  (ver Apéndice B).

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu_L^C} & \overline{\nu_R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} + \text{H.c.} \quad (4.7)$$

Definimos

$$\mathbf{M}^{D+M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{N}_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Por lo tanto

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{\mathbf{N}_L^C} \mathbf{M}^{D+M} \mathbf{N}_L + \text{H.c.} = \frac{1}{2} \mathbf{N}_L^T C^\dagger \mathbf{M}^{D+M} \mathbf{N}_L + \text{H.c.} \quad (4.10)$$

Debido a que la matriz de masa  $\mathbf{M}^{D+M}$  no es diagonal, los campos  $\nu_L$  y  $\nu_R$  no tienen masa definida. Para diagonalizar la matriz de masa (4.8) empleamos la siguiente transformación unitaria de los campos quirales:  $\eta$

$$\mathbf{N}_L = U \mathbf{n}_L \quad (4.11)$$

Donde

$$\mathbf{n}_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Empleando (4.11) en (4.10), obtenemos

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \frac{1}{2} \mathbf{n}_L^T C^\dagger U^T \mathbf{M}^{D+M} U \mathbf{n}_L + \text{H.c.} \quad (4.13)$$

La forma de la matriz unitaria  $U$  debe ser tal que:

$$\mathbf{M} = U^T \mathbf{M}^{D+M} U = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Considerando (4.11) y (4.14) en el Lagrangiano (4.13), tenemos:

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \frac{1}{2} \left( \nu_{1L}^T C^\dagger \quad \nu_{2L}^T C^\dagger \right) \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} + \text{H.c.} \quad (4.15)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \frac{1}{2} m_1 \nu_{1L}^T C^\dagger \nu_{1L} + \frac{1}{2} m_2 \nu_{2L}^T C^\dagger \nu_{2L} + \text{H.c.} \quad (4.16)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \nu_{kL}^T C^\dagger \nu_{kL} + \text{H.c.} \quad (4.17)$$

Definimos ( Ver sección 3.2)

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C \quad (4.18)$$

$$\nu_k = \nu_{kL} + C \overline{\nu_{kL}}^T \quad (4.19)$$

Considerando (4.19) en (4.17), tenemos:

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \overline{\nu_k} \nu_k \quad (4.20)$$

Diagonalizando la matriz de masa (4.8). De (4.14),tenemos:

$$U = \mathcal{U} \zeta \quad (4.21)$$

Donde  $\mathcal{U}$  es una matriz ortogonal, esta se elige de manera que diagonalice (4.8).

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Por lo tanto.

$$\mathcal{U}^T \mathbf{M}^{D+M} \mathcal{U} = \begin{pmatrix} \tilde{m}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{m}_2 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

También se introduce una matriz diagonal de fase  $\zeta$  cuya utilidad se explicará más adelante.

$$\zeta = \begin{pmatrix} \zeta_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Obteniendo los valores propios de (4.8)

$$\det(\mathbf{M}^{D+M} - \lambda I) = 0$$

$$\det \left[ \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} m_L - \lambda & m_D \\ m_D & m_R - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

$$(m_L - \lambda)(m_R - \lambda) - m_D^2 = 0$$

$$\lambda^2 - (m_L + m_R)\lambda - (m_D^2 - m_L m_R) = 0$$

Por lo tanto:

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ (m_L + m_R) \mp \sqrt{[(m_L + m_R)^2 + 4(m_D^2 - m_L m_R)]} \right\}$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ (m_L + m_R) \mp \sqrt{[m_L^2 + m_R^2 - 2m_L m_R + 4m_D^2]} \right\}$$

Finalmente, los valores propios son:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left\{ (m_L + m_R) - \sqrt{[m_L^2 + m_R^2 - 2m_L m_R + 4m_D^2]} \right\} \quad (4.25)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ (m_L + m_R) + \sqrt{[m_L^2 + m_R^2 - 2m_L m_R + 4m_D^2]} \right\} \quad (4.26)$$

Además

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L} \quad (4.27)$$

En este punto debemos resaltar que si  $m_L m_R$  es menor que  $m_D^2$ , el valor de  $\lambda_1$  es negativo. Es aquí donde se resalta la necesidad de la matriz  $\zeta$  (4.24), debido a que se introduce con la finalidad de cambiar el signo del auto valor  $\lambda_1$  cuando este sea menor a cero.

De las ecuaciones (4.14) y (4.21), tenemos:

$$\mathbf{M} = U^T \mathbf{M}^{D+M} U = (\mathcal{U} \zeta)^T \mathbf{M}^{D+M} \mathcal{U} \zeta = \zeta^T \mathcal{U}^T \mathbf{M}^{D+M} \mathcal{U} \zeta \quad (4.28)$$

Reemplazando (4.23) y (4.24) en (4.28)

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \zeta_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_1^2 \lambda_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2^2 \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Entonces, de (4.14) y (4.29), tenemos:

$$m_k = \zeta_k^2 \lambda_k \quad k = 1, 2 \quad (4.30)$$

En (4.26) observamos que  $\lambda_2$  siempre será positivo, en consecuencia  $\zeta_2^2 = 1$ , por lo tanto de (4.30) tenemos:

$$m_2 = \frac{1}{2} \left[ (m_L + m_R) + \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \right] \quad (4.31)$$

**Autovalor positivo  $\lambda_1 \geq 0$ :**

Si consideramos  $m_L m_R \geq m_D^2$  en (4.25), obtenemos  $\lambda_1 \geq 0$ , por lo tanto  $\zeta_1^2 = 1$ . En la ecuación (4.30) tenemos:

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[ (m_L + m_R) - \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \right] \quad (4.32)$$

Según las ecuaciones (4.21), (4.22) y (4.24), en este caso ( $\zeta_1^2 = \zeta_2^2 = 1$ ), la matriz de mezcla obtiene la siguiente forma:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

**Autovalor negativo  $\lambda_1 < 0$ :**

Si consideramos  $m_L m_R < m_D^2$  en (4.25), obtenemos  $\lambda_1 < 0$ , por lo tanto  $\zeta_1^2 = -1$ . Si tenemos en cuenta esto en la ecuación (4.30), tendremos que:

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} - (m_L + m_R) \right] \quad (4.34)$$

Construimos la matriz de fase (4.24) con los valores  $\zeta_1 = i$  y  $\zeta_2 = 1$ . Mediante las ecuaciones (4.21) y (4.22) obtenemos la siguiente matriz de mezcla:

$$U = \begin{pmatrix} i \cos \theta & \sin \theta \\ -i \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

El caso más importante y de nuestro interés es cuando:

$$m_L = 0 \quad (4.36)$$

y

$$m_D \ll m_R \quad (4.37)$$

Asumir que  $m_L = 0$  es muy conveniente ya que el término de masa de Majorana (4.1) para el campo quiral zurdo  $\nu_L$  no está permitido por las simetrías del modelo estándar.

De (4.25), obtenemos:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{1}{2} \left[ m_R - \sqrt{m_R^2 \left( 1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2} \right)} \right] \\ \lambda_1 &= \frac{1}{2} \left[ m_R - m_R \sqrt{\left( 1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2} \right)} \right] \\ \lambda_1 &= \frac{m_R}{2} \left[ 1 - \sqrt{\left( 1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2} \right)} \right]\end{aligned}$$

Expandiendo la raíz

$$\lambda_1 = \frac{m_R}{2} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{4m_D^2/m_R^2}{2} - \frac{(4m_D^2/m_R^2)^2}{8} + \dots \right) \right]$$

Teniendo en cuenta (4.37)

$$\begin{aligned}\lambda_1 &\simeq \frac{m_R}{2} \left[ -2 \frac{m_D^2}{m_R^2} \right] \\ \lambda_1 &\simeq -\frac{m_D^2}{m_R}\end{aligned}\tag{4.38}$$

Donde

$$\zeta_1^2 = -1\tag{4.39}$$

Por otro lado, de la ecuación (4.26), obtenemos:

$$\begin{aligned}\lambda_2 &= \frac{1}{2} \left[ m_R + \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right] \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2} \left[ m_R + m_R \sqrt{1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2}} \right]\end{aligned}$$

$$\lambda_2 = \frac{m_R}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2}} \right]$$

Empleando la expansión de Newton

$$\lambda_2 = \frac{m_R}{2} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4m_D^2/m_R^2}{2} - \frac{(4m_D^2/m_R^2)^2}{8} + \dots \right) \right]$$

Considerando (4.37)

$$\lambda_2 \simeq \frac{m_R}{2} \left[ 2 + 2 \frac{m_D^2}{m_R^2} \right]$$

$$\lambda_2 \simeq m_R \quad (4.40)$$

Por lo tanto

$$\zeta_2^2 = 1 \quad (4.41)$$

Mediante estos resultados y la ecuación (4.30) obtenemos:

$$m_1 \simeq \frac{m_D^2}{m_R} \quad (4.42)$$

$$m_2 \simeq m_R \quad (4.43)$$

Reemplazando (4.37) y (4.36) en (4.27)

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R}$$

$$\theta \simeq \frac{m_D}{m_R} \quad (4.44)$$

$$\theta \ll 1 \quad (4.45)$$

Considerando (4.45), podemos aproximar  $\cos \theta \simeq 1$  y  $\sin \theta \simeq 0$ . Según la matriz de mezcla (4.35) y la ecuación (4.11)

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix}$$

$$\nu_L \simeq i\nu_{1L} \quad (4.46)$$

$$\nu_R^C \simeq \nu_{2L} \quad (4.47)$$

Los resultados en (4.42) y (4.43) nos muestran una masa muy pequeña para  $\nu_1$  debido a que el valor de la misma es suprimido por la masa  $m_R$  para  $\nu_2$ . En las ecuaciones (4.46) y (4.47) observamos que los estados de masa  $\nu_1$  y  $\nu_2$  son principalmente neutrinos activos  $\nu_L$  y estériles  $\nu_R^C$  respectivamente. Este es el denominado *mecanismo seesaw*, donde la pequeñez de la masa  $m_1$  es consecuencia de una gran masa  $m_2$

La importancia de este mecanismo radica en que nos brinda una aceptable explicación de la pequeñez de la masa del neutrino con respecto a las masas de los leptones cargados y quarks.

La masa del neutrino de Majorana producto del mecanismo seesaw (4.42) tiene similar estructura a la expresión (3.60) obtenida a partir del lagrangiano de dimensión 5 (3.49), aquí podemos identificar

$$m_R = M = \frac{1}{\mathcal{K}} \quad (4.48)$$

Considerando las 3 generaciones, las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3), se expresan como:

$$\mathcal{L}_{masa}^L = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \nu_{\alpha L}^{\prime T} C^\dagger M_{\alpha\beta}^L \nu'_{\beta L} + \text{H.c.} \quad (4.49)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^R = \frac{1}{2} \sum_{s, s'=s_1, \dots, s_{N_s}} \nu_{sR}^T C^\dagger M_{ss'}^R \nu_{s'R} + \text{H.c.} \quad (4.50)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^D = - \sum_{s, s'=s_1, \dots, s_{N_s}} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \bar{\nu}_{sR} M_{s\alpha}^D \nu'_{\alpha L} + \text{H.c.} \quad (4.51)$$

Donde  $N_s$  indica la cantidad de neutrinos diestros ( $\nu_{sR}$ ). La notación primada en los campos zurdos ( $\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L}$ ) indican que forman parte de la interacción débil. Las matrices de masa  $M^L$ ,  $M^R$  y  $M^D$  son complejas. Las matrices de Majorana  $M^L$  y  $M^R$  son matrices cuadradas y simétricas de dimensión  $3 \times 3$  y  $N_s \times N_s$  respectivamente, mientras que la matriz de Dirac  $M^D$  es una matriz rectangular de dimensión  $N_s \times 3$ . [12]

Se define la matriz columna  $\mathbf{N}'_L$  de dimensión  $N$ , donde  $N = 3 + N_s$

$$\mathbf{N}'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \\ \nu^C_{s_1 R} \\ \vdots \\ \nu^C_{s_{N_s} R} \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

Donde  $\nu'_{eL}$  y  $\nu^C_{s_1 R}$ , son:

$$\nu'_{eL} = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

$$\nu^C_{s_1 R} = \begin{pmatrix} \nu^C_{s_1 R} \\ \vdots \\ \nu^C_{s_{N_s} R} \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

Por lo tanto, la ecuación (4.4) quedará expresada como:

$$\mathcal{L}_{mass}^{D+M} = \frac{1}{2} \mathbf{N}'_L{}^T C^\dagger \mathbf{M}^{D+M} \mathbf{N}'_L + \text{H.c.} \quad (4.55)$$

Donde  $\mathbf{M}^{D+M}$  es una matriz simétrica de dimensión  $N \times N$ , cuya forma es:

$$\mathbf{M}^{D+M} = \begin{pmatrix} M^L & M^{D^T} \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

Para diagonalizar la matriz  $\mathbf{M}^{D+M}$  se escogen matrices  $U_L^\nu$  de modo que:

$$\mathbf{M} = (U_L^\nu)^T \mathbf{M}^{D+M} U_L^\nu \quad (4.57)$$

Con la matriz diagonal  $M$

$$\mathbf{M}_{kj} = m_k \delta_{kj} \quad (4.58)$$

Donde  $k, j = 1, \dots, N$  y  $m_k$  es real y positivo.

Escribimos el campo de sabor zurdo  $\mathbf{N}'_L$  como una combinación lineal de las componentes zurdas de  $N$  campos con masa definida.

$$\mathbf{N}'_L = U_L^\nu \mathbf{n}_L \quad (4.59)$$

$$\mathbf{n}_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \vdots \\ \nu_{NL} \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

Considerando la diagonalización de la matriz  $\mathbf{M}^{D+M}$  en (4.55)

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = \frac{1}{2} \mathbf{N}'_L{}^T C^\dagger (U_L^\nu)^T \mathbf{M}^{D+M} U_L^\nu \mathbf{N}'_L + \text{H.c.} = \frac{1}{2} \mathbf{n}_L^T C^\dagger \mathbf{M} \mathbf{n}_L + \text{H.c.} \quad (4.61)$$

Empleando los campos de carga conjugada

$$\mathcal{L}_{masa}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{\mathbf{n}}_L^C \mathbf{M} \mathbf{n}_L + \text{H.c.} \quad (4.62)$$

Si generalizamos el mecanismo Seesaw para 3 generaciones, debemos considerar  $M_L = 0$  en la matriz (4.56)

$$\mathbf{M}^{D+M} = \begin{pmatrix} 0 & M^{D^T} \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

Donde de la misma manera que para el caso de una generación, consideramos las componentes de la matriz de masa  $M_R$  mucho más grandes que los elementos de la matriz de masa Dirac  $M_D$ . Si todos los valores propios de  $M^R$  son mucho más grandes que todos los elementos de  $M^D$ , la diagonalización de la matriz  $\mathbf{M}^{M+D}$  se puede aproximar a : [17],[12].

$$W^T \mathbf{M}^{D+M} W \simeq \begin{pmatrix} M_{ligera} & 0 \\ 0 & M_{pesada} \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

Donde las matrices  $M_{ligera}$  y  $M_{pesada}$  tienen dimensiones  $3 \times 3$  y  $N_s \times N_s$  respectivamente y se expresan como:

$$M_{ligera} \simeq -M^{D^T} (M^R)^{-1} M^D \quad (4.65)$$

$$M_{pesada} \simeq M^R \quad (4.66)$$

Los elementos de  $M_{ligera}$  son suprimidos con respecto a la matriz de masa Dirac  $M^D$  por un factor pequeño  $M^{D^T} (M^R)^{-1}$  [12]

Donde

$$M_D = \sqrt{2}vY \quad (4.67)$$

Con  $Y$  como matriz de acoplamientos de Yukawa. teniendo en cuenta esto, podemos expresar

$$M_{ligera} \simeq -\frac{v^2}{2} Y^T M_R^{-1} Y \quad (4.68)$$

De donde podemos obtener la constante de acoplamiento efectiva

$$\mathcal{K} = Y^T M_R^{-1} Y \quad (4.69)$$

Esta constante de acoplamiento nos lleva a un proceso asociado a un operador efectivo que involucra la interacción entre los campos mediante el intercambio de un neutrino pesado  $N$  como se puede apreciar en la figura 4.1 [18]

Hemos señalado que podemos relacionar los autoestados de interacción con los autoestados de masa. De las ecuaciones (4.52), (4.59) y (4.60), tenemos:

$$\begin{pmatrix} \nu'_L \\ N^C_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{\ell\ell} & U_{\ell N} \\ U_{N\ell} & U_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{mL} \\ N_{mL} \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

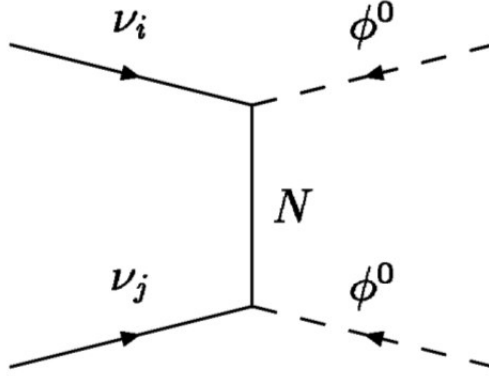


Figura 4.1: **Seesaw tipo I.** Interacción de los campos mediante el intercambio de un neutrino pesado [18]

De donde

$$\nu'_L = U_{\ell\ell}\nu_{mL} + U_{\ell N}N_{mL} \quad (4.71)$$

$$U_{\ell\ell} = U_{PMNS} \quad (4.72)$$

Por lo tanto, sustituyendo en el Lagrangiano para la corriente cargada del modelo estándar [9] [10]

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{\ell}_L\gamma^\mu U_{\ell\ell}\nu_{mL}W_\mu^- + \bar{\ell}_L\gamma^\mu U_{\ell N}N_{mL}W_\mu^- + \text{H.c.}) \quad (4.73)$$

Este Lagrangiano es distinto en relación al del modelo estándar, esto se puede notar en el segundo término de (4.73) donde se observa una mezcla entre leptones cargados y neutrinos pesados. Del mismo modo para la corriente neutra:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN} = \frac{g}{2\cos\theta_W} & (\bar{\nu}_L U_{\ell\ell}^\dagger U_{\ell\ell}\gamma^\mu\nu_L + \bar{\nu}_L U_{\ell\ell}^\dagger U_{\ell N}\gamma^\mu N_L + \bar{N}_L U_{\ell N}^\dagger U_{\ell\ell}\gamma^\mu\nu_L \\ & + \bar{N}_L U_{\ell N}^\dagger U_{\ell N}\gamma^\mu N_L) Z_\mu \end{aligned} \quad (4.74)$$

Donde el primer término hace referencia al término del modelo estándar y los otros muestran interacciones del neutrino pesado con el bosón  $Z^0$

Procesos interesantes para la producción de neutrinos pesados que podrían producirse en un colisionador ,son:

$$p p \rightarrow W^\pm \rightarrow \ell^\pm N \quad (4.75)$$

$$p p \rightarrow Z \rightarrow \nu N \quad (4.76)$$

$$p p \rightarrow H \rightarrow \nu N \quad (4.77)$$

La sección eficaz depende principalmente de  $m_N$  y de  $U_{\ell N}$ . Los neutrinos pesados pueden decaer en leptones del modelo estándar así como en Higgs, las anchuras para cada canal de decaimiento son:[9]

$$\Gamma(N \rightarrow \ell^- W^+) = \frac{g^2}{64\pi} |U_{\ell N}|^2 \frac{m_N^3}{M_W^2} \left(1 - \frac{M_W^2}{m_N^2}\right) \left(1 + \frac{M_W^2}{m_N^2} - 2 \frac{M_W^4}{m_N^4}\right) \quad (4.78)$$

$$\Gamma(N \rightarrow \nu_\ell Z) = \frac{g^2}{64\pi \cos^2 \theta_W} |U_{\ell N}|^2 \frac{m_N^3}{M_Z^2} \left(1 - \frac{M_Z^2}{m_N^2}\right) \left(1 + \frac{M_Z^2}{m_N^2} - 2 \frac{M_Z^4}{m_N^4}\right) \quad (4.79)$$

$$\Gamma(N \rightarrow \nu_\ell H) = \frac{g^2}{64\pi} |U_{\ell N}|^2 \frac{m_N^3}{M_W^2} \left(1 - \frac{M_H^2}{m_N^2}\right)^2 \quad (4.80)$$

Del proceso (4.75) y el canal de decaimiento  $N \rightarrow \nu_\ell Z$  (4.78) observamos que es posible obtener estados finales con tres leptones  $\ell^\pm \ell^\pm \ell^\mp$

$$\ell^+ N \rightarrow \ell^+ \ell^- W^+ \rightarrow \ell^+ \ell^- \ell^+ \nu \quad (4.81)$$

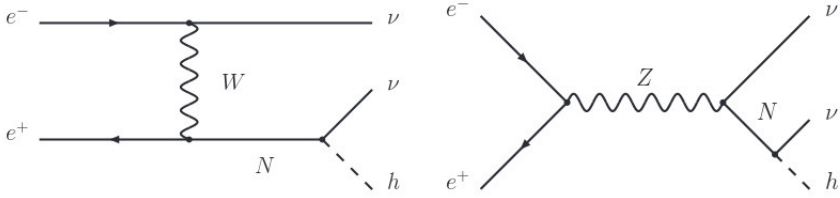


Figura 4.2: **Colisión electrón-positrón.** Producción de Higgs mediante  $N$  en un colisionador leptónico [3]

$$\ell^+ N \rightarrow \ell^+ \ell^+ W^- \rightarrow \ell^+ \ell^+ \ell^- \bar{\nu} \quad (4.82)$$

Procesos como los observados en (4.77) y (4.80) nos conducen proponer experimentos para producir Higgs desde  $N$  (Ver figura 4.2) así como detectar neutrinos pesados mediante vértices desplazados [11].

## 4.2. Mecanismo Seesaw II

En el capítulo anterior se generó masa para los neutrinos a partir de una expansión en el sector fermiónico que consiste en agregar un campo quiral diestro neutro por cada leptón cargado. Sin embargo se puede generar masa para los neutrinos expandiendo adecuadamente el sector escalar.

En el modelo estándar de la física de partículas los fermiones no adquieren masa de la misma manera que los bosones vectoriales, estos la consiguen mediante la introducción de términos de interacción entre campos fermiónicos  $\psi$  y los campos escalares  $\phi$ . A este tipo de interacción se le denomina interacción de Yukawa. Los términos de interacción de Yukawa que son invariantes Lorentz, hermíticos, renormalizables y que guardan simetría bajo  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  son:

$$\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}(\psi)^C + (\bar{\psi})^C\psi + (\bar{\psi})^C(\psi)^C \quad (4.83)$$

Expresando el campo  $\psi$  en sus componentes quirales  $\psi_L$  y  $\psi_R$  (ver Apéndice (D)), tenemos:

$$\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_L(\psi_L)^C + \bar{\psi}_R(\psi_R)^C + (\bar{\psi}_R)^C(\psi_L)^C + \text{H.c.} \quad (4.84)$$

Introducimos un campo escalar para cada término, de modo que cada uno de ellos transforme como singlete. Por lo tanto, el término  $\bar{\psi}_L(\psi_L)^C$  nos dice que podemos introducir un campo escalar con una representación  $2 \otimes 2$ . [8] [14]

Por lo tanto, el mecanismo consiste en expandir el sector escalar introduciendo un triplete de Higgs. Este modelo nos genera masa de Majorana para los neutrinos pero sin la necesidad de introducir neutrinos diestros como en el mecanismo seesaw tipo I.

El triplete de Higgs que se introduce es:

$$\mathbf{\Delta} = \begin{pmatrix} \Delta_0 \\ \Delta_- \\ \Delta_{--} \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

El Lagrangiano de Yukawa con el triplete (4.85)

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n,m=1}^3 Y^{nm} \bar{\psi}_L^{ni} \tau \cdot \mathbf{\Delta} (\psi_L^{mj})^C + \text{H.c.} \quad (4.86)$$

Donde

$$\Delta = \tau \cdot \mathbf{\Delta} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}\Delta^0 & \Delta^- \\ \Delta^- & \sqrt{2}\Delta^{--} \end{pmatrix} \quad (4.87)$$

Cuyo valor esperado de vacío es:

$$\langle \Delta \rangle_0 = \begin{pmatrix} v_\Delta & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.88)$$

Se construye un Lagrangiano de Higgs

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + \frac{1}{2} (D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta) + V(\phi, \Delta) \quad (4.89)$$

Donde

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (4.90)$$

Con un valor esperado de vacío

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

Las derivadas covariantes en (4.89) nos brindan el acoplamiento entre los bosones gauge y los bosones escalares  $\phi$  y  $\Delta$ . Mientras que el potencial  $V(\phi, \Delta)$  nos proporciona la autointeracción entre estos bosones.

Se construye el potencial de Higgs de modo que sea hermitico, renormalizable e invariante ante  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . [20]

$$V(\phi, \Delta) = V(\phi) + V(\Delta) + V_I(\phi, \Delta) \quad (4.92)$$

Donde  $V(\phi)$  es el potencial de Higgs del modelo estandar,  $V(\Delta)$  es el potencial para el triplete añadido y  $V_I(\phi, \Delta)$  es el potencial de interacción entre los campos  $\phi$  y  $\Delta$ . [20] [21] [23]

$$V(\phi) = \mu_1^2 \phi_i \phi^i + \lambda_1 (\phi_i \phi^i)^2 \quad (4.93)$$

$$\begin{aligned} V(\Delta) = & \frac{1}{2} \mu_2^2 \Delta_{ij} \Delta^{ij} + \lambda_2 (\Delta_{ij} \Delta^{ij})^2 + \lambda_3 (\epsilon^{ij} \Delta_{jk} \epsilon^{kl} \Delta^{li}) (\Delta_{ij} \epsilon_{jk} \Delta^{kl} \epsilon_{li}) + \\ & \lambda_4 \Delta^{ij} \Delta_{jk} \Delta^{kl} \Delta_{li} + \lambda_5 (\epsilon^{ij} \Delta_{jk} \epsilon^{kl} \Delta_{lm} \Delta^{mn} \epsilon_{np} \Delta^{pq} \epsilon_{qi}) \end{aligned} \quad (4.94)$$

$$V_I(\phi, \Delta) = \lambda_6(\phi_i \epsilon^{ij} \Delta_{jk} \epsilon^{kl} \phi_l + \text{H.c.}) + \lambda_7(\Delta_{ij} \Delta^{ij})(\phi_k \phi^k) + \lambda_8 \phi_i \Delta^{ij} \Delta_{jk} \phi^k + \lambda_9(\phi_i \epsilon^{ij} \Delta_{jk} \epsilon^{kl} \epsilon_{lm} \Delta^{mn} \epsilon_{np} \phi^p) \quad (4.95)$$

Se introduce el tensor antisimétrico  $\epsilon^{ij}$  para conservar la carga eléctrica.

$$\epsilon^{ij} = \begin{cases} +1; & i, j = 1, 2 \\ -1; & i, j = 2, 1 \\ 0; & i = j \end{cases} \quad (4.96)$$

Cuando  $\mu_1, \mu_2 > 0$ , tenemos un mínimo de potencial con infinitos estados degenerados ( $\text{VEV} \neq 0$ ). [12] Expandimos los campos alrededor del mínimo:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{v+H+i\zeta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (4.97)$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} v_\Delta + \sqrt{2}\Delta_0 & \Delta^- \\ \Delta^- & \sqrt{2}\Delta^{--} \end{pmatrix} \quad (4.98)$$

Desarrollando el potencial (ver Apéndice E), obtenemos 3 bosones escalares neutros  $h^0$ ,  $H_1^0$  y  $H_2^0$ , 1 bosón pseudo escalar  $A^0$ , 2 bosones Goldstone cargados  $G^\pm$ , 2 bosones escalares cargados  $H^\pm$  y 2 bosones escalares doblemente cargados  $H^{\pm\pm}$ , cuyas masas son:

$$M_{h^0}^2 \simeq 2\lambda_1 v^2 \quad (4.99)$$

$$M_{H_1^0}^2 \simeq 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (4.100)$$

$$M_{H_2^0}^2 = 8\lambda_6 v_\Delta + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (4.101)$$

$$M_{A^0}^2 = 0 \quad (4.102)$$

$$M_{G\pm}^2 = 0 \quad (4.103)$$

$$M_{H\pm}^2 = 8(\lambda_8 - \lambda_9) \left( v_\Delta^2 + \frac{v^2}{2} \right) + 4\lambda_6 v_\Delta + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (4.104)$$

$$M_{H\pm\pm}^2 = 8(\lambda_5 - \lambda_4)v_\Delta^2 + 2(\lambda_8 - \lambda_9)v^2 + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (4.105)$$

Expandiendo el sector cinético del Lagrangiano (4.89) obtenemos los términos de interacción entre los bosones escalares y los bosones gauge además de los términos de masa para los bosones mediadores [20]

$$M_A^2 = 0 \quad (4.106)$$

$$M_Z^2 = \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_w} (v^2 + 4v_\Delta^2) \quad (4.107)$$

$$M_{W\pm}^2 = \frac{g^2}{4} (v^2 + 2v_\Delta^2) \quad (4.108)$$

Donde  $\theta_w$  es el ángulo de Weinberg. Las masas de los bosones  $Z$  y  $W^\pm$  quedan modificadas con respecto a las masas del modelo estándar debido a la introducción del triplete escalar. El parámetro rho del modelo estándar se expresa como:

$$\rho = \frac{M_{W\pm}^2}{\cos^2 \theta_w M_Z^2} \quad (4.109)$$

Expresado en términos de  $v$  y  $v_\Delta$  [20]

$$\rho = \frac{1 + 2\frac{v_\Delta^2}{v^2}}{1 + 4\frac{v_\Delta^2}{v^2}} \quad (4.110)$$

El valor de  $\rho$  tiende a la unidad, por lo tanto, este parámetro impone que  $v_\Delta$  tenga un valor muy pequeño. Mediante esta imposición, el mecanismo proveerá la explicación a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con los leptones cargados y quarks.

Del Lagrangiano (4.86), tenemos:

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n,m=1}^3 Y^{nm} \overline{\psi_L^{ni}} (\psi_L^{mj})^C \Delta^{ij} + \text{H.c.} \quad (4.111)$$

Considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón. observamos que como consecuencia de la introducción del triplete escalar, los neutrinos adquieren masa.

$$\mathcal{L}_{masa}^\nu = \frac{v_\Delta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \overline{\nu_{eL}} & \overline{\nu_{\mu L}} & \overline{\nu_{\tau L}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} \\ Y^{21} & Y^{22} & Y^{23} \\ Y^{31} & Y^{32} & Y^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_{eL})^C \\ (\nu_{\mu L})^C \\ (\nu_{\tau L})^C \end{pmatrix} \quad (4.112)$$

$$\mathcal{L}_{masa}^\nu = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu_{eL}} & \overline{\nu_{\mu L}} & \overline{\nu_{\tau L}} \end{pmatrix} M_{nm} \begin{pmatrix} (\nu_{eL})^C \\ (\nu_{\mu L})^C \\ (\nu_{\tau L})^C \end{pmatrix} \quad (4.113)$$

Donde  $M_{nm}$  es la matriz de masa

$$M_{nm} = \sqrt{2} v_\Delta Y^{nm} \quad (4.114)$$

$$M_{nm} = \sqrt{2} v_\Delta \begin{pmatrix} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} \\ Y^{21} & Y^{22} & Y^{23} \\ Y^{31} & Y^{32} & Y^{33} \end{pmatrix} \quad (4.115)$$

Como ya se mostró en (4.110),  $v_\Delta$  toma valores muy pequeños en comparación con el valor esperado de vacío del doblete escalar  $v$ . Considerando esto en (4.100), (4.101), (4.104) y (4.105), podemos aproximar

$$M_{H_1^0}^2 \simeq M_{H_2^0}^2 \simeq M_{H^\pm}^2 \simeq M_{H^{\pm\pm}}^2 \simeq 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} = M_H^2 \quad (4.116)$$

$$v_\Delta = 2\lambda_6 \frac{v^2}{M_H^2} \quad (4.117)$$

Reemplazando (4.117) en (4.114)

$$M_{nm} = \frac{2\sqrt{2}\lambda_6 v^2 Y^{nm}}{M_H^2} \quad (4.118)$$

En consecuencia, el mecanismo seesaw tipo II genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados [9].

Pasamos a los estados de masa mediante la diagonalización de la matriz  $M_{nm}$

$$UM_\nu U^T = M_{nm} \quad (4.119)$$

Con

$$M_\nu = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad (4.120)$$

Donde  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  son las masas físicas para los neutrinos. La matriz  $U$  es conocida como matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata y tiene la siguiente forma:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix} \quad (4.121)$$

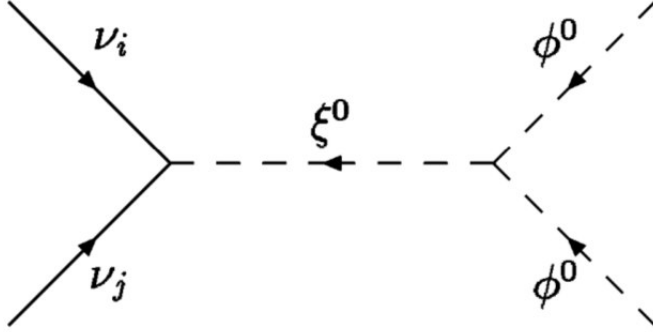


Figura 4.3: **Seesaw tipo II**. Interacción de los campos mediante el intercambio de campo escalar. En el gráfico  $\Delta^0 = \xi^0$  [18]

Donde  $s_{ij}$  y  $c_{ij}$  indican  $\sin \theta_{ij}$  y  $\cos \theta_{ij}$  respectivamente. La fase Dirac está representada por  $\delta$ . Agregamos las fases adicionales  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  por la naturaleza de Majorana de los neutrinos [12] [9]. De (4.119) y (4.114) obtenemos una interesante igualdad que nos permite relacionar numéricamente las constantes de acoplamiento de Yukawa ( $Y^{nm}$ ) y los parámetros medidos en experimentos de oscilación de neutrinos.

$$Y^{nm} = \frac{UM_\nu U^T}{\sqrt{2}v_\Delta} \quad (4.122)$$

Al igual que en el mecanismo seesaw tipo I, en este mecanismo la interacción de campos intercambiando un triplete escalar (ver figura 4.3) genera un vértice efectivo, por lo que la constante de acoplamiento efectiva se expresa como:

$$\mathcal{K}_\Delta = \frac{\lambda_6 Y^{nm}}{M_H^2} \quad (4.123)$$

Por lo tanto, a bajas energías se pueden obtener los mecanismos seesaw tipo I y II mediante operadores efectivos, por lo que no nos permite diferenciar un mecanismo de otro en estas energías. Esto contribuye a la idea de que el modelo estándar de la física de partículas

es un teoría a bajas energías. Además de ser una clara muestra que el estudio de la masa del neutrino es una puerta hacia la física más allá del modelo estándar.

# Capítulo 5

## Perspectivas Experimentales

### 5.1. Matriz de masa en la base de sabor

La matriz de masa  $M_{\alpha\beta}$  depende de los ángulos de mezcla ( $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  y  $\theta_{13}$ ), las fases de violación CP ( $\delta$ ,  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ ) y las tres masas de los neutrinos ( $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$ ). En la base de sabor, esta matriz se expresa como:

$$M_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} M_{ee} & M_{e\mu} & M_{e\tau} \\ M_{\mu e} & M_{\mu\mu} & M_{\mu\tau} \\ M_{\tau e} & M_{\tau\mu} & M_{\tau\tau} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} U^T \quad (5.1)$$

La matriz  $U$  se puede expresar como el producto de dos matrices (4.121)

$$U = V_{PMNS} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Donde

$$V_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

Esto nos permite expresar las componentes de la matriz (5.1)

$$M_{ee} = m_1 c_{12}^2 c_{13}^2 + m_2 s_{12}^2 c_{13}^2 e^{2i\varphi_1} + m_3 s_{13}^2 e^{2i(\varphi_2 - \delta)} \quad (5.4)$$

$$M_{\mu\mu} = m_1 (c_{23}s_{12} + s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta})^2 + m_2 (c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta})^2 e^{2i\varphi_1} \\ + m_3 s_{23}^2 c_{13}^2 e^{2i\varphi_2} \quad (5.5)$$

$$M_{\tau\tau} = m_1 (s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta})^2 + m_2 (s_{23}c_{12} + s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta})^2 e^{2i\varphi_1} \\ + m_3 c_{23}^2 c_{13}^2 e^{2i\varphi_2} \quad (5.6)$$

$$M_{e\mu} = -m_1 c_{12}c_{13} (c_{23}s_{12} + s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta}) \\ + m_2 s_{12}c_{13} (c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta}) e^{2i\varphi_1} + m_3 s_{13}s_{23}c_{13} e^{i(2\varphi_2 - \delta)} \quad (5.7)$$

$$M_{e\tau} = m_1 c_{12}c_{13} (s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta}) \\ - m_2 s_{12}c_{13} (s_{23}c_{12} + s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta}) e^{2i\varphi_1} + m_3 s_{13}c_{23}c_{13} e^{i(2\varphi_2 - \delta)} \quad (5.8)$$

$$M_{\mu\tau} = -m_1 (c_{23}s_{12} + s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta}) (s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta}) \\ - m_2 (c_{23}c_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta}) (s_{23}c_{12} + s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta}) e^{2i\varphi_1} + m_3 c_{13}^2 s_{23}c_{23} e^{2i\varphi_2} \quad (5.9)$$

Las masas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  pueden tomar los siguientes valores dependiendo de la jerarquía a considerar [13].

$$\Delta m_{21}^2 = 7,50_{-0,17}^{+0,19} \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad (5.10)$$

$$\Delta m_{31\text{NH}}^2 = 2,457_{-0,047}^{+0,047} \times 10^{-3} \text{eV}^2 \quad (5.11)$$

$$\Delta m_{32\text{IH}}^2 = -2,449_{-0,047}^{+0,048} \times 10^{-3} \text{eV}^2 \quad (5.12)$$

### 5.1.1. Jerarquía Normal (NH)

Para determinar el valor numérico de cada una de las componentes de la matriz de masa  $M_{\alpha\beta}$  calculamos las componentes de la matriz (5.3) empleando los resultados experimentales de [13].

$$\theta_{12} = 33,48_{-0,75}^{+0,78} \quad (5.13)$$

$$\theta_{23} = 42,3_{-1,6}^{+3,0} \quad (5.14)$$

$$\theta_{13} = 8,5_{-0,21}^{+0,20} \quad (5.15)$$

$$\delta = 306_{-70}^{+39} \quad (5.16)$$

Por lo tanto, la matriz (5.3) adquiere la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 0,82492 & 0,54559 & 0,08688 + 0,11958i \\ -0,45678 + 0,06713i & 0,58466 + 0,044396i & 0,66562 \\ 0,31767 + 0,073770i & -0,59679 + 0,048791i & 0,731507 \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

Considerando las fases de Majorana  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0^\circ$  y los valores máximos y mínimos de (5.10), (5.11), (5.13), (5.14), (5.15) y (5.16), la matriz  $|V_{PMNS}|_{NH} = |U|_{NH}$  obtiene la siguiente forma:

$$|U|_{NH} = \begin{pmatrix} 0,824917_{-0,007935}^{+0,007521} & 0,545587_{-0,00127}^{+0,01148} & 0,147809_{-0,003626}^{+0,003452} \\ 0,46169_{-0,123536}^{+0,044286} & 0,586338_{-0,063217}^{+0,082711} & 0,66562_{-0,021025}^{+0,037722} \\ 0,32612_{-0,065526}^{+0,129073} & 0,598785_{-0,093091}^{+0,054895} & 0,731507_{-0,036206}^{+0,018706} \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Para el caso de jerarquía normal (NH), fijamos  $m_1$  en (5.10) y (5.11) obteniendo:

$$m_1 = 0 \text{ eV} \quad (5.19)$$

$$m_2 = 0,00866_{-0,000098}^{+0,000110} \text{ eV} \quad (5.20)$$

$$m_3 = 0,04957_{-0,00008}^{+0,00046} \text{ eV} \quad (5.21)$$

Considerando (5.18), (5.19), (5.20) y (5.21) construimos la matriz  $|M_{\alpha\beta}|$  para la jerarquía normal.

$$|M_{\alpha\beta}|_{NH} = \begin{pmatrix} 2,46828_{-1,0574}^{+1,28269} & 6,99654_{-2,91972}^{+0,82728} & 4,57856_{-2,47213}^{+2,70688} \\ 6,99654_{-2,91972}^{+0,82728} & 24,9092_{-1,7028}^{+3,2289} & 21,0955_{-0,5139}^{+0,5042} \\ 4,57856_{-2,47213}^{+2,70688} & 21,0955_{-0,5139}^{+0,5042} & 29,5931_{-3,2501}^{+1,7801} \end{pmatrix} \text{ meV} \quad (5.22)$$

### 5.1.2. Jerarquía Invertida (IH)

Si consideramos la jerarquía invertida (IH), tenemos de [13]:

$$\theta_{12} = 33,48_{-0,75}^{+0,78} \quad (5.23)$$

$$\theta_{23} = 49,5_{-2,2}^{+1,5} \quad (5.24)$$

$$\theta_{13} = 8,51_{-0,21}^{+0,20} \quad (5.25)$$

$$\delta = 254_{-62}^{+63} \quad (5.26)$$

Con estos valores calculamos la matriz (5.3) para IH

$$\begin{pmatrix} 0,82490 & 0,54557 & -0,04079 + 0,14225i \\ -0,33240 + 0,09022i & 0,55880 + 0,05967i & 0,75203 \\ 0,44157 + 0,07706i & -0,61963 + 0,05096 & 0,64230 \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Considerando las fases de Majorana  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0^\circ$  y los valores máximos y mínimos de (5.23), (5.24), (5.25) y (5.26) la matriz  $|U|_{IH}$  obtiene la siguiente forma:

$$|U|_{IH} = \begin{pmatrix} 0,824895^{+0,007522}_{-0,007935} & 0,545572^{+0,011458}_{-0,011127} & 0,147982^{+0,003451}_{-0,003626} \\ 0,344422^{+0,108978}_{-0,102726} & 0,561978^{+0,067491}_{-0,088144} & 0,752034^{+0,016972}_{-0,025595} \\ 0,448243^{+0,066555}_{-0,108917} & 0,621717^{+0,070617}_{-0,070670} & 0,642298^{+0,028758}_{-0,020235} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

De (5.12), fijamos  $m_3$  para el caso de jerarquía invertida (IH)

$$m_1 = 0,04873^{+0,00050}_{-0,00051} \text{ eV} \quad (5.29)$$

$$m_2 = 0,04949^{+0,00048}_{-0,00048} \text{ eV} \quad (5.30)$$

$$m_3 = 0 \text{ eV} \quad (5.31)$$

Considerando (5.28), (5.29),(5.30) y (5.31) construimos la matriz  $|M_{\alpha\beta}|$  para la jerarquía invertida.

$$|M_{\alpha\beta}|_{IH} = \begin{pmatrix} 47,8891^{+0,5446}_{-0,5492} & 5,51492^{+0,65529}_{-0,77957} & 4,58818^{+0,81069}_{-0,81382} \\ 5,51492^{+0,65529}_{-0,77957} & 20,2683^{+3,2240}_{-1,5673} & 24,7789^{+0,5313}_{-1,4161} \\ 4,58818^{+0,81069}_{-0,81382} & 24,7789^{+0,5313}_{-1,4161} & 28,0853^{+2,3257}_{-2,2147} \end{pmatrix} \text{ meV} \quad (5.32)$$

## 5.2. Branching ratio para el bosón $\Delta^{\pm\pm}$

Para el mecanismo seesaw tipo II, se pueden producir los siguientes procesos en una colisión protón-protón [9]

$$p p \rightarrow Z \rightarrow \Delta^{++}\Delta^{--} \quad (5.33)$$

$$p p \rightarrow Z \rightarrow \Delta^+\Delta^- \quad (5.34)$$

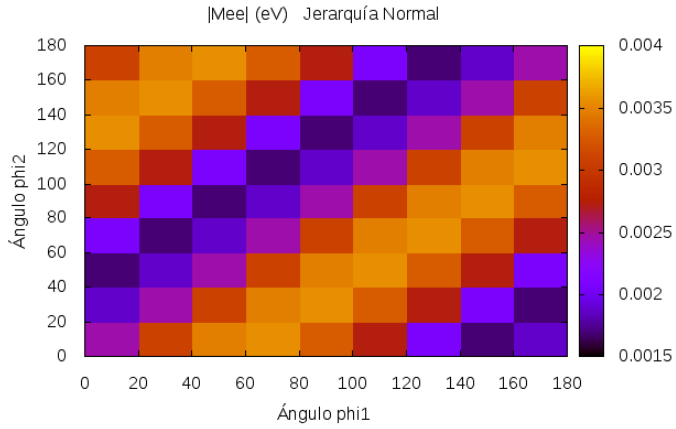


Figura 5.1:  $|M_{ee}|$  en función de los ángulos de fase de Majorana  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  considerando la jerarquía normal.

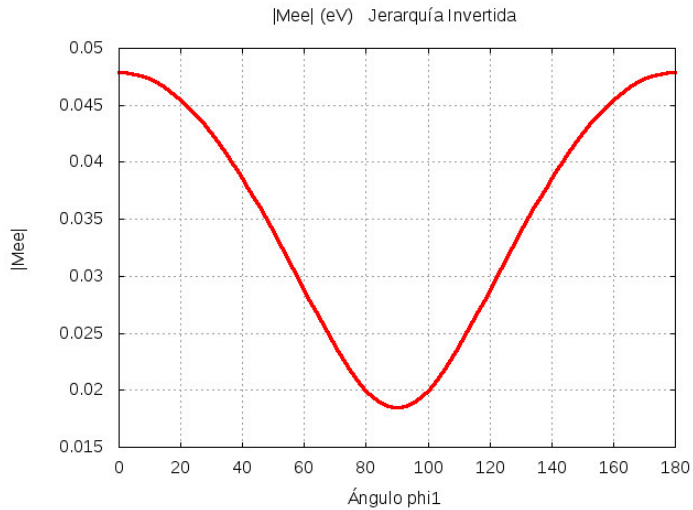


Figura 5.2:  $|M_{ee}|$  en función de los ángulos de fase de Majorana  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  considerando la jerarquía invertida.

$$p p \rightarrow \gamma \rightarrow \Delta^{++} \Delta^{--} \quad (5.35)$$

$$p p \rightarrow \gamma \rightarrow \Delta^+ \Delta^- \quad (5.36)$$

El bósón de Higgs doblemente cargado  $\Delta^{\pm\pm}$  puede decaer mediante los siguientes canales [9] [19]

$$\Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \ell_i^+ \ell_j^+) = \frac{M_{\Delta^{++}}}{4\pi(1 + \delta_{ij})} |Y_{ij}|^2 \quad (5.37)$$

$$\Gamma(\Delta^{++} \rightarrow W^+ W^+) = \frac{g^4 v_\Delta^2}{32\pi} \frac{M_{\Delta^{++}}^3}{M_W^4} \sqrt{1 - 4r_W^2} (1 - 4r_W^2 + 12r_W^4) \quad (5.38)$$

Dónde  $\delta_{ij}$  es una delta de Kronecker y

$$r_W = \frac{M_W}{M_{\Delta^{++}}} \quad (5.39)$$

Además  $Y_{ij}$  representa los acoplamientos de Yukawa. Esta se puede relacionar con la masa de los neutrinos mediante la ecuación (4.122).

La determinación de las componentes de la matriz de Yukawa (4.122) es de vital importancia para el cálculo y análisis de las anchuras y fracciones de decaimiento. Por lo tanto, consideramos (4.122).

$$Y_{\alpha\beta} = \frac{(U M_\nu U^T)_{\alpha\beta}}{\sqrt{2}v_\Delta} \quad (5.40)$$

Se puede observar en (4.119) que la matriz  $M_{nm}$  es una matriz de masa efectiva a la que redefinimos como  $M_{\alpha\beta}$ .

$$Y_{\alpha\beta} = \frac{M_{\alpha\beta}}{\sqrt{2}v_\Delta} \quad (5.41)$$

Analizamos la fracción de decaimiento para los canales (5.37) y (5.38)

$$BR(\Delta^{++} \rightarrow \ell_\alpha^+ \ell_\beta^+) = \frac{\Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \ell_\alpha^+ \ell_\beta^+)}{\sum_\alpha \sum_\beta \Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \ell_\alpha^+ \ell_\beta^+) + \Gamma(\Delta^{++} \rightarrow W^+ W^+)} \quad (5.42)$$

$$BR(\Delta^{++} \rightarrow \ell_\alpha^+ \ell_\beta^+) = \frac{\frac{|Y_{\alpha\beta}|^2}{(1+\delta_{\alpha\beta})}}{\sum_\alpha \sum_\beta \frac{|Y_{\alpha\beta}|^2}{(1+\delta_{\alpha\beta})} + \frac{g^4 v_\Delta^2}{32\pi} \frac{M_{\Delta^{++}}^3}{M_W^4} R_W} \quad (5.43)$$

Donde

$$R_W = \sqrt{1 - 4r_W^2} (1 - 4r_W^2 + 12r_W^4) \quad (5.44)$$

Simplificando

$$BR(\Delta^{++} \rightarrow \ell_\alpha^+ \ell_\beta^+) = \frac{2|M_{\alpha\beta}^{ef}|^2}{(1 + \delta_{\alpha\beta})} \frac{1}{\left(\sum_i m_i^2 + \frac{g^4 v_\Delta^4}{2} \frac{M_{\Delta^{++}}^2}{M_W^4} R_W\right)} \quad (5.45)$$

Del mismo modo, expresamos la fracción de decaimiento para el canal (5.38)

$$BR(\Delta^{++} \rightarrow W^+ W^+) = \frac{\frac{g^4 v_\Delta^4}{2} \frac{M_{\Delta^{++}}^2}{M_W^4} R_W}{\left(\sum_i m_i^2 + \frac{g^4 v_\Delta^4}{2} \frac{M_{\Delta^{++}}^2}{M_W^4} R_W\right)} \quad (5.46)$$

Cuando el valor esperado de vacío del triplete escalar tiende a cero, el branching ratio (5.45) tiende a la unidad. En decir, entre más pequeño es el valor de  $v_\Delta$ , es más probable que el bosón escalar doblemente cargado  $\Delta^{++}$  decaiga en leptones. Esto se puede observar en la figura 5.3

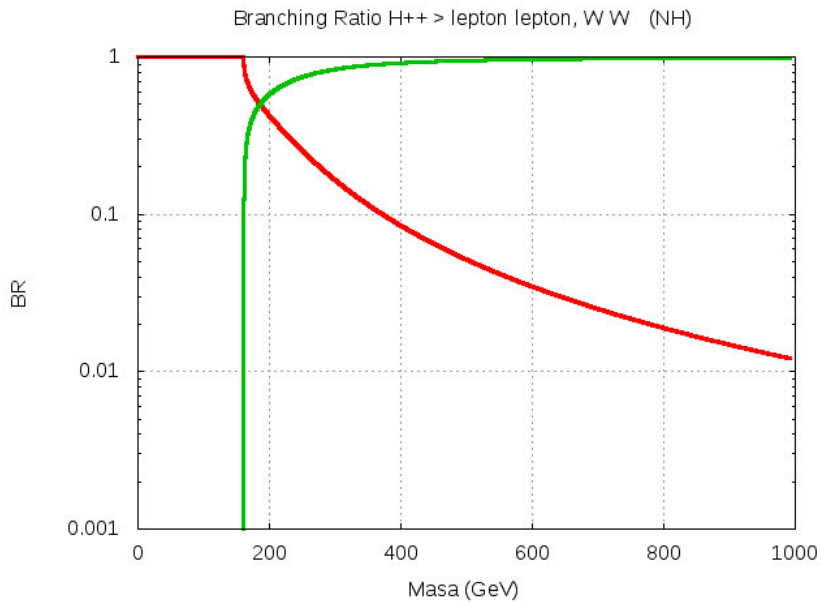


Figura 5.3: La línea roja corresponde al branching ratio del canal (5.37). La línea verde corresponde al canal (5.38). Se consideró  $v_{\Delta} = 10^{-4}$  y se tomaron los valores de la matriz de masa efectiva (5.22).

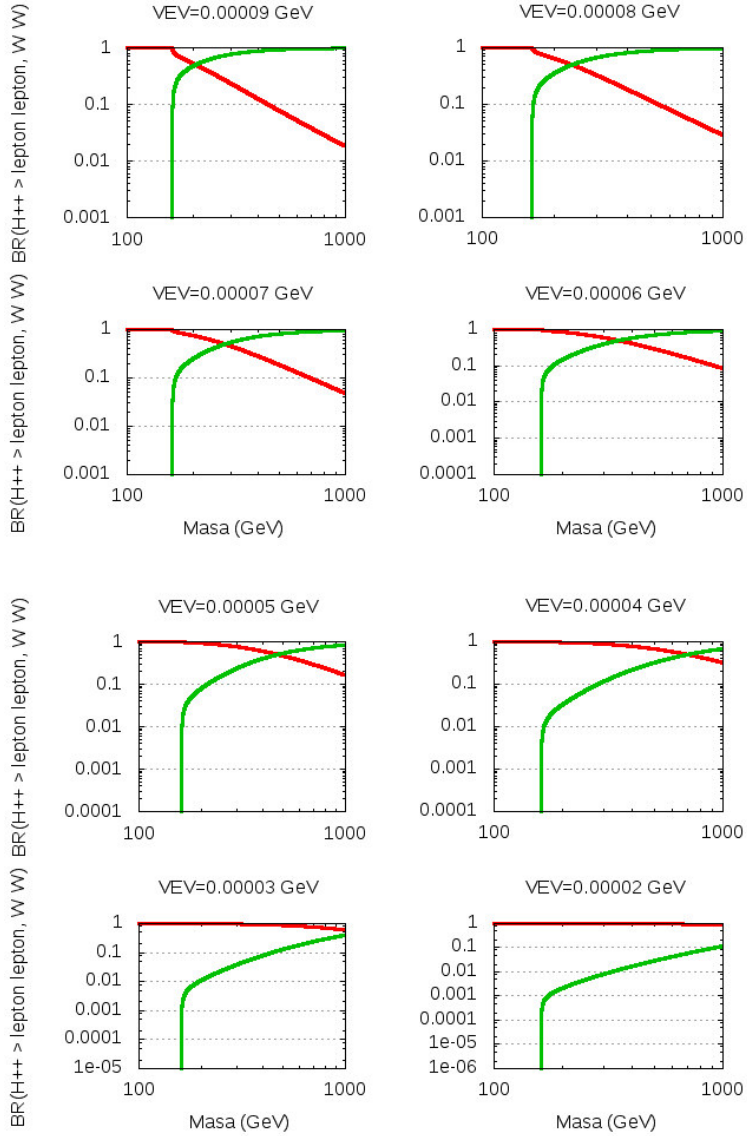


Figura 5.4: Branching ratio del bosón  $\Delta^{++}$  en función a su masa y  $v_{\Delta}$ . La línea roja y verde corresponden a los canales (5.37) y(5.38) respectivamente.

De (5.37) podemos obtener la siguiente expresión para el branching ratio leptónico:

$$BR_{\ell\ell}(\Delta^{++} \rightarrow \ell_{\alpha}^{+}\ell_{\beta}^{+}) = \frac{\Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \ell_{\alpha}^{+}\ell_{\beta}^{+})}{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \ell_{\alpha}^{+}\ell_{\beta}^{+})} \quad (5.47)$$

$$BR_{\ell\ell}(\Delta^{++} \rightarrow \ell_{\alpha}^{+}\ell_{\beta}^{+}) = \frac{\frac{|Y_{\alpha\beta}|^2}{(1+\delta_{\alpha\beta})}}{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{|Y_{\alpha\beta}|^2}{(1+\delta_{\alpha\beta})}} \quad (5.48)$$

$$BR_{\ell\ell}(\Delta^{++} \rightarrow \ell_{\alpha}^{+}\ell_{\beta}^{+}) = \frac{2|M_{\alpha\beta}^{ef}|^2}{(1 + \delta_{\alpha\beta}) \sum_i m_i^2} \quad (5.49)$$

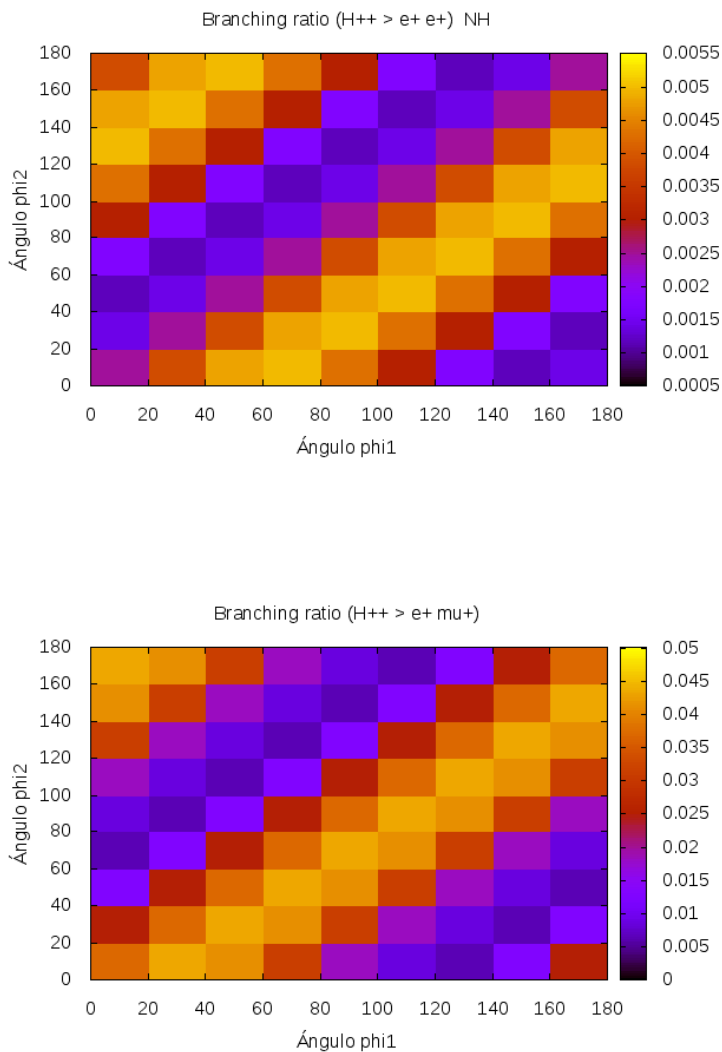


Figura 5.5: Fracción de decaimiento leptónico (5.49) en función de los ángulos de fase de Majorana  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ . Se tomaron los valores de la matriz de masa efectiva (5.22).

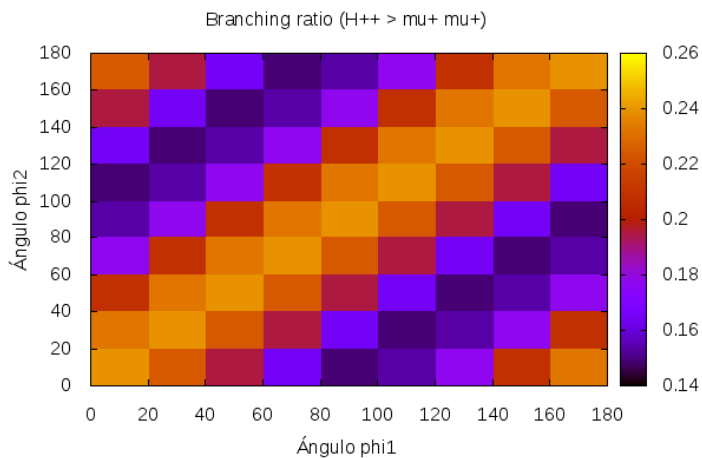
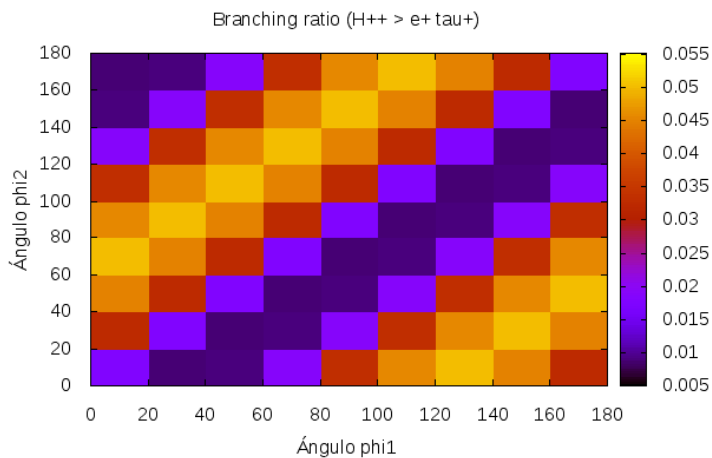


Figura 5.6: Fracción de decaimiento leptónico (5.49) en función de los ángulos de fase de Majorana  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ . Se tomaron los valores de la matriz de masa efectiva (5.22).

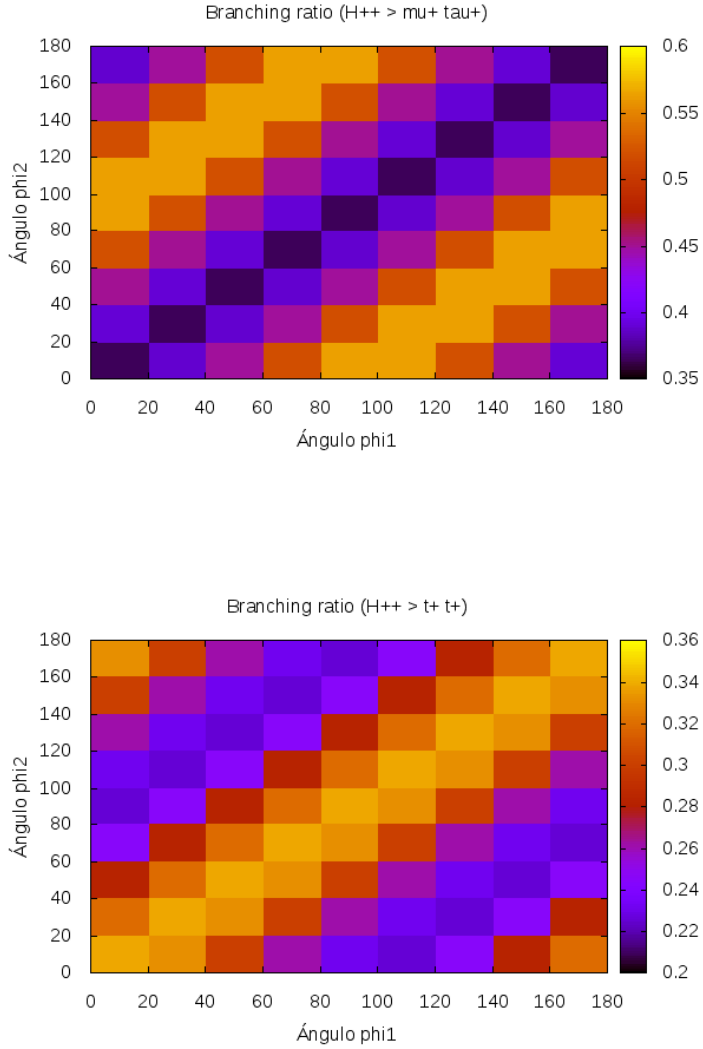


Figura 5.7: Fracción de decaimiento leptónico en función de los ángulos de fase de Majorana  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ . Se tomarón los valores de la matriz de masa efectiva (5.22).

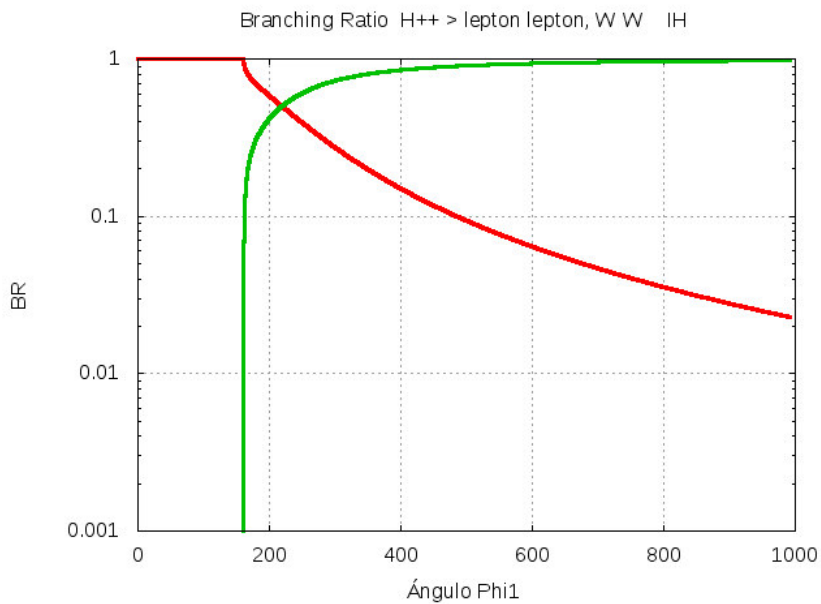


Figura 5.8: La línea roja corresponde al branching ratio del canal (5.37). La línea verde corresponde al canal (5.38). Se consideró  $v_{\Delta} = 10^{-4}\text{GeV}$  y se tomaron los valores de la matriz de masa efectiva (5.32).

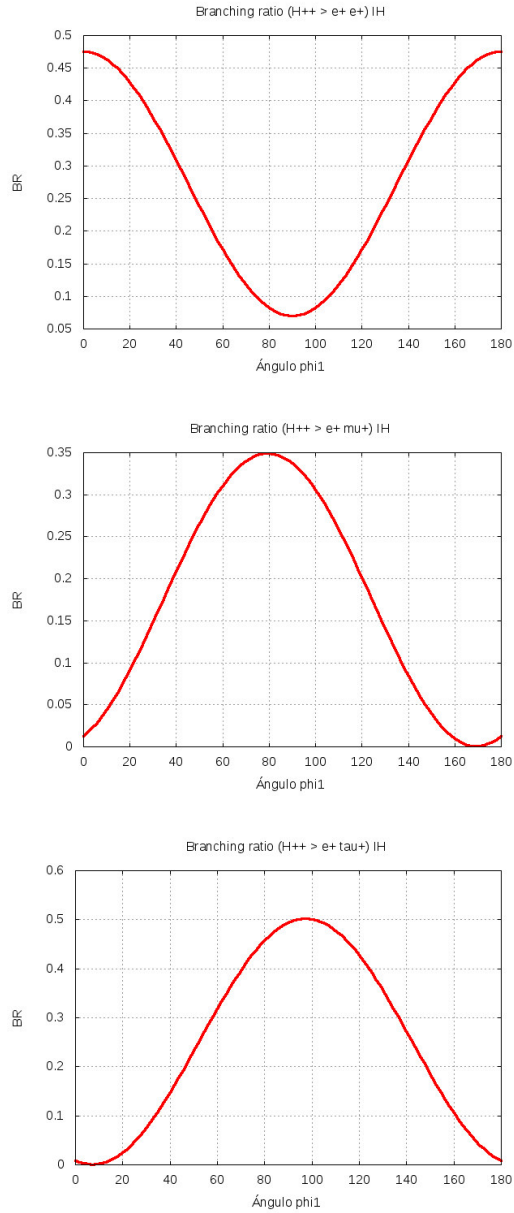


Figura 5.9: Branching ratio del bosón  $\Delta^{++}$  en función del ángulo  $\varphi_1$ . Se tomarón los valores de la matriz de masa efectiva (5.27)

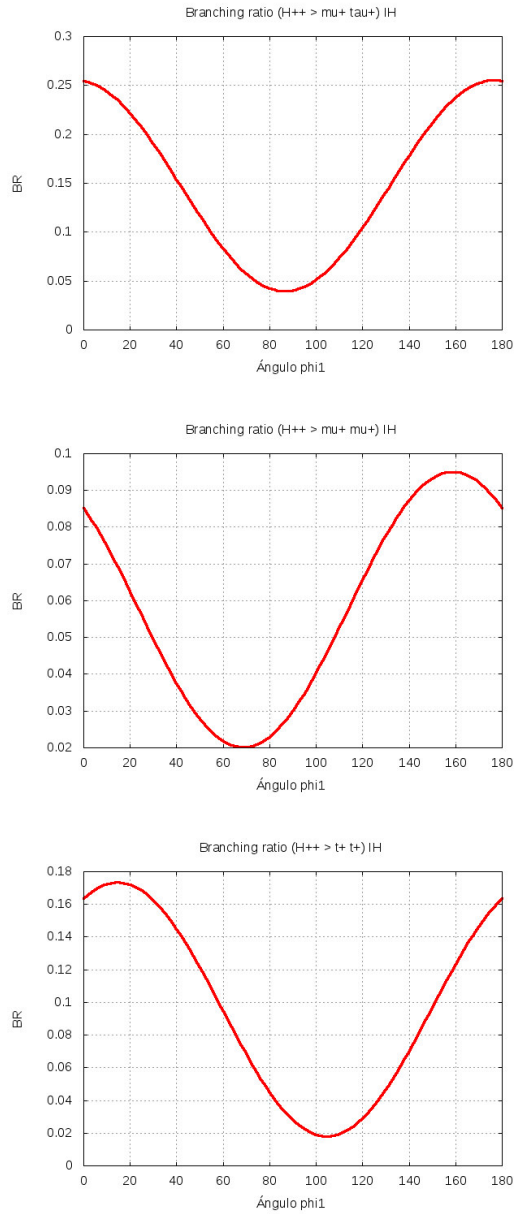


Figura 5.10: Branching ratio del bosón  $\Delta^{++}$  en función del ángulo  $\varphi_1$ . Se tomaron los valores de la matriz de masa efectiva (5.27)



# Capítulo 6

## Conclusiones

Se estudió los principales aspectos teóricos que involucran neutrinos masivos, las condiciones mínimas para obtener neutrinos masivos ligeros así como la evidencia experimental que se necesita para corroborar la existencia y el valor de su masa.

Analizamos la naturaleza de Dirac del neutrino y sus implicancias en sus respectivas constantes de acoplamiento de Yukawa, los cuales tienen que tomar valores muy bajos para explicar la pequeñez de la masa de los neutrinos. Acto seguido se estudia al neutrino como una partícula de Majorana, este análisis nos generó términos de masa que involucran constantes de acoplamiento efectivas. Las constantes de acoplamiento efectivas actúan como términos de supresión y brindan una plausible explicación a la pequeñez de la masa del neutrino.

Se extendió el modelo estándar con la finalidad de conseguir un patrón que además de generar masa para los neutrinos explique los bajos valores que estas toman en comparación con los fermiones cargados. La primera extensión consistió en agregar un singlete diestro para los neutrinos el cual produjo un término de masa para los mismos. El término de masa generado toma valores pequeños debido a la supresión de la masa del neutrino diestro.

Se detalló la extensión del ME basada en la introducción de un triplete escalar, este mecanismo proporciona términos de masa de Majorana.

rana para los neutrinos mediante acoplamiento de Yukawa así como nuevos bosones escalares neutros, cargados y doblemente cargados. La ligereza de los neutrinos en este modelo está garantizada por la supresión generada por las masas de los bosones de Higgs. Mediante el acoplamiento de los bosones gauge y el campo neutro del triplete escalar se obtienen correcciones para las masas de los bosones mediadores, estas nos permiten establecer algunas restricciones en los nuevos parámetros.

Mediante la relación entre los autoestados de interacción y los autoestados de masa se encontró términos en los que está involucrado el neutrino pesado y los bosones gauge  $Z$  y  $W^\pm$  y el bosón escalar  $H$ . Esto nos permite analizar las características de las señales que podrían dar los neutrinos pesados.

# Apéndice A

## Fermiones con masa cero

Partiendo del Hamiltoniano propuesto por Dirac

$$\hat{H} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m) \quad (\text{A.1})$$

Para fermiones sin masa

$$\hat{H} = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} \quad (\text{A.2})$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son matrices 4x4. Cuyas propiedades son:

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij} \quad (\text{A.3})$$

$$\alpha_i = \alpha_i^\dagger \quad (\text{A.4})$$

Estas relaciones son satisfechas por las matrices de Pauli.

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

De la ecuación de Schrödinger

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad (\text{A.6})$$

Donde  $\psi$  es un espinor de Dirac de cuatro componentes, cuya forma es:

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Para el caso de fermiones sin masa, reemplazamos (A.2) en (A.6)

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{p} \psi = E \psi \quad (\text{A.8})$$

Teniendo en cuenta (A.5) en (A.8), obtenemos:

$$- \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi = E \chi \quad (\text{A.9})$$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi = E \phi \quad (\text{A.10})$$

Como el caso es para un neutrino sin masa podemos hacer:

$$E = |\vec{p}| \quad (\text{A.11})$$

Reemplazando (A.11) en las ecuaciones (A.9) y (A.10), tenemos:

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \chi = -\chi \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \phi = -\phi \quad (\text{A.13})$$

Donde  $\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$  es el operador helicidad. Es decir,  $\chi$  describe neutrinos zurdos  $\nu_L$  con helicidad negativa y antineutrinos diestros  $\bar{\nu}_R$  con helicidad positiva. Mientras que (A.13) describe los estados  $\nu_R$  y  $\bar{\nu}_L$ . Esto fue propuesto por Weyl en 1929, pero fue rechazada debido a no ser invariante bajo una transformación de paridad. Sin embargo, esta no sería una objeción para neutrinos sin masa.

En la representacion Weyl o quiral, las matrices gamma se expresan como:

$$\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Si aplicamos el operador quiralidad  $P_L$  a  $\psi$ , tenemos:

$$\begin{aligned} P_L \psi &= \psi_L = P_L \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \\ \psi_L &= \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \\ \psi_L &= \frac{1}{2} \left[ \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \\ \psi_L &= \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Del mismo, de  $P_R \psi$  se obtiene

$$\psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$



# Apéndice B

## Partícula de Majorana

Considerando como punto de partida una partícula Dirac. De la definición de conjugación de carga:

$$\psi^C = C\bar{\psi}^T = C\gamma^0\psi^* \quad (\text{B.1})$$

Para  $\psi^C$

$$(\psi)^C = C\gamma^0\psi^*$$

Reemplazando (B.43)

$$(\psi)^C = i\gamma^2\psi^*$$

De (B.42) y (A.7)

$$\begin{aligned} (\psi)^C &= \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^* \\ \phi^* \end{pmatrix} \\ \psi^C &= \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ -i\sigma^2\chi^* \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Para  $(\psi_R)^C$ , tenemos:

$$(\psi_R)^C = C\gamma^0\psi_R^*$$

Reemplazando (B.43)

$$(\psi_R)^C = i\gamma^2\psi_R^*$$

De (B.42) y (A.18)

$$\begin{aligned} (\psi_R)^C &= \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \phi^* \end{pmatrix} \\ (\psi_R)^C &= \begin{pmatrix} i\sigma^2\phi^* \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Del mismo modo para  $(\psi_L)^C$

$$(\psi_L)^C = \begin{pmatrix} 0 \\ -i\sigma^2\chi^* \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Aplicando el operador paridad  $P_{R,L}$  a (B.2) y comparando con (B.3) y (B.4), tenemos:

$$\begin{aligned} (\psi_R)^C &= P_L\psi^C \\ (\psi_R)^C &= (\psi^C)_L \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} (\psi_L)^C &= P_R\psi^C \\ (\psi_L)^C &= (\psi^C)_R \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Ahora definimos un espinor de Majorana como:

$$\psi = \psi^C \quad (\text{B.7})$$

Considerando esta definición en las ecuaciones (B.5) y (B.6), tenemos:

$$\psi_L = (\psi_R)^C \quad (\text{B.8})$$

$$\psi_R = (\psi_L)^C \quad (\text{B.9})$$

## B.1. Campo de Majorana

Para empezar, consideremos un campo libre Dirac  $\psi(x)$

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \left( \hat{a}_s(p) u_s(p) e^{-ip \cdot x} + \hat{b}_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip \cdot x} \right) \quad (\text{B.10})$$

Donde  $\hat{a}_s(p)$  es un operador que aniquila un estado de partícula de momentum  $\mathbf{p}$  y componente de espín  $s$  en la dirección del momentum. El operador  $\hat{b}_s^\dagger(p)$  crea un estado de antipartícula. El espinor  $u_s(p)$  es la solución de onda plana para energía positiva, mientras que el espinor  $v_s(p)$  es solución de onda plana para energía negativa. Los espinores satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$(\gamma^\mu p_\mu - m) u_s(p) = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$(\gamma^\mu p_\mu + m) v_s(p) = 0 \quad (\text{B.12})$$

Las matrices  $\gamma^\mu$  satisfacen las siguientes relaciones:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{B.13})$$

$$\gamma_\mu^\dagger = \gamma_0 \gamma_\mu \gamma_0 \quad (\text{B.14})$$

Tomando la conjugada de (B.10),  $\psi^*(x)$ , tendremos  $\hat{a}_s^\dagger(p)$  y  $\hat{b}_s(p)$  como operadores de creación de una partícula y aniquilación de una antipartícula respectivamente.

Las antipartículas y las partículas serían idénticas para el caso de neutrinos de Majorana, es fácil decir que para este supuesto se cumple:

$$\psi(x) = \psi^*(x) \quad (\text{B.15})$$

Este es un error debido que la ecuación no es invariante Lorentz. bajo una transformación de Lorentz las coordenadas cambian de la siguiente manera:

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \omega^{\mu}_{\nu} x^{\nu} \quad (\text{B.16})$$

El campo espinorial se transforma mediante:

$$\psi'(x') = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\psi(x) \quad (\text{B.17})$$

donde

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}] \quad (\text{B.18})$$

De la ecuación (B.17), tenemos:

$$\psi'^*(x') = \exp\left(\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}^*\omega^{\mu\nu}\right)\psi^*(x) \quad (\text{B.19})$$

Comparando (B.17) y (B.19) podemos notar que no es la misma ley de transformación, debido a que las matrices  $\sigma_{\mu\nu}$  no son totalmente imaginarias. Esta comparación nos muestra que la expresión (B.15) no es correcta para el caso de Majorana. Por lo tanto definimos un campo conjugado en términos de una matriz indefinida  $C$ .

$$\hat{\psi}(x) = \gamma_0 C \psi^*(x) = \psi^C \quad (\text{B.20})$$

De modo que  $\hat{\psi}(x)$  transforme bajo Lorentz de la misma manera que  $\psi(x)$ .

$$\hat{\psi}'(x') = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\hat{\psi}(x) \quad (\text{B.21})$$

$$\hat{\psi}'(x') = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\gamma_0 C\psi^*(x) \quad (\text{B.22})$$

Sin embargo, podemos expresar (B.20) como:

$$\hat{\psi}'(x') = \gamma_0 C\psi'^*(x') \quad (\text{B.23})$$

Reemplazando la conjugada de (B.17), tenemos:

$$\hat{\psi}'(x') = \gamma_0 C \exp\left(\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}^*\omega^{\mu\nu}\right)\psi^*(x) \quad (\text{B.24})$$

De las expresiones (B.22) y (B.24), tenemos:

$$\exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\gamma_0 C = \gamma_0 C \exp\left(\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}^*\omega^{\mu\nu}\right) \quad (\text{B.25})$$

Expandiendo en Taylor y considerando transformaciones infinitesimales, tenemos:

$$-\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 C = \gamma_0 C\sigma_{\mu\nu}^* \quad (\text{B.26})$$

Podemos notar que la forma de la matriz  $C$  depende de las matrices  $\gamma$ . Normalizando (B.20), tenemos:

$$\hat{\psi}\hat{\psi}^\dagger = \gamma_0 C\psi^*(\gamma_0 C\psi^*)^\dagger = 1$$

Fácilmente se deduce que:

$$(\gamma_0 C)^\dagger = (\gamma_0 C)^{-1} \quad (\text{B.27})$$

Empleando las propiedades de la matriz  $\gamma_0$ , tenemos:

$$C^\dagger = C^{-1} \quad (\text{B.28})$$

Teniendo en cuenta las propiedades de  $\gamma_0$  en la ecuación (B.26), podemos deducir que:

$$C\sigma_{\mu\nu}^*C^{-1} = -\gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \quad (\text{B.29})$$

Partiendo de la siguiente propiedad para  $\sigma_{\mu\nu}$

$$\sigma_{\mu\nu}^\dagger = \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \quad (\text{B.30})$$

usando (B.18), tenemos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{i}{2}[\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu]\right)^\dagger &= \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \\ \left(-\frac{i}{2}[\gamma_\nu\gamma_\mu - \gamma_\mu\gamma_\nu]\right)^\dagger &= \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \\ -\frac{i}{2}[(\gamma_\nu\gamma_\mu)^\dagger - (\gamma_\mu\gamma_\nu)^\dagger] &= \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \\ -\frac{i}{2}[(\gamma_\mu^T)^*(\gamma_\nu^T)^* - (\gamma_\nu^T)^*(\gamma_\mu^T)^*] &= \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \end{aligned}$$

Para satisfacer la ecuación anterior, debemos considerar:

$$C^{-1}\gamma_\mu C = -\gamma_\mu^T \quad (\text{B.31})$$

$$C = -C^T \quad (\text{B.32})$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \frac{i}{2}[C\gamma_\mu^*\gamma_\nu^*C^{-1} - C\gamma_\nu^*\gamma_\mu^*C^{-1}] &= \gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \\ C\left(-\frac{i}{2}[\gamma_\mu^*\gamma_\nu^* - \gamma_\nu^*\gamma_\mu^*]\right)C^{-1} &= -\gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \\ C\sigma_{\mu\nu}^*C^{-1} &= -\gamma_0\sigma_{\mu\nu}\gamma_0 \end{aligned}$$

llegando a la expresión (B.29).

De (B.32) podemos notar que la matriz  $C$  es antisimétrica. Con estas propiedades demostradas, definimos el campo conjugado de (B.20):

$$\begin{aligned}\overline{\hat{\psi}} &= \hat{\psi}^\dagger \gamma_0 \\ \overline{\hat{\psi}} &= (\gamma_0 C \psi^*)^\dagger \gamma_0 \\ \overline{\hat{\psi}} &= \psi^T C^\dagger \gamma_0^\dagger \gamma_0\end{aligned}$$

Usando (B.28) y las propiedades de  $\gamma_0$

$$\overline{\hat{\psi}} = \psi^T C^{-1} \quad (\text{B.33})$$

Esta es la forma en la que el campo conjugado de Majorana es usualmente definido.

La forma específica de la matriz  $C$  dependerá de la representación de las matrices  $\gamma$  (Dirac o Majorana).

De manera general, se puede definir el campo de Majorana como:

$$\psi(x) = e^{i\theta} \hat{\psi}(x) \quad (\text{B.34})$$

agregando un factor de fase.

Considerando lo analizado, el operador de campo de Majorana es:

$$\psi(x) = \int \frac{d^3 p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} (\hat{a}_s(p) u_s(p) e^{-ip \cdot x} + \lambda \hat{a}_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip \cdot x}) \quad (\text{B.35})$$

Podemos notar que en lugar de  $\hat{b}_s^\dagger(p)$  aparece  $\lambda \hat{a}_s^\dagger(p)$ . Lo que significa que la partícula es igual a la antipartícula excepto por una fase  $\lambda$ , por lo que  $\lambda$  se relaciona con el ángulo  $\theta$  de la ecuación (B.34). Para encontrar esta relación y verificar que (B.34) satisface (B.35), expresamos  $\hat{\psi}(x)$  y evaluamos:

$$\hat{\psi}(x) = \gamma_0 C \psi^*(x)$$

De (B.35)

$$\hat{\psi}(x) = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \gamma_0 C (\hat{a}_s^\dagger(p) u_s^*(p) e^{ip \cdot x} + \lambda^* \hat{a}_s(p) v_s^*(p) e^{-ip \cdot x})$$

Considerando:

$$|\lambda|^2 = 1 \quad (\text{B.36})$$

$$\gamma_0 C u_s^*(p) = v_s(p) \quad (\text{B.37})$$

$$\gamma_0 C v_s^*(p) = u_s(p) \quad (\text{B.38})$$

tenemos:

$$\hat{\psi}(x) = \lambda^* \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E_p}} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} (\lambda \hat{a}_s^\dagger(p) v_s(p) e^{ip \cdot x} + \hat{a}_s(p) u_s(p) e^{-ip \cdot x})$$

De (B.35)

$$\hat{\psi}(x) = \lambda^* \psi(x) \quad (\text{B.39})$$

Comparando (B.39) con (B.34), tenemos que:

$$\lambda = e^{i\theta} \quad (\text{B.40})$$

Usualmente se le conoce a  $\lambda$  como el factor de fase de creación. Sin embargo esto es solo una convención ya que pudo introducirse el  $\lambda$  en la parte de aniquilación.

## B.2. Representación de la matriz C

### B.2.1. Dirac

En la representación de Dirac, las matrices gamma se expresan como:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.41})$$

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.42})$$

Identificamos la matriz  $C$  en esta representación partiendo de las relaciones (B.28), (B.31), (B.32),(B.37) y (B.38), obteniendo: [20]

$$C = i\gamma_2\gamma_0 \quad (\text{B.43})$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.44})$$

### B.2.2. Majorana

En esta representación, las matrices gamma se expresan como:[20]

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.45})$$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma^3 & 0 \\ 0 & i\sigma^3 \end{pmatrix} \quad (\text{B.46})$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.47})$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma^1 & 0 \\ 0 & -i\sigma^1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.48})$$

Teniendo en cuenta estas representaciones de las matrices gamma así como (B.28),(B.31), (B.32),(B.37) y (B.38) para el caso Majorana. La matriz  $C$  se define como:

$$C = -\gamma^0 \tag{B.49}$$

$$C = - \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{B.50}$$

# Apéndice C

## Invariancia Lorentz

Teniendo en cuenta que el campo Dirac  $\nu(x)$  transforma bajo Lorentz como:

$$\nu'(x') = S\nu(x) \quad (\text{C.1})$$

Podemos expresar el campo quirral  $\nu'_L$  como :

$$\nu'_L(x') = P_L\nu'(x') \quad (\text{C.2})$$

Reemplazando (C.1) en (C.2)

$$\nu'_L(x') = P_LS\nu(x) \quad (\text{C.3})$$

Teniendo en cuenta:

$$P_L = \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \quad (\text{C.4})$$

$$S = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right) \quad (\text{C.5})$$

$$[\gamma^5, \sigma^{\mu\nu}] = 0 \quad (\text{C.6})$$

Entonces

$$\nu'_L(x') = SP_L\nu(x) \quad (\text{C.7})$$

Finalmente

$$\nu'_L(x') = S\nu_L(x) \quad (\text{C.8})$$

La ecuación (C.8) nos dice que el término de masa de Dirac es un escalar de Lorentz (como lo son todos los términos en el Lagrangiano) ya que que los campos quirales  $\nu_L(x)$  y  $\nu_R$  se transforman bajo Lorentz de la misma manera que un campo Dirac  $\nu(x)$ , del mismo modo los campos quirales adjuntos  $\overline{\nu}_L(x)$  y  $\overline{\nu}_R(x)$  transforman bajo Lorentz como  $\overline{\nu}(x)$ .

Como se ha mostrado en (3.31) y (3.32), para el caso Majorana, podemos expresar el campo quiral diestro  $\nu_R$  en función del campo quiral zurdo  $\nu_L$  mediante el campo de carga conjugado.

$$\nu_L^C = C\overline{\nu}_L^T \quad (\text{C.9})$$

Ya que  $\nu_L^C$  es right-handed, el término de masa (3.40) se puede expresar de la siguiente manera:  $\overline{\nu}_L^C \nu_L$ . Sin embargo, mediante una transformación de Lorentz, el campo de carga conjugado

$$\nu_L^C(x) = C\overline{\nu}_L^T = C(\nu_L^\dagger(x)\gamma^0)^T \quad (\text{C.10})$$

Se transforma como:

$$\nu_L^C(x) \rightarrow C(\overline{\nu}_L^T(x'))^T \quad (\text{C.11})$$

Según (C.8)

$$\nu_L^C(x) \rightarrow C(\overline{\nu}_L S^{-1})^T \quad (\text{C.12})$$

$$\nu_L^C(x) \rightarrow C(S^{-1})^T \overline{\nu}_L^T \quad (\text{C.13})$$

$$\nu_L^C(x) \rightarrow C(S^{-1})^T C^{-1} C\overline{\nu}_L^T \quad (\text{C.14})$$

De (C.9), tenemos:

$$\nu_L^C(x) \rightarrow C(S^{-1})^T C^{-1} \nu_L^C \quad (\text{C.15})$$

De la propiedad (B.29), se puede demostrar que:

$$C(S^{-1})^T C^{-1} = S \quad (\text{C.16})$$

Por lo tanto:

$$\nu_L^C(x) \rightarrow S \nu_L^C \quad (\text{C.17})$$

Del mismo modo para  $\overline{\nu}_L^C(x)$

$$\overline{\nu}_L^C(x) \rightarrow \overline{\nu}_L^C S^{-1} \quad (\text{C.18})$$



# Apéndice D

## Términos de masa para fermiones

$$\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}(\psi)^C + \overline{(\psi)^C}\psi + \overline{(\psi)^C}(\psi)^C \quad (\text{D.1})$$

Expresando el capó en sus componentes quirales  $\psi = \psi_L + \psi_R$

$$\begin{aligned} & (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)(\psi_L + \psi_R) + (\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R)((\psi_L)^C + (\psi_R)^C) + \\ & ((\psi_L)^C + (\psi_R)^C)(\psi_L + \psi_R) + (\overline{(\psi_L)^C} + \overline{(\psi_R)^C})((\psi_L)^C + (\psi_R)^C) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Teniendo en cuenta que  $\bar{\psi}_L\psi_L = \bar{\psi}_R\psi_R = 0$

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R(\psi_R)^C + \bar{\psi}_R(\psi_L)^C + \bar{\psi}_L(\psi_R)^C + \bar{\psi}_L(\psi_L)^C \\ & + \overline{(\psi_R)^C}\psi_R + \overline{(\psi_R)^C}\psi_L + \overline{(\psi_L)^C}\psi_R + \overline{(\psi_L)^C}\psi_L + \overline{(\psi_R)^C}(\psi_L)^C \\ & \quad + \overline{(\psi_L)^C}(\psi_R)^C \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Simplificando a partir de (B.8) y (B.9)

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R(\psi_R)^C + \bar{\psi}_L(\psi_L)^C + \overline{(\psi_R)^C}\psi_R + \overline{(\psi_L)^C}\psi_L + \\ & \quad \overline{(\psi_R)^C}(\psi_L)^C + \overline{(\psi_L)^C}(\psi_R)^C \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

$$\overline{\psi}_L \psi_R + \overline{\psi}_L (\psi_L)^C + \overline{\psi}_R (\psi_R)^C + (\overline{\psi}_R)^C (\psi_L)^C + \text{H.c.} \quad (\text{D.5})$$

# Apéndice E

## Masas Higgs Seesaw Tipo II

Estableciendo el mínimo en el potencial igualando a cero la derivada del potencial evaluado en los valores esperados de vacío.

$$\frac{\partial \langle V(\phi, \Delta) \rangle}{\partial v} = 0 \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{\partial \langle V(\phi, \Delta) \rangle}{\partial v_\Delta} = 0 \quad (\text{E.2})$$

Para (E.1), tomamos los términos de (4.92) que dependen solo de  $v$ . Además, teniendo en cuenta (4.91) y (4.88), tenemos:

$$\langle V(\phi, \Delta) \rangle = \mu_1^2 \frac{v^2}{2} + \lambda_1 \frac{v^4}{4} - \lambda_6 v^2 v_\Delta + \lambda_7 v_\Delta^2 \frac{v^2}{2} + \lambda_9 v_\Delta^2 \frac{v^2}{2}$$

Entonces:

$$\frac{\partial \langle V(\phi, \Delta) \rangle}{\partial v} = \mu_1^2 v + \lambda_1 v^3 - 2\lambda_6 v v_\Delta + \lambda_7 v_\Delta^2 v + \lambda_9 v v_\Delta^2 = 0 \quad (\text{E.3})$$

Despejando  $\mu_1^2$

$$\mu_1^2 = -\lambda_1 v^2 + 2\lambda_6 v_\Delta - (\lambda_7 + \lambda_9) v_\Delta^2 \quad (\text{E.4})$$

Para (E.2), tomamos los términos de (4.92) que dependen solo de  $v_\Delta$ . Además, teniendo en cuenta (4.91) y (4.88), tenemos:

$$\langle V(\phi, \Delta) \rangle = \mu_2^2 \frac{v_\Delta^2}{2} + \lambda_2 v_\Delta^4 + \lambda_4 v_\Delta^4 - \lambda_6 v^2 v_\Delta + \lambda_7 v_\Delta^2 \frac{v^2}{2} + \lambda_9 \frac{v^2}{2} v_\Delta^2$$

Entonces:

$$\frac{\partial \langle V(\phi, \Delta) \rangle}{\partial v_\Delta} = \mu_2^2 v_\Delta + 4\lambda_2 v_\Delta^3 - \lambda_6 v^2 + \lambda_7 v_\Delta v^2 + \lambda_9 v^2 v_\Delta = 0 \quad (\text{E.5})$$

Despejando  $\mu_2^2$

$$\mu_2^2 = -4(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2 + \lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} - (\lambda_7 + \lambda_9)v^2 \quad (\text{E.6})$$

Reemplazando (E.4) y (E.6) en (4.92). Los potenciales  $V(\phi)$ ,  $V(\Delta)$  y  $V_I(\phi, \Delta)$  de las ecuaciones (4.93), (4.94) y (4.95) respectivamente toman la siguiente forma:

Potencial  $V(\phi)$

$$\begin{aligned} V(\phi) = & [-\lambda_1 v^2 + 2\lambda_6 v_\Delta - (\lambda_7 + \lambda_9)v_\Delta^2] \left[ \phi^- \phi^+ + \frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{2} + vH + \frac{\zeta^2}{2} \right] \\ & + \lambda_1 \left[ \phi^- \phi^+ + \frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{2} + vH + \frac{\zeta^2}{2} \right] \left[ \phi^- \phi^+ + \frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{2} + vH + \frac{\zeta^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

Potencial  $V(\Delta)$

$$\begin{aligned}
V(\Delta) = & \frac{1}{2} \left[ -4(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2 + \lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} - (\lambda_7 + \lambda_9)v^2 \right] \\
& \left[ v_\Delta^2 + \sqrt{2}v_\Delta\Delta^0 + \sqrt{2}v_\Delta\Delta^{0*} + 2\Delta^{0*}\Delta^0 + 2\Delta^+\Delta^- + 2\Delta^{++}\Delta^{--} \right] \\
& + \lambda_2 v_\Delta^4 + 2\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta^3 \Delta^{0*} + 2\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta^3 \Delta^0 + 2\lambda_2 v_\Delta^2 \Delta^{0*2} \\
& + 8\lambda_2 v_\Delta^2 \Delta^{0*}\Delta^0 + 2\lambda_2 v_\Delta^2 \Delta^{0^2} + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^{0*}\Delta^0 \\
& + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^{0*}\Delta^{0^2} + 4\lambda_2 \Delta^{0*2}\Delta^{0^2} + 4\lambda_2 v_\Delta^2 \Delta^+\Delta^- \\
& + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^{0*}\Delta^+\Delta^- + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^0 \Delta^+\Delta^- + 8\lambda_2 \Delta^{0*}\Delta^0 \Delta^+\Delta^- \\
& + 4\lambda_2 v_\Delta^2 \Delta^{++}\Delta^{--} + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^{0*}\Delta^{++}\Delta^{--} + 4\sqrt{2}\lambda_2 v_\Delta \Delta^0 \Delta^{++}\Delta^{--} \\
& + 8\lambda_2 \Delta^{0*}\Delta^0 \Delta^{++}\Delta^{--} + 4\lambda_2 \Delta^+\Delta^-\Delta^+\Delta^- + 8\lambda_2 \Delta^+\Delta^-\Delta^{++}\Delta^{--} \\
& + 2\lambda_3 \Delta^+\Delta^-\Delta^+\Delta^- + \Lambda_4 + \Lambda_5
\end{aligned} \tag{E.8}$$

Donde

$$\Lambda_4 = \lambda_4 \Delta^{ij} \Delta_{jk} \Delta^{kl} \Delta_{li} \tag{E.9}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_4 = & \lambda_4 \Delta^{11} \Delta_{11} \Delta^{11} \Delta_{11} + \lambda_4 \Delta^{11} \Delta_{11} \Delta^{12} \Delta_{21} + \lambda_4 \Delta^{11} \Delta_{12} \Delta^{21} \Delta_{11} \\
& + \lambda_4 \Delta^{11} \Delta_{12} \Delta^{22} \Delta_{21} + \lambda_4 \Delta^{12} \Delta_{21} \Delta^{11} \Delta_{11} + \lambda_4 \Delta^{12} \Delta_{21} \Delta^{12} \Delta_{21} \\
& + \lambda_4 \Delta^{12} \Delta_{22} \Delta^{21} \Delta_{11} + \lambda_4 \Delta^{12} \Delta_{22} \Delta^{22} \Delta_{21} + \lambda_4 \Delta^{21} \Delta_{11} \Delta^{11} \Delta_{12} \\
& + \lambda_4 \Delta^{21} \Delta_{11} \Delta^{12} \Delta_{22} + \lambda_4 \Delta^{21} \Delta_{12} \Delta^{21} \Delta_{12} + \lambda_4 \Delta^{21} \Delta_{12} \Delta^{22} \Delta_{22} \\
& + \lambda_4 \Delta^{22} \Delta_{21} \Delta^{11} \Delta_{12} + \lambda_4 \Delta^{22} \Delta_{21} \Delta^{12} \Delta_{22} + \lambda_4 \Delta^{22} \Delta_{22} \Delta^{21} \Delta_{12} \\
& + \lambda_4 \Delta^{22} \Delta_{22} \Delta^{22} \Delta_{22}
\end{aligned} \tag{E.10}$$

$$\Lambda_5 = \lambda_5 (\epsilon^{ij} \Delta_{jk} \epsilon^{kl} \Delta_{lm} \Delta^{mn} \epsilon_{np} \Delta^{pq} \epsilon_{qi}) \tag{E.11}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_5 = & -\lambda_5 \Delta_{21} \Delta_{21} \Delta^{11} \Delta^{22} - \lambda_5 \Delta_{21} \Delta_{22} \Delta^{21} \Delta^{22} + \lambda_5 \Delta_{21} \Delta_{21} \Delta^{12} \Delta^{12} \\
& + \lambda_5 \Delta_{21} \Delta_{22} \Delta^{22} \Delta^{12} + \lambda_5 \Delta_{22} \Delta_{11} \Delta^{11} \Delta^{22} + \lambda_5 \Delta_{22} \Delta_{12} \Delta^{21} \Delta^{22} \\
& - \lambda_5 \Delta_{22} \Delta_{11} \Delta^{12} \Delta^{12} - \lambda_5 \Delta_{22} \Delta_{12} \Delta^{22} \Delta^{12} - \lambda_5 \Delta_{11} \Delta_{21} \Delta^{11} \Delta^{21} \\
& - \lambda_5 \Delta_{11} \Delta_{22} \Delta^{21} \Delta^{21} + \lambda_5 \Delta_{11} \Delta_{21} \Delta^{12} \Delta^{11} + \lambda_5 \Delta_{11} \Delta_{22} \Delta^{22} \Delta^{11} \\
& + \lambda_5 \Delta_{12} \Delta_{11} \Delta^{11} \Delta^{21} + \lambda_5 \Delta_{12} \Delta_{22} \Delta^{21} \Delta^{21} - \lambda_5 \Delta_{12} \Delta_{11} \Delta^{12} \Delta^{11} \\
& - \lambda_5 \Delta_{12} \Delta_{12} \Delta^{22} \Delta^{11}
\end{aligned} \tag{E.12}$$

Para  $V_I(\phi, \Delta)$

$$\begin{aligned}
V_I(\phi, \Delta) = & \lambda_6 (\phi_1 \Delta_{21} \phi_2 - \phi_1 \Delta_{22} \phi_1 - \phi_2 \Delta_{11} \phi_2 + \phi_2 \Delta_{12} \phi_1 + \text{H.c.}) \\
& + \lambda_7 \Delta_{11} \Delta^{11} \phi_1 \phi^1 + \lambda_7 \Delta_{11} \Delta^{11} \phi_2 \phi^2 + 2\lambda_7 \Delta_{12} \Delta^{12} \phi_1 \phi^1 + 2\lambda_7 \Delta_{12} \Delta^{12} \phi_2 \phi^2 \\
& + \lambda_7 \Delta_{22} \Delta^{22} \phi_1 \phi^1 + \lambda_7 \Delta_{22} \Delta^{22} \phi_2 \phi^2 + \lambda_8 \phi_1 \Delta^{11} \Delta_{11} \phi^1 + \lambda_8 \phi_1 \Delta^{11} \Delta_{12} \phi^2 \\
& + \lambda_8 \phi_1 \Delta^{12} \Delta_{21} \phi^1 + \lambda_8 \phi_1 \Delta^{12} \Delta_{22} \phi^2 + \lambda_8 \phi_2 \Delta^{21} \Delta_{11} \phi^1 + \lambda_8 \phi_2 \Delta^{21} \Delta_{22} \phi^2 \\
& + \lambda_8 \phi_2 \Delta^{22} \Delta_{21} \phi^1 + \lambda_8 \phi_2 \Delta^{22} \Delta_{22} \phi^2 - \lambda_9 \phi_1 \Delta_{21} \Delta^{11} \phi^2 + \lambda_9 \phi_2 \Delta_{21} \Delta^{12} \phi^2 \\
& - \lambda_9 \phi_2 \Delta_{12} \Delta^{21} \phi^2 + \lambda_9 \phi_1 \Delta_{22} \Delta^{22} \phi^1 + \lambda_9 \phi_2 \Delta_{11} \Delta^{11} \phi^2 - \lambda_9 \phi_2 \Delta_{11} \Delta^{12} \phi^1 \\
& + \lambda_9 \phi_2 \Delta_{12} \Delta^{21} \phi^2 + \lambda_9 \phi_2 \Delta_{12} \Delta^{22} \phi^1
\end{aligned} \tag{E.13}$$

Con

$$\Delta_{ij} = (\Delta^{ij})^* \tag{E.14}$$

$$\phi_i = (\phi^i)^* \tag{E.15}$$

Es decir:

$$\Delta^{11} = (v_\Delta + \sqrt{2}\Delta^0) \quad \Delta_{11} = (v_\Delta + \sqrt{2}\Delta^{0*}) \tag{E.16}$$

$$\Delta^{12} = \Delta^{21} = \Delta^- \quad \Delta_{12} = \Delta_{21} = \Delta^+ \tag{E.17}$$

$$\Delta^{22} = \Delta^{--} \quad \Delta_{22} = \Delta^{++} \quad (\text{E.18})$$

$$\phi_1 = \phi^- \quad \phi^1 = \phi^+ \quad (\text{E.19})$$

$$\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H - i\zeta) \quad \phi^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H + i\zeta) \quad (\text{E.20})$$

$$\Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta + i\xi) \quad \Delta^{0*} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta - i\xi) \quad (\text{E.21})$$

Expandiendo el potencial y quedándonos sólo con los términos de masa para los campos, tenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masa} = & (\lambda_8 - \lambda_9)v_\Delta^2\phi^+\phi^- + 2\lambda_6v_\Delta\phi^+\phi^- + \sqrt{2}\lambda_6v\phi^+\Delta^- \\ & + \frac{(\lambda_8 - \lambda_9)}{\sqrt{2}}v_\Delta v\phi^+\Delta^- + \sqrt{2}\lambda_6v\phi^-\Delta^+ + \frac{(\lambda_8 - \lambda_9)}{\sqrt{2}}vv_\Delta\phi^-\Delta^+ \\ & + \lambda_6\frac{v^2}{v_\Delta}\Delta^+\Delta^- + \frac{\lambda_6}{2}v^2(\lambda_8 - \lambda_9)\Delta^+\Delta^- + 4(\lambda_5 - \lambda_4)v_\Delta^2\Delta^{++}\Delta^{--} \\ & + (\lambda_8 - \lambda_9)v^2\Delta^{++}\Delta^{--} + \lambda_6\frac{v^2}{v_\Delta}\Delta^{++}\Delta^{--} + \lambda_1v^2H^2 + 2\lambda_6v_\Delta\zeta^2 \\ & + 4(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2\delta^2 + \frac{\lambda_6}{2v_\Delta}v^2\delta^2 + \frac{\lambda_2}{2}\frac{v^2}{v_\Delta}\xi^2 - 2\lambda_6v\delta H \\ & + 2(\lambda_7 + \lambda_9)vv_\Delta\delta H + 2\lambda_6v\xi\zeta \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

Construyendo las matrices de masa para los distintos campos. Para simplicidad, separamos el lagrangiano (E.22) en:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masa}^1 = & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \phi^+ & \Delta^+ \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} 2(\lambda_8 - \lambda_9)v_\Delta^2 + 4\lambda_6v_\Delta & 2\sqrt{2}\lambda_6v + 2\frac{(\lambda_8 - \lambda_9)}{\sqrt{2}}v_\Delta v \\ 2\sqrt{2}\lambda_6v + 2\frac{(\lambda_8 - \lambda_9)}{\sqrt{2}}v_\Delta v & 2\lambda_6\frac{v^2}{v_\Delta} + (\lambda_8 - \lambda_9)v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \Delta^- \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

$$\mathcal{L}_{masa}^2 = \frac{1}{2} \Delta^{++} \Delta^{--} \left[ 8(\lambda_5 - \lambda_4)v_\Delta^2 + 2(\lambda_8 - \lambda_9)v^2 + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \right] \quad (\text{E.24})$$

$$\mathcal{L}_{masa}^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \zeta & \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4\lambda_6 v_\Delta & 2\lambda_6 v \\ 2\lambda_6 v & \lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta \\ \xi \end{pmatrix} \quad (\text{E.25})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masa}^4 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} H & \delta \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} 2\lambda_1 v^2 & -2v\lambda_6 + 2vv_\Delta(\lambda_7 - \lambda_9) \\ -2v\lambda_6 + 2vv_\Delta(\lambda_7 + \lambda_9) & 8(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2 + \lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \\ \delta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E.26})$$

Los campos doblemente cargados  $\Delta^{\pm\pm}$  son los únicos que obtienen de modo directo los términos de masa.

$$\Delta^{\pm\pm} = H^{\pm\pm} \quad (\text{E.27})$$

$$M_{H^{\pm\pm}}^2 = 8(\lambda_5 - \lambda_4)v_\Delta^2 + 2(\lambda_8 - \lambda_9)v^2 + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (\text{E.28})$$

Para los otros casos debemos diagonalizar las respectivas matrices para determinar los valores y vectores propios, esto se realizó con ayuda del software *Mathematica*. Del lagrangiano (E.23) se obtienen bosones Goldstones cargados sin masa y bosones de Higgs cargados. De la transpuesta de los vectores propios se obtiene la matriz rotación entre  $\phi^\pm$ ,  $\Delta^\pm$  y los bosones físicos  $G^\pm$ ,  $H^\pm$

$$G^\pm = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 2v_\Delta^2}} \phi^\pm - \frac{\sqrt{2}v_\Delta}{\sqrt{v^2 + 2v_\Delta^2}} \Delta^\pm \quad (\text{E.29})$$

$$M_{G^\pm}^2 = 0 \quad (\text{E.30})$$

$$H^\pm = \frac{\sqrt{2}v_\Delta}{\sqrt{v^2 + 2v_\Delta^2}} \phi^\pm + \frac{v}{\sqrt{v^2 + 2v_\Delta^2}} \Delta^\pm \quad (\text{E.31})$$

$$M_{H^\pm}^2 = 8(\lambda_8 - \lambda_9) \left( v_\Delta^2 + \frac{v^2}{2} \right) + 4\lambda_6 v_\Delta + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (\text{E.32})$$

De la diagonalización del Lagrangiano (E.25), tenemos un bosón pseudo escalar  $A^0$  y un bosón de Higgs físico  $H_2^0$

$$A^0 = \frac{2v_\Delta}{\sqrt{v^2 + 4v_\Delta^2}} \zeta + \frac{v}{\sqrt{v^2 + 4v_\Delta^2}} \xi \quad (\text{E.33})$$

$$M_{A^0}^2 = 0 \quad (\text{E.34})$$

$$H_2^0 = \frac{2v_\Delta}{\sqrt{v^2 + 4v_\Delta^2}} \xi - \frac{v}{\sqrt{v^2 + 4v_\Delta^2}} \zeta \quad (\text{E.35})$$

$$M_{H_2^0}^2 = 8\lambda_6 v_\Delta + 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (\text{E.36})$$

De la diagonalización del Lagrangiano (E.26), obtenemos bosones físicos de Higgs. Para esta diagonalización se aproximó los resultados teniendo en cuenta que  $v_\Delta \ll v$

$$M_{h_0}^2 \simeq 2\lambda_1 v^2 \quad (\text{E.37})$$

$$M_{H_1^0}^2 \simeq 2\lambda_6 \frac{v^2}{v_\Delta} \quad (\text{E.38})$$



# Bibliografía

- [1] A Brief History Of Neutrinos. <https://t2k-experiment.org>. Accessed: 2016-03-15.
- [2] Daniel Alva, Tao Han, and Richard Ruiz. Heavy Majorana neutrinos from  $W\gamma$  fusion at hadron colliders. *JHEP*, 02:072, 2015.
- [3] Stefan Antusch, Eros Cazzato, and Oliver Fischer. Higgs production from sterile neutrinos at future lepton colliders. 2015.
- [4] Anupama Atre, Tao Han, Silvia Pascoli, and Bin Zhang. The Search for Heavy Majorana Neutrinos. *JHEP*, 05:030, 2009.
- [5] A. B. Balantekin. Selected topics in neutrino astrophysics. In *Nuclear physics. Proceedings, 8th Jorge Andre Swieca Summer School, Sao Jose dos Campos, Campos do Jordao, Brazil, January 26-February 7, 1997*, 1997.
- [6] Vernon Barger, Danny Marfatia, and Kerry Whisnant. *The physics of neutrinos*. Princeton Univ. Pr., Princeton, USA, 2012.
- [7] Felix Boehm and Petr Vogel. *Physics of massive neutrinos*. Cambridge University Press, 1992.
- [8] T. P. Cheng and L. F. Li. *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*. 1984.

- [9] F. del Aguila and J. A. Aguilar-Saavedra. Distinguishing seesaw models at LHC with multi-lepton signals. *Nucl. Phys.*, B813:22–90, 2009.
- [10] F. del Aguila, J. A. Aguilar-Saavedra, and R. Pittau. Heavy neutrino signals at large hadron colliders. *JHEP*, 10:047, 2007.
- [11] Alberto M. Gago, P. Hernandez, J Jones P., M. Losada, and A. Moreno B. Probing the Type I Seesaw Mechanism with Displaced Vertices at the LHC. *Eur. Phys. J.*, C75(10):470, 2015.
- [12] Carlo Giunti and Chung W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007.
- [13] M. C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Updated fit to three neutrino mixing: status of leptonic CP violation. *JHEP*, 11:052, 2014.
- [14] Walter Grimus. Neutrino Physics - Models for Neutrino Masses and Lepton Mixing. *PoS*, P2GC:001, 2006.
- [15] W. C. Haxton, R. G. Hamish Robertson, and Aldo M. Serenelli. Solar Neutrinos: Status and Prospects. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 51:21–61, 2013.
- [16] Alexander Himmel. New Limits on Sterile Neutrino Mixing with Atmospheric Neutrinos. *Phys. Procedia*, 61:612–618, 2015.
- [17] Kazuyuki Kanaya. Neutrino Mixing in the Minimal SO(10) Model. *Prog. Theor. Phys.*, 64:2278, 1980.
- [18] Ernest Ma. Pathways to naturally small neutrino masses. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1171–1174, 1998.
- [19] Alejandra Melfo, Miha Nemevsek, Fabrizio Nesti, Goran Senjanovic, and Yue Zhang. Type II Seesaw at LHC: The Roadmap. *Phys. Rev.*, D85:055018, 2012.

- [20] R. N. Mohapatra and P. B. Pal. Massive neutrinos in physics and astrophysics. Second edition. *World Sci. Lect. Notes Phys.*, 60:1–397, 1998. [World Sci. Lect. Notes Phys.72,1(2004)].
- [21] J. C. Montero, C. A. de S. Pires, and V. Pleitez. Neutrino masses through a type II seesaw mechanism at TeV scale. *Phys. Lett.*, B502:167–170, 2001.
- [22] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [23] Juan Pablo Rubio Ospina. Generación de masa de neutrinos por mecanismo see-saw tipo ii. Magister en Ciencias-Física, 2011.
- [24] E. W. Otten and C. Weinheimer. Neutrino mass limit from tritium beta decay. *Rept. Prog. Phys.*, 71:086201, 2008.
- [25] F. Reines, C. L. Cowan, F. B. Harrison, A. D. McGuire, and H. W. Kruse. Detection of the free anti-neutrino. *Phys. Rev.*, 117:159–173, 1960.
- [26] S. Schael et al. Precision electroweak measurements on the  $Z$  resonance. *Phys. Rept.*, 427:257–454, 2006.
- [27] M. Schwartz. Feasibility of using high-energy neutrinos to study the weak interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 4:306–307, 1960.
- [28] Alexei Yu. Smirnov and Morimitsu Tanimoto. Is Zee model the model of neutrino masses? *Phys. Rev.*, D55:1665–1671, 1997.
- [29] Peter Michael Thornewell. *3 Neutral Current Detectors for the Sudbury Neutrino Observatory*. PhD thesis, Citeseer, 1997.
- [30] A. Zee. A Theory of Lepton Number Violation, Neutrino Majorana Mass, and Oscillation. *Phys. Lett.*, B93:389, 1980. [Erratum: *Phys. Lett.*B95,461(1980)].

- [31] A. Zee. Quantum Numbers of Majorana Neutrino Masses. *Nucl. Phys.*, B264:99, 1986.