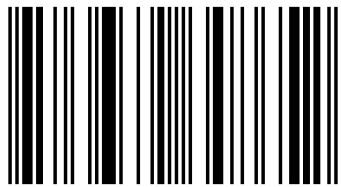


Constructores de la matemática

Morris KLEIN, en su libro: El fracaso de la matemática moderna, ¿Por qué Jaimito no sabe sumar? Sostiene: “muchos de los hombres que han sido considerados como los matemáticos más importantes del pasado, hicieron un trabajo más sobresaliente en astronomía, mecánica, elasticidad, electricidad, magnetismo entre otros”. La matemática fue y es la reina y la criada de todas las ciencias. Exploraban aplicaciones prácticas para los conocimientos que ellos y otros habían acumulado. Isaac Newton estudio el movimiento de la luna para ayudar a los marineros y determinar su posición. Leonardo Euler estudio el diseño de barcos veleros. Descartes diseño lentes para mejorar el telescopio y el microscopio. Gauss trabajó y mejoró el telégrafo eléctrico. La única finalidad que nos ha motivado a preparar este libro se reduce a exponer bajo un aspecto más atractivo y simple, temas originales que despiertan la curiosidad en los amantes de la matemática, permite hacer entretenidas excursiones por los principales constructores de la matemática, fascinantes historias de las matemáticas, muestra inesperadas anécdotas, problemas sin resolver, curiosidades, falacias y mucho más.



Carlos David Laura Quispe, tiene estudios de Pos Graduación en la FURG de Brasil. Es Mg. en Informática Educativa por la Universidad de la Frontera de Chile. Ha sido becario de la JICA (Chile), COIMBRA (Brasil), CIMAT (México). Es investigador de la Universidad Católica Santa María (UCSM) y el Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES).



978-3-639-64865-2

Laura Quispe

Constructores de la matemática



Carlos David Laura Quispe

Constructores de la matemática

Una excursión por la historia, historias, protagonistas, anécdotas, falacias, curiosidades y más

PUBLICIA



Carlos David Laura Quispe
Constructores de la matemática

FOR AUTHOR USE ONLY

FOR AUTHOR USE ONLY

Carlos David Laura Quispe

Constructores de la matemática

**Una excursión por la historia, historias,
protagonistas, anécdotas, falacias, curiosidades y
más**

FOR AUTHOR USE ONLY

PUBLICIA

Impressum / Aviso legal

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Información bibliográfica de la Deutsche Nationalbibliothek: La Deutsche Nationalbibliothek clasifica esta publicación en la Deutsche Nationalbibliografie; los datos bibliográficos detallados están disponibles en internet en <http://dnb.d-nb.de>.

Todos los nombres de marcas y nombres de productos mencionados en este libro están sujetos a la protección de marca comercial, marca registrada o patentes y son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de sus respectivos propietarios. La reproducción en esta obra de nombres de marcas, nombres de productos, nombres comunes, nombres comerciales, descripciones de productos, etc., incluso sin una indicación particular, de ninguna manera debe interpretarse como que estos nombres pueden ser considerados sin limitaciones en materia de marcas y legislación de protección de marcas y, por lo tanto, ser utilizados por cualquier persona.

Coverbild / Imagen de portada: www.ingimage.com

Verlag / Editorial:

PUBLICIA

ist ein Imprint der / es una marca de

OmniScriptum GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Alemania

Email / Correo Electrónico: info@editorial-publicia.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Publicado en: consulte la última página

ISBN: 978-3-639-64865-2

Zugl. / Aprobado por: Arequipa, Universidad Católica Santa María, 2014

Copyright / Propiedad literaria © 2015 OmniScriptum GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Todos los derechos reservados. Saarbrücken 2015

Constructores de la Matemática

**Una Excursión por la Historia, Historias, Protagonistas,
Anécdotas, Falacias, Curiosidades y más**

Carlos David LAURA QUISPE¹

Julio, 2015

¹ **Carlos David LAURA QUISPE.** Es Licenciado en Ciencias de la Educación especialidad físico matemático, Economista y Magister en Informática Educativa por la Universidad de la Frontera (UFRO) de Chile. Con estudios de post graduación en la Universidad Federal de Rio Grande (FURG) de Brasil. Con especializaciones en la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV) de Chile, en la Universidad Alberto Hurtado de Chile, en la Universidad Autónoma de Chile, en el Banco Interamericano de Desarrollo (BID). Ha sido becario de la Agencia de cooperación Internacional, el Centro de Investigación en Matemática (CIMAT), de Guanajuato, México; el Grupo Coimbra de Universidades Brasileñas, entre otras. Ha laborado en la Universidad Nacional San Agustín (UNSA), en el Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES), actualmente labora en la Universidad Católica Santa María (UCSM). Sus publicaciones más importantes tienen que ver con incorporación e integración de TIC a la educación, formación inicial docente, evaluaciones censales, carrera pública magisterial; álgebra y cálculo.

FOR AUTHOR USE ONLY

***“La matemática es la Reyna y sirvienta de todas las ciencias”
Carl Friedrich Gauss***

FOR AUTHOR USE ONLY

CONTENIDO

PRESENTACIÓN	11
1. PROTAGONISTAS DE LA MATEMÁTICA.....	13
1.1 Thales de Mileto	13
1.2 Euclides.....	13
1.3 Pitágoras.....	14
1.4 Arquímedes de Siracusa	14
1.5 Eratóstenes.....	15
1.6 Pappus de Alejandría	16
1.7 Hipatía	16
1.8 Al-Khwarizmi	17
1.9 Leonardo de Pisa.....	18
1.10 Gerolamo Cardano.....	19
1.11 Stephen Hawking.....	20
1.12 Francois viete.....	22
1.13 Galileo Galilei.....	23
1.14 Martín Mersenne	24
1.15 Pierre de Fermat	25
1.16 Blaise Pascal.....	26
1.17 Isaac Newton.....	27
1.18 Gottfried Wilhelm Von Leibnitz	28
1.19 La familia Bernoulli	29
1.20 Leonardo Euler	29
1.21 María Gaetana Agnesi.....	31
1.22 Joseph Louis Lagrange.....	31
1.23 Pierre Simón Laplace	32
1.24 Carl Friedrich Gauss.....	33

1.25 Sophie Germain	34
1.26 Evariste Galois	35
1.27 Srinivasa Ramanujan.....	36
1.28 George Cantor.....	37
1.29 Bertrand Russell.....	38
1.30 Stanislaw Ulam	39
1.31 John Von Neumann.....	40
1.32 Nicolas Bourbaki.....	41
1.33 John Charles Fields.....	42
1.34 Niels H. Abel	43
2. ANECDOTAS DE MATEMÁTICOS.....	44
2.1 Isaac Newton.....	44
2.2 Thales de Mileto	44
2.3 Carl Friedrich Gauss	44
2.4 Sophie Germain.....	44
2.5 Evariste Galois.....	45
2.6 Hilbert y el teorema de Fermat.....	45
2.7 Thales el Distraído	45
2.8 El mulo Racional.....	45
2.9 La pirámide de Keops.....	46
2.10 El Chofer de Einstein.....	46
2.11 La sopa de Albert Einstein.....	46
2.12 El Reloj de Isaac Newton.....	47
2.13 Norbert Weiner el Distraído	47
2.14 La Camisa de Hilbert	47
2.15 El invitado de Hilbert	48
2.16 El Cerebro de bischoff.....	48
2.17 El telegrama de Dirichlet	48

2.18 Ojo con los Números Grandes.....	48
2.19 Marilyn Monroe	49
2.20 Distraído Incurable	50
2.21 Arquímedes y la Geometría	50
2.22 La Pregunta de Dirac.....	50
2.23 El Peso de la Luz.....	50
2.24 Soichiro Honda	51
2.25 Wittgenstein y el Tren.....	51
2.26 Von Neumann y la Mosca.....	52
2.27 Las Tareas para la Casa de Dantzig.....	52
2.28 ¡...Eureka...! ¡...Eureka...!	53
2.29 La Razón Áurea o la perfecta proporción.....	54
3. PARADOJAS MATEMÁTICAS.....	54
3.1 Paradoja del Infinito	54
3.2 Aquiles y la Tortuga	55
3.3 ¿Dónde están los límites del Deporte?	56
4. ¿SABÍAS QUÉ?	56
5. CÁLCULO MENTAL.....	61
5.1 Multiplicación por 5.....	61
5.2 Multiplicación por 11	62
5.3 Multiplicación por 15.....	63
5.4 Multiplicación por 25.....	63
5.5 Cuadrado de un Número de 2 cifras.....	64
5.6 Cuadrado de un Número de 2 cifras múltiplo de 5	65
5.7 Cuadrado de un Número de tres cifras que termina en 25.....	65
5.8 Cuadrado de un Número Formado sólo por cifras 1	66
5.9 Cuadrado de un Número Formado sólo por "n" cifras 3	66
5.10 Producto de Números Comprendidos entre 90 y 100.....	67

5.11 Producto de un Número por otro de la forma 1000...001	68
5.12 Multiplicación por 1001	69
5.13 Multiplicación por 9	69
5.14 Multiplicación por el Número 10101	69
6. FALACIAS MATEMÁTICAS.....	70
6.1 ¿Es posible Demostrar que $1=2$?	70
6.2 ¿Es Posible Demostrar que $0=1$?	71
6.3 ¿Es Posible Demostrar que $0=4$?	72
6.4 ¿Es Posible Demostrar que $1=-1$?	73
6.5 ¿Es Posible Demostrar que $i=-i$?	73
6.6 ¿Es Posible Demostrar que $4=5$?	74
6.7 ¿Es Posible Demostrar que $n+1=n$?	74
6.8 ¿Es posible demostrar que $1+1=3$?	75
6.9 ¿Es Posible Demostrar que $2 \cdot 2=5$?	76
7. HISTORIA DE LOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS	77
8. GERARQUÍA DE LOS NÚMEROS.....	78
9. EL NÚMERO 4.....	79
10. POEMAS MATEMÁTICOS.....	80
10.1 Hombre	80
10.2 A la Divina Proporción	81
10.3 Números	82
11. MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DE LAS UNIDADES	83
12. MATEMÁTICOS Y FRASES CÉLEBRES.....	83
13. CUADRADOS MÁGICOS	91
14. EPITAFIOS DE GRANDES MATEMÁTICOS	93
14.1 Arquímedes.....	93
14.2 Diofanto	94
14.3 Jacques Bernoulli	94

14.4 Isaac Newton.....	94
14.5 Benjamín Franklin.....	95
14.6 Thomas Young.....	95
14.7 Ludwing Boltzmann.....	95
14.8 Herbert George Wells.....	95
15. MATEMÁTICOS Y ALGO MÁS	95
15.1 La Divina Proporción	95
15.2 Propiedad Conmutativa.....	96
15.3 Dios dando una Clase de Geometría	96
15.4 Conversación entre Einstein y Poincaré.....	96
15.5 Origen de la Geometría según Herodoto	97
15.6 Yo soy el Papa	97
15.7 Acertijo Matemático Popular	98
15.8 ¡...Dimensión 9...!.....	98
15.9 Cifras Astronómicas	98
15.10 Las Abejas y las Matemáticas.....	99
15.11 Carta de Albert Einstein	100
15.12 Guía de Ciencia moderna	100
15.13 ¿Cuánto es $2+2$?	100
15.14 El Problema del Andarín	101
15.15 El Mayor Número Primo Conocido	101
15.16 Alfabeto Griego	102
15.17 1; 2; 3; 4...;en japonés	102
15.18 El Número 9	103
15.19 Sobre el Número π	103
15.20 Un Número Irracional Fácil de Escribir.....	103
15.21 Jesús a sus Discípulos	103
15.22 La fiesta del Cero	103

15.23	<i>Lo que dicen los Profesores y lo que Realmente quieren decir</i>	104
15.24	<i>Reproducción del Conejo</i>	105
15.25	<i>Romance de la Derivada y el Arcotangente</i>	105
15.26	<i>Un Resultado Curioso</i>	107
15.27	<i>Por qué las cuentas no cuadran</i>	108
15.28	<i>¡...El fin del Mundo...!</i>	108
15.29	<i>Operaciones Notables</i>	109
15.30	<i>Dialogo entre Albert Einstein y Charles Chaplin</i>	110
15.31	<i>¡...Es obvio...!</i>	110
15.32	<i>Menos por Menos Más</i>	110
15.33	<i>Curiosidad sobre los Infinitos</i>	111
15.34	<i>ISBN</i>	112
16.	CURIOSIDADES MATEMÁTICAS	113
16.1	<i>El Número 37</i>	113
16.2	<i>El Número 15873</i>	114
16.3	<i>El Número 12345679</i>	114
17.	PROBLEMAS NO RESUELTOS	115
17.1	<i>El Teorema de Fermat</i>	115
17.2	<i>El Problema del Viajante</i>	115
17.3	<i>El Problema de Fermat</i>	116
17.4	<i>El Problema de L. E. J. Brouwer</i>	116
17.5	<i>El Problema de Goldbach</i>	116
17.6	<i>El Problema de los Números Primos Gemelos</i>	117
17.7	<i>El Problema de los Números Perfectos</i>	117
18.	CONSTANTES MATEMÁTICAS	118
18.1	<i>El Caballo Sediento y el Número e</i>	118
18.2	<i>El Número e</i>	120
18.2.1	<i>La Avaricia del Usurero</i>	120

18.3 Historia del Número π	121
19. SERIES NOTABLES	122
19.1 Cristal Numérico 1	123
19.2 Cristal Numérico 2	123
19.3. Cristal Numérico 3	123
19.4 Cristal Numérico 4	123
19.5 Cristal Numérico 5	124
19.6 Cristal Numérico 6	124
19.7 Cristal Numérico 7	124
19.8 Cristal Numérico 8	125
19.9 Cristal Numérico 9	125
19.10 Cristal Numérico 10	125
19.11 Cristal Numérico 11	125
19.12 Cristal Numérico 12	126
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	127

FOR AUTHOR USE ONLY

PRESENTACIÓN

No cabe duda que la matemática, como área de enseñanza, ha sido y sigue siendo un auténtico “calvario” para un porcentaje muy significativo de estudiantes. Las dificultades que entrañan su enseñanza y aprendizaje y los malos resultados en los diferentes niveles, la han convertido en una disciplina árida y selectiva. Como área del conocimiento, la matemática está presente en todas las épocas y culturas como una necesidad para cuantificar la realidad, lo cuantitativo, aunque fruto de un consenso artificial, forma parte de nuestra vida cotidiana.

Morris KLEIN, en su libro: El fracaso de la matemática moderna, ¿Por qué Jaimito no sabe sumar? Afirma: “muchos de los hombres que han sido considerados como los matemáticos más importantes del pasado hicieron un trabajo más sobresaliente en Astronomía, mecánica, elasticidad, Electricidad, magnetismo entre otros. La matemática fue simultáneamente la reina y la criada de las ciencias.

Estos hombres no vacilaban en buscar aplicaciones prácticas para los conocimientos científicos que ellos y otros habían acumulado. Isaac Newton estudio el movimiento de la luna para ayudar a los marineros y determinar su posición. Leonardo Euler estudio el diseño de barcos veleros e hizo mapas y escribió un texto básico de artillería. Descartes diseño lentes para mejorar el telescopio y el microscopio. Gauss, trabajó para mejorar el telégrafo eléctrico y la medida del magnetismo.

La única finalidad que nos ha motivado a preparar este libro se reduce a exponer bajo un aspecto más atractivo y simple, temas originales que despiertan la curiosidad en los amantes de la matemática, permite hacer entretenidas excursiones por los principales constructores de la matemática, fascinantes historias de las matemáticas, muestra inesperadas anécdotas, problemas sin resolver, curiosidades, falacias y mucho más.

El autor

FOR AUTHOR USE ONLY

1. PROTAGONISTAS DE LA MATEMÁTICA

1.1 THALES DE MILETO (600 a.c.)

Thales de Mileto es uno de los “*siete sabios*” de la antigüedad; se destacó tanto en filosofía como en matemática. En matemática se le atribuyen las primeras “*demostraciones*” de teoremas geométricos mediante el razonamiento lógico. Sus aportes fueron: 1) todo diámetro biseca a la circunferencia; 2) los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales; 3) los ángulos opuestos por el vértice son iguales; 4) todo ángulo inscrito en una semi circunferencia es recto y 5) el famoso teorema de thales: los segmentos determinados por una serie de paralelas cortadas por dos transversales son proporcionales. Se le atribuye a Thales la historia del mulo que cargaba sal y que se metía en el río para disolverla y aligerar su peso; Thales le quitó esa mala costumbre cargándolo con esponjas.

Para conocer la sabiduría de Thales se cuenta que los sacerdotes de Egipto le sometieron a una dura prueba. Esta prueba consistía en averiguar la altura de la pirámide Keops; cuentan que Thales se tendió en el suelo, donde marcó con dos estacas la longitud de su estatura. Cuando observó que su sombra era igual a la distancia marcada en el suelo, midió la sombra que proyectaba la famosa pirámide y dijo a los sacerdotes: “*ahora que mi sombra y mi altura son iguales, la longitud de la sombra de la pirámide tiene que coincidir con su altura*”.

Cuando preguntaban a Thales que recompensa quería por sus descubrimientos, contestó: “*me consideraría bien recompensado si los demás no se atribuyeran mis hallazgos, sino que reconocieran que son míos*”

1.2 EUCLIDES (300 a.c.)

Todo lo que se sabe de Euclides se debe a lo que escribió Proclo (410-485), el historiador de la matemática griega. Nos dice Proclo que Euclides nació en Grecia, a fines del siglo IV a.c. que estudió en la “*academia*” el Centro de Estudios fundada por Platón en el año 380 a.c. y que enseñó en Alejandría durante el reinado de Ptolomeo. Su obra magistral “*Elementos*” que durante más de 20 siglos se consideró la base de los conocimientos

matemáticos en todo el mundo y, que todavía hoy se toma como fundamento de los cursos de geometría de la enseñanza media.

Cuenta Proclo que uno de los discípulos de Euclides se quejaba de la falta de aplicaciones prácticas de los teoremas de la geometría; Euclides ordenó a uno de sus esclavos que le diera una moneda para que sacara algún provecho del estudio de la geometría. También, cuenta que un día el Rey Ptolomeo preguntó si no existía un camino más breve que el de los elementos para estudiar geometría; la respuesta fue que en geometría, no existe ningún camino especial para los Reyes. Euclides es uno de los personajes que más ha influenciado la historia de la matemática.

1.3 PITÁGORAS (572 a.c.)

Se sabe muy poco de la vida de Pitágoras; parece haber nacido en Grecia, en la isla de Samos, a mediados del siglo *VI a.c.*; se piensa que fue discípulo de Thales, que viajó por Egipto, pero que a su regreso estando su país ocupado por los persas, se fue a las colonias italianas de Grecia, donde fundó su famosa escuela pitagórica en Crotona, al sur de Italia. En aquel centro de estudios se discutía filosofía, matemática y ciencias naturales. Las enseñanzas de los pitagóricos se transmitían por vía oral y todo se atribuía al venerado fundador de la escuela. Además, la escuela se fue transformando en una hermandad con ritos y ceremonias secretas de las cuales se sabe muy poco (por eso se duda acerca de que descubrieron y quien lo descubrió). También, la tradición le atribuye a la escuela pitagórica la demostración del teorema de Pitágoras y, como consecuencia, el descubrimiento de los números irracionales que contradecían la doctrina básica de la escuela. Habían descubierto que existían números “*Inexpresables*”, como $\sqrt{2}$, que no eran ni enteros ni fraccionarios, se cuenta que los pitagóricos trataron de guardar el secreto de tan grave asunto y que HIPASUS, uno de los miembros de la escuela, murió al ser arrojado al mar, por divulgar el secreto.

1.4 ARQUÍMEDES DE SIRACUSA (287-212 a.c.)

Arquímedes fue uno de los más grandes pensadores de la antigüedad y, uno de los matemáticos más originales de todos los tiempos. Es conocido por muchos inventos tales como los engranajes con ruedas dentales, el uso de las palancas en catapultas militares, el tornillo sin fin, el principio de

Arquímedes referente a los cuerpos flotantes, los espejos parabólicos gigantes cuya idea se ha vuelto a utilizar hay, 2100 años después en las centrales heliotérmicas, y muchos más. Se cuenta que cuando descubrió su famoso principio estaba en su tina y salió desnudo por las calles de Siracusa gritando *¡...Eureka, Eureka...! (¡...Lo encontré, lo encontré...!)*.

Murió a los 75 años cuando las tropas romanas invadieron Siracusa, se cuenta que Arquímedes estaba concentrado en el estudio de una figura geométrica dibujada en la arena, un soldado romano se le acercó y le ordenó varias veces que lo acompañara Arquímedes respondió: *¡...No toquéis mis círculos...!* Y siguió absorto en su problema, el soldado enfureció y lo mató.

Una de sus hazañas matemáticas fue demostrar que, dado un cilindro y la esfera en él inscrita, las superficies así como los volúmenes de esos dos sólidos están en la misma proporción que la razón simple 3:2. Arquímedes estaba orgulloso de éste descubrimiento y expresó el deseo, que luego se cumplió, de que en su tumba se grabara una esfera con su cilindro circunscrito.

1.5 ERATÓSTENES (276-194 a.c.)

Eratóstenes era un matemático griego, muy conocido por su famosa criba (un procedimiento heurístico para determinar números primos). Fue el primero en medir la longitud de la circunferencia de la tierra, formulando dos hipótesis muy atrevidas para aquella época: 1) la tierra tiene forma esférica y b) Los rayos del sol son paralelos.

Sabía que el día de solsticio de verano (21 de junio), en un lugar del río Nilo llamado Siena (hoy Aswan), los rayos del sol caían perpendicularmente a la tierra. Relata que al medio día, en esa ciudad, no había sombras y los pozos más profundos estaban totalmente iluminados por los rayos del sol. En aquel mismo momento en Alejandría al norte de Siena, un palo perpendicular a la superficie de la tierra, producía una sombra. Eratóstenes plantó un bastón vertical en Alejandría, midió la longitud del bastón y la de la sombra, con esas dos medidas calculó el ángulo formado por el bastón y los rayos del sol (encontró 7 grados), ese ángulo tenía la misma medida que el ángulo central que subtiende el arco desde Siena a Alejandría (son ángulos con lados paralelos). Sabiendo que

un ángulo central de 7 grados corresponde a la distancia que va desde Siena a Alejandría (794 km en unidades modernas), cálculo la distancia correspondiente a un ángulo central de 360 grados (la circunferencia de la tierra) y, encontró 40.834,00 km, la longitud real es de 40.000,00 km, todavía hoy llama la exactitud del resultado obtenido por Eratóstenes.

1.6 PAPPUS DE ALEJANDRÍA (300-?)

Se supone que Pappus vivió entre los siglos II y IV, su obra más importante, conocida a través de traducciones árabes, es colección matemática, una recopilación de los conocimientos anteriores con comentarios y notas agregadas por el mismo autor. Pappus fue el último matemático griego que hizo aportes originales a la geometría, su obra ha sido llamada: *“el réquiem de la geometría griega”*. Una de las notas agregadas por Pappus a la geometría de Euclides, es la siguiente generalización del teorema de Pitágoras: *“dado un triángulo cualquiera, si se construye paralelogramos cualquiera sobre dos de sus lados, se puede construir, sobre el tercer lado, un paralelogramo cuya área será igual a la suma de los otros dos”*. Otra hazaña matemática de Pappus fue haber resuelto el primer problema de valores extremos de una función. Demostró que el hexágono regular constituye la forma geométrica que permite almacenar la mayor cantidad de miel utilizando la menor cantidad de cera.

1.7 HIPATÍA (370-415)

Después de Pappus, cesa la creatividad matemática y aparecen los llamados “comentaristas” los más famosos son Teon de Alejandría, conocido por haber editado y comentado la versión de los elementos de Euclides, que ha llegado hasta nosotros y, su hija Hipatía, la primera mujer matemática que menciona la historia. Hipatía es reconocida por sus comentarios acerca de la obra de Arquímedes, por haber reemplazado a su padre en su cátedra en la escuela de Alejandría y, más que nada, por haber sido martirizada y asesinada por grupos de cristianos fanáticos. El Obispo Silenio la llamaba: *“madre, hermana y reverendo maestro”*, sus amigos cristianos le recomendaban que se convirtiera al cristianismo, la religión que se estaba imponiendo en el mundo occidental, pero ella siguió fiel a sus tradiciones del helenismo pagano. Los habitantes de Alejandría estaban poco acostumbrados a que una mujer tuviera tanta influencia en los medios

científicos, literarios y políticos y, la veían más bien como a una hechicera, se la acusó de influenciar a Orestes, el Gobernador de la ciudad, en contra de la cristiandad. Un día del año 415, una muchedumbre excitada por unos mojes fanáticos, la hicieron bajar de su carruaje y la torturaron hasta la muerte.

Con Hipatía terminaron los matemáticos de Alejandría; ya unos años antes en 392, las turbas de la ciudad habían destruido la única biblioteca que quedaba en el templo de Serapis. En esa época se sitúa el comienzo de la edad media, que representa un largo receso en el desarrollo de las matemáticas del mundo occidental.

1.8 AL-KHWARIZMI (780-850)

A la edad media del mundo occidental corresponde la edad de oro del mundo musulmán que, del año 700 al 1200, se extendió desde la India hasta España. Durante esa época, el árabe fue la lengua internacional de las matemáticas. Los matemáticos árabes conservaron el patrimonio matemático de los griegos, divulgaron los conocimientos matemáticos de la India, asimilaron ambas culturas e hicieron avanzar tanto al álgebra como la trigonometría. El más recordado de los matemáticos árabes de esa época es Mohammed ibn Musa Al-Khwarizmi, también llamado el “padre del álgebra”. Se sabe muy poco de su vida, sólo que vivió en la primera mitad del siglo IX y, que trabajó en la biblioteca del califa Al-Mahmun, en Bagdad. Escribió, varios libros de geografía, astronomía y matemáticas; dos de sus libros de matemática dejaron una huella imborrable en la historia de esta ciencia: de uno de ellos viene la palabra “algoritmo”, de otro la palabra “álgebra”. En su obra aritmética, explicó con detalle y claridad el funcionamiento del sistema decimal de numeración y del cero que usaban en la India (de ahí viene probablemente la creencia de que nuestro sistema de numeración es de origen árabe). La nueva notación en Europa como la de Al-Khwarizmi, pronunciando “algorismi”, de donde después derivaron las palabras “guarismo” para indicar las cifras de un número y “algoritmo” para hablar de un proceso matemático que se repite o de una regla de cálculo.

En otros de sus libros, Al-Jabr Wal Mugābala, aparece la palabra “Al-Jabr”, de la cual deriva la palabra “álgebra”, “Al-Jabr” significa

“restauración” del equilibrio mediante la transposición de términos de una ecuación: “Mugabala”, significa la simplificación de la expresión resultante mediante la cancelación de términos semejantes de cada lado de la ecuación.

1.9 LEONARDO DE PISA (1170-1250)

Leonardo de Pisa, también apodado Fibonacci (hijo de Bonacci), vivió en Argelia, donde su padre era representante comercial de la próspera ciudad italiana de Pisa; ya adulto recorrió otros países árabes por asuntos comerciales, pero también se interesó por la cultura árabe y, principalmente por su desarrollo matemático. En 1202 se publicó su obra principal: Liber Abaci, o sea libro sobre el ábaco, donde expone los conocimientos matemáticos del mundo árabe. Con ese libro se inició el renacimiento matemático del mundo occidental. En esa obra Fibonacci mostraba, entre otras cosas, las ventajas del sistema de numeración indoarábigo que todo el mundo usa hoy sin dificultades. Decía Fibonacci: “*la raza latina no puede carecer por más tiempo de tan importante conocimiento*”; la “*raza latina*” utilizaba entonces el sistema romano de numeración.

Empezó entonces una larga y dura batalla entre los “*abacistas*” que defendían el sistema romano y los “*algoristas*”, partidarios del nuevo método. Es cierto, que los nuevos números representaban algunas dificultades, como por ejemplo: 1) no había todavía acuerdo sobre su escritura; 2) el cero era completamente desconocido y, fue difícil habituarse a esa nueva entidad y 3) se argumentaba que era fácil falsificar los números árabigos: el 0 se convertía fácilmente en 6 o en 9; el 1 en 4 0 7; esa fue la explicación dada por el consejo de la ciudad de Florencia en 1299 para prohibir el uso de los nuevos entes en las transferencia financieras.

Hubo que esperar hasta principios del siglo XVI, unos 300 años después de la publicación del libro de Fibonacci, para que el nuevo sistema se hiciera universal. Fibonacci es también conocido hoy por la sucesión que lleva su nombre: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... donde cualquier término de la sucesión es igual a la suma de los dos anteriores. También se conservan informaciones sobre la participación de Leonardo de Pisa en competencias públicas de problemas de matemática, según era la costumbre en la Italia del siglo XIII, en una de esas competencias, en 1225, el Emperador romano Federico II,

fue a Pisa con un equipo de matemáticos para desafiar públicamente a Fibonacci con el siguiente problema: encontrar un número cuyo cuadrado, aumentado o disminuido en 5, siga siendo un cuadrado. La solución encontrada por Fibonacci fue:

$$\frac{1681}{144} = \left(\frac{41}{12}\right)^2$$

Puesto que:

$$\frac{1681}{144} - 5 = \frac{961}{144} = \left(\frac{31}{12}\right)^2$$

$$\frac{1681}{144} + 5 = \frac{2401}{144} = \left(\frac{49}{12}\right)^2$$

La historia no dice como resolvió el problema.

1.10 GEROLAMO CARDANO (1501-1576)

Gerolamo Cardano es uno de los personajes más curiosos de la historia de la matemática. Nació en Pavía, Italia, fue el médico más famoso de su época, fue astrologo de reyes, príncipes y papas. Fue también un jugador empedernido y, en sus tiempos libres, se dedicó a todos los aspectos de la ciencia y, en particular, la matemática. Fue un escritor muy prolífico: escribió libros de medicina, astronomía, física y matemática; de sus 21 libros de matemática; dos se hicieron famosos: uno es su libro de ludo Aleane (libro de los juegos de azar), un manual para jugadores, que inició el estudio científico de las probabilidades, el otro es Ars Magna (arte mayor), “la obra cumbre del álgebra clásica”, donde explica las reglas para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, atribuyendo el descubrimiento del método a su discípulo, Ludovico Ferrari; en esa obra menciona las raíces negativas (las llamadas “falsas”) y las imaginarias (las llamadas “ficticias”). Veamos un ejemplo de su trabajo: Cardano fue el pionero en operar con raíces cuadradas de números negativos; trataba de resolver el siguiente problema que se discutía entre los matemáticos de su época: “dividir el número 10 en dos partes, de tal forma que una de las partes, multiplicada por la otra de 40”. Demostrando su espíritu aventurero, Cardano escribió: “esto es claramente imposible, pero probemos”, y encontró los dos números:

$5 + \sqrt{-15}$ y $5 - \sqrt{-15}$; cuya suma es 10 y cuyo producto es 40, pero también concluyó que trabajar con estas cantidades sería “*tan alambicado como inútil*”.

Cardano empleaba el símbolo " $R_{x,m}$ " (del latín: Radix x minus), para indicar las raíces de los números negativos; escribía la igualdad.

$$(5 + \sqrt{-15})(5 - \sqrt{-15}) = 25 - (-15) = 40$$

Dela manera siguiente:

$$5p : R_{x,m} : 15,$$

$$5m : R_{x,m} : 15,$$

$$25m : m : 15 \text{ qdest} 40$$

1.11 STEPHEN HAWKING (1942-?)

El 8 de enero de 1942, en momentos en que la capital del Reino Unido sobrevivía bajo la permanente amenaza de los bombardeos alemanes, nacía Stephen Hawking en la ciudad de Oxford. Allí comenzó a estudiar en el University College, donde se licenció en 1962 con los títulos de matemático y físico. Por esa época era un chico de vida normal, cuyas singularidades eran únicamente su brillante inteligencia y un gran interés por las ciencias.

Pero en 1963, en el transcurso de una sesión de patinaje sobre hielo, el joven Stephen resbaló y tuvo dificultades para incorporarse. De inmediato se le diagnosticó un trastorno degenerativo neuromuscular, la ELA o esclerosis lateral amiotrófica. Los médicos supusieron que la enfermedad iba a acabar con su vida en pocos años; sin embargo, se equivocaron. Naturalmente, la vida de Stephen no fue la misma a partir de entonces, pero sus limitaciones físicas no interrumpieron en ningún momento su actividad intelectual; de hecho, más bien la incrementaron.

Mientras cursaba su doctorado en el Trinity Hall de Cambridge, se casó con Jane Wylie (1965). Tras casi veinticinco años de matrimonio, en 1990 la pareja se separó y el científico se fue a vivir con Elaine Mason, una de las enfermeras que lo cuidaba y con la que cinco años más tarde contrajo matrimonio. Tras obtener el título de doctor en física teórica (1966), su pasión por el estudio del origen del universo fue en aumento, y sus

investigaciones se centraron en el campo de la relatividad general, particularmente en la física de los agujeros negros.

No obstante, Hawking no sólo es comparable con Albert Einstein por su popularidad; al igual que el formulador de la teoría de relatividad, Stephen Hawking se planteó la ambiciosa meta de armonizar la relatividad general y la mecánica cuántica, en busca de una unificación de la física que permitiese dar cuenta tanto del universo como de los fenómenos subatómicos. En 1971 sugirió la formación, a continuación de big bang, de numerosos objetos denominados “*miniagujeros negros*”, que contendrían alrededor de mil millones de toneladas métricas de masa, pero ocuparían sólo el espacio de un protón, circunstancia que originaría enormes campos gravitatorios, regidos por las leyes de la relatividad.

Sus estudios sobre los miniagujeros negros lo llevarían a combinar por primera vez la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica para resolver el problema de estudiar estas estructuras de dimensiones muy reducidas y de densidad extraordinariamente elevada, sobre las que no se creía que se pudiese obtener algún conocimiento. En 1974 propuso, de acuerdo con las predicciones de la física cuántica, que los agujeros negros emiten partículas subatómicas hasta agotar su energía, momento en el cual se produce un estallido final. Hawking ha explorado asimismo algunas singularidades del binomio espacio-tiempo.

En 1974 Hawking fue designado miembro de la Royal Society y, tres años más tarde, profesor de física gravitacional en Cambridge, donde se le otorgó la cátedra Lucasiana de matemática (1980), que había sido dictada por Isaac Newton y que el profesor británico continuaría ocupando en las décadas siguientes. Pero a medida que los logros intelectuales y los reconocimientos se iban sucediendo en su vida, también avanzaba el proceso degenerativo de su enfermedad. Primero la inmovilidad de sus extremidades lo llevó a depender de una silla de ruedas; después la parálisis se extendió a casi todo su cuerpo y, a sus 58 años, sólo podía comunicarse mediante un sintetizador conectado a una silla.

1.12 FRANCOIS VIETE (1540-1603)

Es el llamado “matemático francés más importante del siglo XVI” fue también abogado, miembro del parlamento y consejero particular del Rey Enrique IV de Francia, pero dedicaba sus horas libres a la matemática. Se cuenta que descifró un código secreto español que contenía centenares de símbolos y que durante varios años Francia se aprovechó de ello en su guerra contra España, pero la contribución más importante de Viete fue probablemente haber utilizado “parámetros” por primera vez en la historia de la matemática.

La idea de los parámetros ha sido fundamental en el desarrollo de la matemática: en geometría por ejemplo, un diagrama de triángulo ABC podía representar “todos” todos los triángulos, pero en álgebra no se conocían esas generalizaciones. En álgebra se estudiaban solo casos especiales, se resolvían ecuaciones con coeficientes específicos, pero no existía un modelo que representara “todas” las ecuaciones cuadráticas o “todas” las ecuaciones cúbicas.

Viete empezó a utilizar vocales para representar las incógnitas y constantes para representar magnitudes o números dados o supuestamente conocidos (parámetros). Con esa idea, a partir de Viete, el álgebra pudo estudiar clases de ecuaciones y concentrarse en la estructura de los problemas y no en su forma particular. Viete escribía por ejemplo: “*Bin A quadartum plus D Plano in A, aequari Z sólido*”. Cuyo significado es: $BA^2 + D^2A = Z^3$. Que corresponde a: $ax^2 + b^2x = m^3$. Que hoy se escribe: $ax^2 + bx + c = 0$. Representando así “todas” las ecuaciones de segundo grado. Es interesante notar que, para Viete, las letras representaban números positivos y, que esas letras correspondían a magnitudes geométricas cuya naturaleza había que indicar a fin de respetar lo que él llamó la ley de homogeneidad (parecido a las ecuaciones en física), pero aquí también Viete dio un salto importante y, fue más allá de las tres dimensiones de la geometría euclidiana; para muchos matemáticos de su época, eso era “*contra natura*”.

La influencia de la geometría sobre el álgebra era todavía muy fuerte en esa época, y se nota en la forma de expresar las potencias sucesivas de un número, damos a continuación algunos ejemplos:

<i>Siglo XVI</i>	<i>Hoy</i>
<i>Latus in se facit quadratum</i>	$X.X=X^2$
<i>Latus in quadratum facit cubum</i>	$X.X^2=X^3$
<i>Latus in cubum facit quadratu-quadratum</i>	$X.X^3=X^4$
<i>Cubus in se facit cubo-cubum</i>	$X^3.X^3=X^6$

Con este tipo de notación no es de extrañar que el álgebra haya avanzado tan lentamente.

1.13 GALILEO GALILEI (1564-1642)

Fue el creador de la ciencia moderna y su primer filósofo, Galileo galilei, nació en Pisa, Italia. Su padre, un noble florentino, quería que se dedicara al comercio y que restaurara la fortuna de la familia, pero al ver las cualidades intelectuales de su hijo, aceptó que estudiara medicina. Sin embargo, al joven Galilei le atraían las ciencias y las matemáticas y su padre aceptó que abandonara la medicina. La decisión no fue fácil, dado el bajo prestigio de estas actividades humanas, en aquel entonces (el salario de un profesor de medicina equivalía a unos \$2.000,00, el de un profesor de matemática a unos \$60,00), Galileo tuvo una carrera científica impresionante. Aportó contribuciones originales y muy valiosas en astronomía y en matemática, fue el primero en distinguir claramente entre las cualidades de los objetos que son “medibles” y las de los que no lo son; con eso eliminó el concepto aristotélico del mundo (los objetos tenían cualidades escondidas), que dominaban la manera de pensar de su época.

Es curioso que la historia haya tardado tanto en reconocer la importancia del aporte de Galileo a la ciencia. Una razón podría ser su retracción del movimiento de la tierra ante los tribunales de la santa inquisición en 1633, cuando tenía 70 años de edad; eso habría provocado el alejamiento y la crítica de muchos de sus contemporáneos. Refiriéndose a esas críticas dijo el gran matemático alemán David Hilbert (1862-1943): “Galileo no era idiota, sólo un idiota puede pensar que la ciencia necesita mártires; puede ser que se necesiten en religión, pero un resultado científico, con el tiempo, se impone sólo”.

Otra explicación es que los envidiosos colegas que lo denunciaron a la santa inquisición, se unieron después de su muerte para menospreciar su obra. A eso, contribuyó el estilo mismo de Galileo, conocido por su claridad, su brevedad y su precisión.

1.14 MARTÍN MERSENNE (1588-1648)

Martín Mersenne era sacerdote franciscano y matemático aficionado; en la celda de su convento en París se reunían algunos de los matemáticos franceses más famosos de la época, tales como: Pascal, Fermat, Descartes y Desargues. En esa celda se ideó la academia de ciencias de Francia, que fue creada en 1666. Mersenne es recordado hoy por los números que llevan su nombre:

Los números de la forma: $M_p = 2^p - 1$, donde p es un número primo.

Mersenne afirmó en 1644, que los únicos valores de p para los cuales M_p es un número primo son:

$$P = 2; 3; 5; 7; 13; 17; 19; 31; 67; 127; 257.$$

Por ejemplo:

$$M_2 = 2^2 - 1 = 3; \text{ es un número primo.}$$

$$M_3 = 2^3 - 1 = 7; \text{ es un número primo.}$$

$$M_5 = 2^5 - 1 = 31; \text{ es un número primo.}$$

...

...

...

$$M_{11} = 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89; \text{ no es primo.}$$

En 1903 F. N. Cole (*EE UU, 1861-1927*), demostró que M_{67} , uno de los números que, según Mersenne, tenía que ser primo, no lo era. En su libro "matemática, Reyna y sirvienta de la ciencia". E. T. Bell, cuenta lo siguiente:

"La American Mathematical Society (Asociación Estadounidense de Matemáticas), tuvo una reunión en el mes de octubre de 1903 en Nueva York, F. N. Cole figuraba en el programa y su ponencia tenía un título muy modesto: sobre la factorización de grandes números".

“Cuando el Presidente lo llamó para que presentara su trabajo, Cole, que siempre había sido un hombre de pocas palabras, fue a la pizarra y, sin decir nada, empezó a calcular 2 a la potencia 67 ; después cuidadosamente, resto 1 ”. Sin una palabra, fue a la parte del pizarrón, donde no había nada escrito, e hizo a mano la siguiente multiplicación:

$193707721 \times 761838257287$. Los dos resultados coincidían.

La conjetura de Mersenne, si es que había existido alguna vez, acababa de esfumarse en el limbo de la mitología matemática. Por primera vez en la historia de la American Mathematical Society, el público aplaudió vigorosamente. Cole retornó a su asiento sin haber abierto la boca y nadie le preguntó nada. Cuando varios años después le preguntaron a Cole cuanto tiempo le había llevado “romper” M_{67} , contestó: “tres años de domingos”.

1.15 PIERRE DE FERMAT (1601-1665)

Fermat fue abogado y miembro del parlamento de Toulouse, su ciudad natal, al sur oeste de Francia; hasta el día de su muerte cumplió con su trabajo de funcionario público con esmero, Fermat desarrolló su genio matemático en su tiempo libre y logró importantes resultados en varios campos de la matemática, pero su mayor influencia se debe al llamado “último teorema de Fermat”, el más famoso de los problemas matemáticos no resueltos.

En 1637, Fermat conjeturó que no existen números enteros que verifiquen la ecuación: $X^n + Y^n = Z^n$, cuando “ n ” es mayor que 2. Para “ n ” igual a 2, existen infinitas soluciones, todos los llamados tripletes de Pitágoras como son, por ejemplo: (3; 4; 5); (5; 12; 13); (6; 8; 10); ... Pero para “ n ” mayor que 2, no se han encontrado soluciones y, nadie sabe si existe alguna.

Fermat escribió en el margen de una página de un libro: “he encontrado una demostración realmente maravillosa de este teorema, pero el margen de esta página es muy estrecho para escribirla aquí”. “Nunca” se encontró esa demostración, pero Fermat era un gran matemático y un hombre muy serio; su frase ha obsesionado a muchos matemáticos, tanto profesionales como aficionados, durante más de 350 años.

El teorema ha sido demostrado para valores de “ n ” menores de 150.000,00; pero todavía no existe ninguna demostración, para cualquier

valor de “ n ”. El 10 de marzo de 1988 llegó la noticia, publicada en casi todos los periódicos del mundo, de que Yoichi Myyaoka, un especialista en teoría de números que trabajaba en el Instituto Max Plank en Bonn, Alemania, tenía una demostración general del teorema de Fermat, pero a las pocas semanas se vio que era otro espejismo que se venía a sumar a las centenares de falsas demostraciones que se han dado del teorema. “*El último teorema de Fermat*”, es el teorema que tiene el mayor record de demostraciones incorrectas publicadas; y de vez en cuando, pero con regularidad, sigue apareciendo alguna.

También dice Martín Gardner: “*la mayoría de los matemáticos están convencidos de que el teorema de Fermat es verdadero*” y, que algún día se demostrará, una minoría piensa que es falso.

1.16 BLAISE PASCAL (1623-1662)

Desde muy joven, Blaise Pascal demostró tener sorprendentes dotes para las matemáticas. A los 12 años había leído y entendido por su cuenta, toda la geometría euclidiana, a los 14 años participaba activamente en las reuniones matemáticas en la celda de Mersenne; a los 17 años escribió su primer libro, *Essay Pour les Coniques*, en el que describía la mayoría de las propiedades de las secciones cónicas y reinventa todo el trabajo de Apolonio y de otros matemáticos griegos.

Pascal está relacionado con muchos otros aspectos de las matemáticas: inventó la primera máquina de calcular que se conoce; fue junto con Fermat, uno de los iniciadores del cálculo de probabilidades, y del cálculo combinatorio; también uso y estudio el llamado “*triángulo de Pascal*”, que él llamaba triángulo aritmético y, que el matemático chino yang Hui ya conocía en el siglo XIII.

A los 23 años, Pascal abandonó las matemáticas, para dedicarse a los problemas de la fe religiosa; se sabe que vivió angustiado por no poder conciliar su espíritu científico con su religión. Escribió entre otras cosas “*Pensées*”. Cuando tenía 16 años, Pascal descubrió un teorema, del que dedujo 400 corolarios; denominó la figura obtenida “*Hexagrama Místico*”. Si se marca 6 puntos cualesquiera sobre una cónica (circunferencia, elipse, hipérbola, parábola), con los números: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Las intersecciones

de las rectas 1-2; 4.5; 3-4 y 6-1; 5-6; 2-3; están sobre una misma recta (es la llamada recta de Pascal).

1.17 ISAAC NEWTON (1642-1727)

Isaac Newton, nació en un pueblito agrícola de Inglaterra, en el año de la muerte de Galileo; no fue un niño prodigo, como muchos grandes matemáticos, al contrario; nació sietemesino en una familia pobre, tuvo grandes problemas de salud y dificultades en los estudios; como era débil físicamente, no jugaba con los niños de su edad, escribía poesías, dibujaba y construía cometas con faroles que remontaba de noche para asustar a la gente. A los 15 años lo sacaron de la escuela, para que ayudara en la granja familiar, pero allí le fue peor que en la escuela, hasta que un día su tío lo encontró debajo de un árbol, completamente absorto, leyendo un libro de matemáticas, decidieron que el joven Isaac tenía que volver a la escuela. En 1661 ingresó al Trinity College de Cambridge como estudiante, pero se pagaba los estudios haciendo servicios domésticos. El maestro de matemáticas que lo inspiró reconoció su talento y le dio confianza fue Isaac Barrou, al que Newton reemplazó en la cátedra en 1669.

En 1664 cerró la Universidad debido a una gran plaga que invadió la región y, Newton volvió a su pueblo; allí en dos años de experimentos y reflexiones solitarias, sentó las bases de sus grandes descubrimientos: la Ley de la gravitación universal, el cálculo infinitesimal, el teorema del binomio de Newton y la naturaleza de la luz, tenía 23 años. Es curioso que Newton no hablara con nadie de estos descubrimientos que fueron dados a conocer poco a poco, a veces 20 años después de su invención, provocando la crítica de otros físicos y matemáticos que no querían creer que Newton se les había adelantado.

En el caso del análisis infinitesimal se creó con Leibnitz, una larga y cruel polémica, que surgió durante todo el siglo XVIII entre los matemáticos ingleses y los del continente europeo, los primeros acusaban a Libnitz de haber traducido la obra de Newton, de ser el ladrón, la verdad es que los dos hombres inventaron el cálculo infinitesimal independientemente, Newton lo hizo varios años antes que Leibnitz, pero publicó sus trabajos después. En una carta a Robert Hooke (cuando eran amigos, ya que después pelearon amargamente sobre la prioridad de la idea de la

gravitación); declaró Newton modestamente: *“si he visto más allá que otros ha sido porque estaba subido sobre los hombros de gigantes”*. Entre esos gigantes estaban Copérnico, que hizo girar la tierra alrededor del sol. Creando una conmoción en la iglesia, Descartes y su geometría analítica, Kepler con sus leyes del movimiento de los planetas, descubiertos empíricamente después de veintidós años de trabajo de Galileo, que ya había establecido dos de las tres leyes del movimiento de los cuerpos.

En 1689 Newton fue elegido miembro de la cámara de los lores aunque no tenía que ver nada con la política, se cuenta que pidió la palabra una sola vez, se hizo un gran silencio en la sala, iba hablar el científico más grande de aquel entonces; se levantó Newton y dijo: *“solicito que se cierre la ventana, hace mucho frío en la sala”*.

Newton murió a los 84 años de edad, fue enterrado en la abadía real de Westminster, junto con los grandes de Inglaterra. Ante su tumba Voltaire, el filósofo francés que estaba exiliado en Londres, pronunció su célebre frase: *“el mundo está progresando, Inglaterra honra a sus matemáticos, cuando los demás países honran a sus hombres de guerra”*.

1.18 GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNITZ (1646-1716)

Libnitz nació en Leipzig, Alemania; fue diplomático, lingüista, filósofo y matemático; son conocidas sus contribuciones a la lógica simbólica y a la filosofía; también perfeccionó la máquina de calcular inventada unos años antes por Pascal. Pero su mayor fama se debe a que inventó, igual que Newton, el cálculo diferencial e integral.

Lo curioso es que Leibnitz empezó a estudiar matemática cuando tenía 26 años. Estaba en París, desempeñando un puesto diplomático cuando conoció a Christian Huygens (1629-1695), un sabio holandés por sus investigaciones en física y astronomía, pero también por sus trabajos en matemáticas. Leibnitz pidió a Huygens que le enseñara matemáticas y este, adivinando el genio de su futuro discípulo, aceptó sin vacilaciones. Unos años después, en 1684, apareció la primera publicación sobre cálculo diferencial: unas 7 páginas escritas por Leibnitz, en la revista alemana Acta Eruditorum. Los últimos años de la vida de Leibnitz, fueron amargados por la recia polémica que mantuvo con Newton sobre la prioridad de la invención del cálculo infinitesimal. También, le afectó mucho que su

patrono por más de 40 años, el Duque de Brunswick, no lo llevará con él cuando fue llamado a ocupar el trono de Inglaterra (1714).

1.19 LA FAMILIA BERNOULLI

La familia Bernoulli de Basilea, Suiza, produjo ocho matemáticos importantes en tres generaciones. Los dos primeros en dedicarse a las matemáticas fueron los hermanos Jacob (1654-1705) y Johann (1667-1748); eran amigos de Leibnitz y fueron entusiastas promotores de la versión continental del análisis infinitesimal, que se empezaba a divulgar; los dos fueron docentes de la Universidad de Basilea e hicieron aportes sustanciales al desarrollo del análisis y del cálculo de probabilidades. Johann tuvo tres hijos y dos nietos, matemáticos de gran prestigio; uno de ellos, Nicolás, está vinculado a la paradoja de San Petersburgo.

El nombre de Johann Bernoulli está relacionado con el del Marqués de L'Hospital, un noble francés, matemático aficionado, que quiso aprender el invento revolucionario que se había descubierto pocos años antes. El Marqués contrató a Johan Bernoulli como docente. En 1696, L'Hospital publicó, sin nombre de autor, el primer libro de texto de cálculo infinitesimal con el título *Analyse des Lignes Courbes*, en ediciones posteriores figuraba el nombre de L'Hospital como autor.

Por haberse encontrado la correspondencia entre maestro y discípulo, se sabe que ese famoso libro era simplemente una copia de las enseñanzas de J. Bernoulli, el libro contiene una regla muy conocida llamada “regla de L'Hospital”, que después se convirtió en teorema, para la evaluación de ciertos límites indeterminados. Al morir el marqués, J. Bernoulli reivindicó la paternidad de dicha regla pero sigue llevando el nombre del plagiarlo.

1.20 LEONARDO EULER (1707-1783)

Euler nació en Basilea. Suiza, desde muy joven se apasionó por las matemáticas; obtuvo su maestría a los 16 años y, como no encontraba trabajo en el campo de las matemáticas, empezó a estudiar teología y lenguas orientales, pero en 1727, con la recomendación de los Bernoulli, fue contratado para trabajar en la academia de ciencias de San Petersburgo, Rusia, donde paso 14 años.

Fue, durante mucho tiempo, el matemático más importante de Europa y es, todavía ahora, el autor más prolífico de toda la historia de las matemáticas. Escribió más de 850 obras y su correspondencia científica consta de más de 3.000,00 cartas. En 1909, para celebrar el bicentenario de su nacimiento, su ciudad natal decidió publicar sus obras completas, se necesitaron 72 volúmenes de gran tamaño. Euler fue un hombre simple, generoso y muy sensible, contrariamente a otros genios matemáticos. Euler tenía una memoria fabulosa, un poder de cálculo impresionante, un ejemplo de su habilidad para calcular es su demostración de que era falsa la conjetura de Fermat, de que todos los números de la forma: $2^{2^n} + 1$, son primos; está fórmula vale para $n=1; 2; 3$ y 4 ; Fermat creyó haber encontrado la ansiada receta para obtener números primos. Cien años después, Euler encontró, sin calculadora, que para $n=5$, se tiene:

$2^{2^5} + 1 = 2^{32} + 1 = 4294967297$; que no es primo, es igual a $(461) \times (6700417)$.

Hoy se sabe, que la fórmula tampoco sirve para $n=6; 7; 8; \dots 21$.

Los trabajos de Euler abarcan todos los trabajos de las matemáticas de su época y, en todas hizo importantes descubrimientos. De Euler dijo Laplace que había sido el maestro de todos los matemáticos a partir de la segunda mitad del siglo XVIII. Entre otras cosas se deben a Euler las siguientes notaciones:

$F(x)$, como símbolo de una función.

e , como base de los logaritmos naturales.

$a; b; c$, para indicar los lados de un triángulo ABC .

Σ , como símbolo de suma.

i , para representar la unidad imaginaria $\sqrt{-1}$, también se le debe la famosa fórmula: $e^{i\pi} + 1 = 0$, descubierta en 1742, que deslumbró a los matemáticos de la época; la fórmula muestra la relación entre los cinco números más importantes de la matemática: $e; i; \pi; 1; 0$ y se exhibió a la entrada del “*palais de la Découverte*” en París, en la exposición de 1990. Euler también hizo conjeturas que resultaron falsas. En 1766, recordando el “último teorema de Fermat” conjeturó que la expresión:

$$a^4 + b^4 + c^4 = d^4$$

No tenía soluciones enteras, desde entonces, con la ayuda de las computadoras, se han encontrado varios casos que contradicen la hipótesis de Euler. Uno de ellos es para:

$$a = 95800$$

$$b = 217519$$

$$c = 414560$$

$$d = 422560$$

1.21 MARÍA GAETANA AGNESI (1718-1799)

María G. Agnesi nació en Milán, fue una distinguida lingüista, matemática y filósofa; remplazó a su padre en la cátedra de matemáticas de la Universidad de Bologna cuando éste estuvo enfermo (tenía 30 años), se publicó su libro *Instituzioni Analitiche*, que fue muy popular, se tradujo a muchos idiomas y se usó en Europa durante muchos años. La bruja de Agnasi, así se llama la curva de ecuación:

$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$$

El nombre latino de la curva es “*Versoria*”, que significa cabo de vela.

1.22 JOSEPH LOUIS LAGRANGE (1736-1813)

Lagrange es considerado uno de los matemáticos más importantes del siglo XVIII, siendo el otro Leonardo Euler. Nació en Turín, Italia, donde su padre era un próspero negociante. A los 23 años escribió su obra maestra: *Mécanique Analytique* una publicación que hizo época, catalogada de “*poema científico*” y, que inspiró a Einstein para su teoría de la relatividad.

En 1766, cuando Euler renunció a su puesto de la Universidad de Berlín, el Rey Federico el grande escribió a Lagrange diciéndole que el Rey más grande de Europa, quería tener en su corte al matemático más grande de Europa. Lagrange aceptó la invitación y durante varios años ocupó el puesto que había dejado Euler. En 1797 se creó en Francia l’Ecole Polytechnique, cuna de los más grandes matemáticos franceses, Lagrange fue quien organizó los programas de matemáticas y fue su primer profesor.

El padre de Lagrange era muy rico, pero perdió toda su fortuna en negocios especulativos y su hijo sólo heredó grandes deudas. Lagrange se refería a ese desastre financiero de su familia como el acontecimiento más feliz de su vida. “*si hubiera heredado la fortuna*” decía “*nunca me hubiera dedicado a las matemáticas*”; Lagrange vivió en la época de la revolución francesa con sus inevitables atrocidades. Cuando el gran químico francés Antoine L. Lavoisier (1743-1794) fue guillotinado, Lagrange expresó su indignación con las siguientes palabras: “*bastó un momento para que cayera su cabeza, pero se necesitaran más de 100 años para que se produzca otra igual*”. Lagrange tenía, igual que muchos grandes matemáticos, un enorme poder de concentración. A alguien que le preguntó una vez por que le gustaba tanto la música, contestó: “*la música me aísla, oigo los tres primeros compases y después no oigo nada; me entrego a mis pensamientos y así he resuelto más de un problema difícil*”.

1.23 PIERRE SIMÓN LAPLACE (1749-1827)

Pierre Simón Laplace es, junto con Lagrange, uno de los grandes matemáticos franceses del siglo XVIII; los dos fueron galardonados por Napoleón, gran admirador de los hombres de ciencia, quien los nombró senadores, condes del imperio y grandes oficiales de la legión de honor. A la caída de Napoleón, Laplace, se adaptó bien al nuevo régimen monárquico y Louis XVIII lo nombró marqués de Laplace.

Su obra más conocida es *Traité de Mécanique Céleste*, uno de los trabajos científicos más importantes de todos los tiempos, en ese trabajo de cinco tomos Laplace aplica, entre otras cosas, por qué la órbita de Júpiter se acorta y la de Saturno crece. Más de un siglo antes Newton no pudo dar explicaciones racionales de estos fenómenos y, concluyó que Dios debía intervenir de vez en cuando, para que el sistema planetario siguiera funcionando. Cuando Laplace dio a Napoleón una copia de su libro, el Emperador, que había oído hablar de la obra, criticó al matemático por no mencionar al creador ni una sola vez en un tratado que pretendía explicar todo el universo.

No tuvo necesidad de tal hipótesis contestó Laplace. Napoleón contó esta conversación a Lagrange y, este comentó: *¡Ah!*, pero es una hipótesis admirable y, además, *¡explica muchas cosas!*

1.24 CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855)

El llamado “*príncipe de los matemáticos*”. En el siglo *XIX* dominó, matemáticas, física y astronomía; desde niño demostró una prodigiosa habilidad con los números. A los tres años de edad, corrigió un error a su padre que había cometido en el cálculo de los salarios de unos albañiles que trabajaban para él.

A los diez años, su maestro de escuela, que quería paz en la clase, ordenó a los niños que sumaran todos los números del *1* al *100*, el pequeño Gauss, casi inmediatamente, escribió el resultado en la pizarra: *5050*. Es muy probable que haya visto que las dos sumas siguientes son iguales:

$$1+2+3+4+5+6+\dots+98+99+100$$

$$100+99+98+97+\dots+4+3+2+1$$

Y que cada uno de los *50* pares suma *101*. ($101 \times 50 = 5050$).

A los *17* años, con mucha osadía, puso en duda algunas de las conclusiones de la geometría euclidiana, que varias generaciones de matemáticos habían considerado intocables, señalando que muchos de los resultados no eran válidos en superficies curvas.

A los *19* años, empezó un diario personal, “*uno de los documentos más preciosos de la historia de las matemáticas*”. El diario contiene *146* anotaciones que muestran resultados que otros matemáticos descubrieron y publicaron mucho después, sin saber que Gauss se les había adelantado.

El *10* de julio de *1796* escribió lo siguiente:

¡Eureka! $Número = \Delta + \Delta + \Delta$

Que indica, después del ¡Eureka! De Arquímedes que cualquier número positivo se puede escribir como suma de tres números triangulares, los números triangulares son:

1; 3; 6; 10; 15; ...; 21; 28; 36...

Son de la forma: $\frac{n(n+1)}{2}$; para $n=1; 2; 3; 4; \dots$

Dos de las anotaciones del diario no han sido descifradas todavía: la anotación del 11 de octubre de 1796: Vicimus Gegan, y la del 8 de abril de 1799: Rev. Galen.

Dados los geniales logros científicos y matemáticos de Gauss, pareciera no tener importancia su vida personal; sin embargo siempre han despertado interés la vida privada y los aspectos psicológicos de la vida del genio. Gauss se casó a los 28 años y tuvo tres hijos, al nacer su tercer hijo, murió su esposa, y se volvió a casar al poco tiempo, con su mejor amiga, con la cual tuvo tres hijos más.

1.25 SOPHIE GERMAIN (1776-1831)

No era fácil ser mujer y pretender estudiar matemáticas, en la Europa de fines del siglo XVIII, se pensaba que a las mujeres les interesaba sólo el amor, la literatura y las reuniones sociales; se publicaban libros de ciencia especiales para que las damas pudieran conversar en los salones, por ejemplo. La filosofía de Newton explicada a las damas, de Francesco Algarotti o la astronomía para señoras, de Joseph-Jérôme Lalande. Pero Sophie Germain tenía mucho talento y mucha voluntad; se cuenta que a los 13 años Sophie leyó, en la biblioteca de su padre, la historia de la muerte de Arquímedes y se empeñó en conocer el fascinante problema que había provocado tanto ensimismamiento. Así, descubrió las matemáticas y empezó a estudiar por su cuenta, a pesar de los impedimentos que le oponían sus padres, puesto que eso no era para una mujer.

En 1801, comunicó a Carl F. Gauss, el gran matemático alemán, unos resultados que le parecían interesantes sobre teoría de números, la cual firmó como M. Leblanc, estudiante del l'Ecole Polytechnique; a partir de entonces estableció con Gauss una correspondencia regular. En 1807, las tropas francesas invadieron Hanover, la ciudad alemana donde vivía Gauss, Sophie, recordando la historia de Arquímedes, pidió al general francés (era un amigo de su familia) que protegiera a Gauss; sólo entonces se enteró Gauss que Monsieur Leblanc era una mujer. Gauss le escribió: *“es sumamente raro el talento para el pensamiento abstracto en general y más para las matemáticas. Pero, cuando una persona de un sexo que, debido a nuestros prejuicios y costumbres, encuentra muchísimas más dificultades,*

logra sobreponerse a todos los obstáculos y descubre con éxito los problemas más difíciles, entonces hay un mérito y un genio sin igual”.

Sophie Germain hizo descubrimientos importantes en teoría de números, en física matemática, acústica y elasticidad. En 1831, iba a recibir el título de Doctor Honoris Causa de la Universidad de Göttingen en la que trabajaba Gauss, murió un mes antes de la fecha fijada.

1.26 EVARISTE GALOIS (1811-1832)

La historia de Evariste Galois es probablemente la más triste y lamentable de toda la historia de la matemática. Entró a los doce años en el famoso liceo Louis-le-Grand de París, donde las materias principales eran latín y el griego. Sus resultados en esas asignaturas eran mediocres y, decidió seguir un curso optativo de matemática; eso cambió el curso de su vida, le entro una exaltación sin precedentes; terminó en dos días obras que se estudiaban en dos años, leyó y asimiló a todos los maestros de su tiempo, tales como: Lgendre y Cauchy; más aún su genio creador lo llevó a hacer descubrimientos inesperados (descubrió que las ecuaciones de quinto grado, con las que habían tropezado muchos matemáticos famosos, no tenían soluciones generales por radicales).

Los docentes del Liceo Louis-le-Grand no reconocieron para nada su talento ni su genio. Estos son los comentarios de sus profesores:

“No entiendo bien su personalidad, pero veo claramente su engreimiento...ha descuidado gran parte de su trabajo de clase, por eso fracasó en los exámenes”. “Su talento, en el que tendríamos que creer, no lo he visto todavía; no llegará a nada, su trabajo sólo demuestra extravagancia y negligencia”. “está siempre ocupado en cosas que no debe, la situación empeora cada día”. Un solo profesor sugiere que abandone las otras asignaturas y se dedique exclusivamente a las matemáticas, y dice: “una locura matemática se ha apoderado de éste joven, aquí está perdiendo el tiempo, sólo atormenta a sus maestros; su conducta es pésima, su carácter muy reservado”.

Galois quería entrar en L’Ecole Polytechnique, la mejor escuela de matemática de Francia, y se presenta al concurso de ingreso, pero criticó las preguntas, fue insolente con los examinadores y no fue aceptado. Tuvo que volver al liceo. A los 17 años, envió a la academia de ciencias una

memoria sobre la resolución de ecuaciones algebraicas que contenía. “*algunas de las ideas matemáticas más importantes del siglo*”. Desgraciadamente, Galois nunca supo nada más de ese trabajo. Es muy probable que Cauchy, el principal matemático francés de la época lo haya perdido. Se presentó por segunda vez al L’Ecole Polytechnique y por segunda vez se peleó con los examinadores que le cerraron las puertas definitivamente. Envío un segundo trabajo a la academia; esta vez Poisson, un matemático de prestigio, fue el juez y declaró el trabajo incomprensible. Murió a los 21 años.

1.27 SRINIVASA RAMANUJAN (1887-1920)

Durante su corta vida (32 años), Srinivasa, el más famoso matemático de la india contemporánea, escribió unos 3.000,00 teoremas en muchas ramas de las matemáticas teoría de números, funciones elípticas, fracciones continuas y muchas más. Algunos de sus teoremas son “extraños”. Según dice su colega británico G. H. Hardy (1877-1947), y todavía se están estudiando. Nació en el sur de la India, en una familia muy pobre, pero de casta muy alta, tan pobre que no podía comprar papel, inventaba sus matemáticas escribiendo con tiza en una pizarra. A los 26 años obtuvo fondos para ir a Inglaterra para trabajar con G. H. Hardy.

Una vez Ramanujan estaba muy enfermo en un hospital de Londres; Hardy lo fue a visitar y dijo al llegar: vine el taxi 1729, el número me pareció muy banal y espero que no sea de mal agüero. Al contrario, replicó Ramanujan, el número no es nada banal, es un número muy interesante. Es el menor número que se puede expresar como suma de dos cubos en dos formas distintas:

$$1729 = 1^3 + 12^3 + 10^3$$

Ramanujan hacía cálculos mentales con una facilidad extraordinaria, en una de sus libretas encontradas en 1976, aparecen miles de fórmulas matemáticas, entre las cuales figura la siguiente:

$$\frac{1}{\Pi} = 2\sqrt{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1/4)_n (1/2)_n (3/4)_n}{(1)_n (1)_n n!} [1103 + 26390_n (1/99)^{4n+2}]$$

1.28 GEORGE CANTOR (1845-1918)

George Cantor nació en San Petersburgo, Rusia; su padre, un comerciante danés, quería que su hijo estudiara ingeniería, pero a George le atraían las matemáticas puras y, a eso se dedicó toda su vida. En 1874 publicó un trabajo revolucionario sobre la teoría del infinito y la teoría de conjuntos. Sus ideas provocaron muchas reacciones negativas, particularmente las de su maestro de la Universidad de Berlín, Leopold Kronecker (1823-1891). Esas críticas llegaron a afectar la salud mental de Cantor, que pasó los últimos días de su vida en un hospital psiquiátrico. Hoy las ideas de Cantor han sido aceptadas, pero la polémica en torno al infinito sigue siendo una de las más persistentes de todas las matemáticas.

El infinito es una de las ideas más útiles en matemáticas, sólo los hechos que se pueden repetir se transforman en hechos científicos, y las matemáticas constituyen el instrumento ideal para el estudio de lo “iterativo”. El objeto infinito más simple, es el conjunto de los números naturales:

$\{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$

Los puntos suspensivos indican que la lista sigue para siempre, eternamente.

El primer intento serio por “domar” el infinito fue hecho por Galileo en 1636, muestra la posibilidad de establecer una correspondencia biunívoca, siendo uno sub conjunto del otro.

$$1 \Leftrightarrow 1$$

$$2 \Leftrightarrow 4$$

$$3 \Leftrightarrow 9$$

$$4 \Leftrightarrow 16$$

$$5 \Leftrightarrow 25$$

...

$$n \Leftrightarrow n^2$$

Hay por lo tanto, “igual número” de números naturales que cuadrados, el todo no es mayor que una de sus partes.

Más de 200 años después, George Cantor, dio la siguiente definición, aceptada hoy, del infinito: “*un conjunto infinito es aquel que se puede poner en correspondencia biunívoca con un sub conjunto de sí mismo*”.

Cantor también creó la aritmética del infinito con sus propias leyes, inventó el simbolismo siguiente:

\aleph_0 : (*Aleph-cero*), representa el “número de números en el conjunto: $\{1; 2; 3; \dots\}$, la infinidad numerable.

C : (*El continuo*), representa el “número” de números reales.

1.29 BERTRAND RUSSELL (1872-1970)

Bertrand Russell nació en el país de Gales; se destacó como filósofo, sicólogo, sociólogo, historiador, matemático y ensayista. Luchó toda su vida por la paz y la justicia social en el mundo. En 1950 se le otorgó el premio nobel de literatura. Junto con su maestro, Alfred North Whitehead (1861-1967), trató de derivar toda la matemática de la lógica y los dos escribieron la famosa obra *Principia Mathematica* (1910), llamada por unos: “la obra maestra de la lógica matemática”; y por otros: “un ejemplo sobresaliente de obra maestra ilegible”.

Bertrand Russell escribió después, en *Portarit from Memory* (1956): “*yo pensaba que sí existía la certidumbre en algún lugar, tenía que ser en las matemáticas; pero descubrí que muchas de las demostraciones que mis profesores me habían hecho aceptar estaban llenas de falacias y, que si la certidumbre estaba en las matemáticas, tendría que estar en otro campo de las matemáticas, con fundaciones más sólidas que las conocidas hasta el presente*”. Y agrega: “*pero, al avanzar en mi búsqueda, se me aparecía constantemente la fábula del elefante y la tortuga: había construido un elefante sobre el que iba a descansar el mundo de las matemáticas, y el elefante comenzó a tambalearse; traté de construir una tortuga para sostener al elefante, pero la tortuga también se movía. Después de unos 20 largo años de difícil trabajo, llegue a la conclusión de que nada más era posible hacer para que fuera indubitable el conocimiento matemático*”.

En su búsqueda de la certidumbre matemática, Bertrand Russell propuso la “*paradoja del barbero*”, que provocó uno de los momentos más

dramáticos de las matemáticas. Gottlob Frege, un lógico matemático alemán acababa de terminar la obra de su vida: *“los fundamentos de la aritmética”*. En la que la teoría de conjuntos servía de base a toda la matemática. En 1902, Frege recibió una carta de Russell, en la que le hablaba de la paradoja del barbero; en la construcción de Frege existía un conjunto que contenía a todos los conjuntos que no son elementos de sí mismo. La paradoja de Russell dejaba en claro que la existencia de dicho conjunto era contradictoria y Frege escribió: *“lo más indeseable para un hombre de ciencia es ver que los cimientos de su obra se derrumban cuando esta se acaba de terminar, es lo que me ha ocurrido con la carta del señor Russell”*. Esta es la paradoja que hizo derrumbarse la obra de Frege: *“afeito a todos los hombres del pueblo y sólo a los que no se afeitan a sí mismos”*.

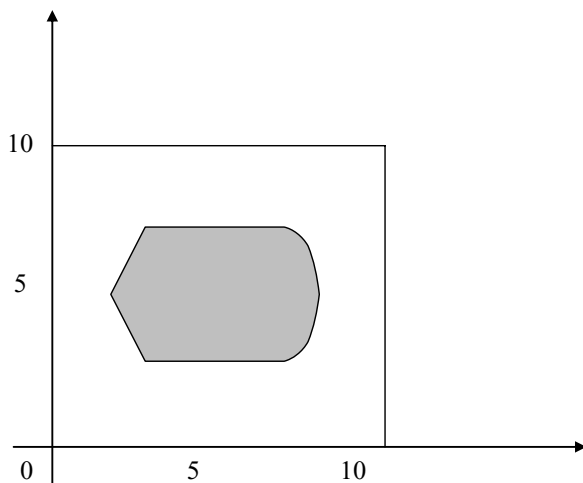
¿Quién afeita al barbero?

- a) Si se afeita a sí mismo, contradice su propio letrero.
- b) Si lo afeita otro hombre, el barbero no se afeita a sí mismo y, según el letrero, tiene que afeitarse a sí mismo. Parece que nadie puede afeitar al barbero.

1.30 STANISLAW ULAM

Stanislaw Ulam es un importante matemático contemporáneo (nació en Polonia y fue a EE UU en 1939). Durante la segunda guerra mundial, se le presentaron problemas muy difíciles para ser resueltos en forma analítica y cuya solución experimental resultaba demasiado cara. Junto con John Von Neumann, inventó un método llamado Montecarlo, que se emplea mucho hoy en la construcción de modelos de probabilidades: se trata de encontrar soluciones aproximadas usando números aleatorios, de ahí el nombre que se le dio a ese método, recordando el famoso casino del principado de Mónaco.

El siguiente ejemplo explica el método: supóngase que haya que calcular el área S de la figura que está encerrada en un cuadrado de lado $10u$.



Se toma en el cuadrado N puntos aleatorios. Por ejemplo, con una regla que tenga que tenga marcados los números del 1 al 10, se determinan n pares ordenados de números y se hace corresponder un punto de la figura con cada par. Algunos puntos caerán en el área S , otros caerán fuera del área S . Sí, N' es el número de puntos que caen en S , el área aproximada de S será:

$$\frac{N'}{N};$$

cuanto más grande sea N , mejor será la aproximación obtenida.

Este método se utiliza para resolver experimentalmente problemas de probabilidades (tiempo de espera, colas, etc.), también se puede usar para resolver problemas que no tienen nada que ver con el azar, como en el ejemplo anterior o para calcular el volumen de un cuerpo multidimensional, en un espacio multidimensional.

1.31 JOHN VON NEUMANN (1903-1957)

John Von Neumann nació en Hungría y murió en Estados Unidos, hizo aportes originales en muchas ramas de la física y la matemática (mecánica cuántica, teoría de juegos, inteligencia, etc.). Se cuentan muchas anécdotas sobre su extraordinaria memoria y la increíble velocidad con la que razonaba y resolvía problemas difíciles. El siguiente es un ejemplo: dos

ciclistas A y B van el uno hacia el otro a velocidad constante de 10km/h . Cuando la distancia que los separa es exactamente 20km , una mosca, que vuela a 15km/h , sale de la rueda delantera de A y va hasta la rueda delantera de B , ahí se da vuelta y va de B a A , luego nuevamente de A a B ...Así sucesivamente hasta que chocan las dos ruedas delanteras. La pregunta es: ¿Qué distancia recorrió la mosca?

La manera complicada de resolver el problema, consiste en calcular la distancia que recorre la mosca en la primera etapa de su viaje de A a B , luego calcular la distancia recorrida de B a A , luego nuevamente de A a B y, así sucesivamente; se obtiene una serie infinita de distancias que se pueden sumar.

La manera fácil es observar que los dos ciclistas se van a juntar exactamente una hora después de empezar su recorrido; la mosca por lo tanto vuela durante una hora y en ese tiempo recorre 15km . Cuando se le propuso este problema a John Von Neumann, dio su respuesta casi instantáneamente; el amigo que le presentó el problema quedó decepcionado y le dijo:

¡Ah! ¡ya se sabía el truco!

¿Qué truco? Preguntó John V. Neumann; lo único que hice fue sumar la serie infinita.

1.32 NICOLAS BOURBAKI (1939-1967)

Nicolas Bourbaki es el seudónimo adoptado por un grupo de matemáticos franceses (Cartan, Dieudonné, Wely, Chevalier y Eilemberg). Escribieron una obra monumental: *"elementos de matemática"*; que se publicó entre los años 1939 y 1967. Son treinta y tres volúmenes de matemática abstracta presentada en forma axiomática (partiendo de ciertas premisas y deduciendo en forma lógica, enunciados válidos). Durante muchos años, estos matemáticos trataron de guardar el secreto de su existencia como grupo y el señor "Bourbaki" llegó hasta solicitar que se le aceptara como miembro de la *"American Mathematical Society"*. Algunos matemáticos muy conocidos: Henri Cartan, Jean Dieudonné, André Wely, Claude Chevalier y Samuel Eilemberg. Este último es el único del grupo que no es francés (de las Universidades de Varsovia y Columbia, EE UU), conocido en su juventud por $S^2 P^2$ (sabio Sammy, el prodigio polaco), y que fue

aceptado “no por su conocimiento perfecto del idioma francés, sino por qué sabía más topología algebraica que cualquier francés”.

Nicolás Bourbaki ha rechazado todos los títulos honoríficos que le han ofrecido pero en 1940 se creó la “Asociación de amigos de Bourbaki”, que cobra los derechos de autor correspondientes a sus publicaciones. El dinero recibido es utilizado exclusivamente para las reuniones del grupo. En esas reuniones, tres veces al año “se come y se bebe bien, pero también se habla mucho de matemáticas”, y se preparan las futuras publicaciones del grupo.

1.33 JOHN CHARLES FIELDS (1863-1932)

Todos los años se otorgan 6 premios Nobel: física, química, medicina, literatura y el premio Nobel de la paz (el premio Nobel de economía se agregó en 1969), cuando se estaban creando los premios, también se pensó en las matemáticas: Alfredo Nobel preguntó a sus asesores, en caso de crearse un premio Nobel de matemáticas, el conocido matemático sueco Gösta Mittag-Leffer (1846-1927) tendría posibilidad de ganarlo. Los asesores contestaron que sí, que era una posibilidad real, ya que Mittag-Leffer era muy capaz y muy famoso. “entonces no habrá premio Noble de matemáticas”; ordenó Nobel. Al parecer, la esposa de Nobel se entendía demasiado bien con Mittag-Leffer y, por tanto, el señor Nobel decidió que sus premios no rían a ningún matemático.

John Charles Fields, un matemático canadiense, profesor de la Universidad de Toronto y amigo personal de Mittag-Leffer, pensando que no era justo excluir a la “Reyna de las ciencias” de los premios Nobel, decidió corregir esa extraña falla.

En 1924, el Congreso Internacional de Matemáticas se reunió en Toronto, presidido por J. C. Fields; este presentó un memorándum titulado “medallas internacionales por destacados descubrimientos en matemáticas”. La idea fue aceptada con entusiasmo por el Congreso y, se adoptó una resolución por la cual se otorgaría, cada cuatro años, un premio a dos destacados matemáticos que no pasaran de los 40 años. Los fondos iniciales para la creación del premio, fueron proporcionados por el superávit del propio Congreso, pero el premio se financia con los bienes personales legados por J. C. Fields al morir en 1932.

Uno de los puntos de memorándum de 1924 no se cumplió: “*las medallas deberán tener un carácter puramente internacional e impersonal, no podrán vincularse a ningún país, institución o persona*”. J. C. Fields no quería que su nombre, ningún hombre, quedara asociado con el premio.

En 1966, debido a la gran expansión de las investigaciones en matemáticas, el Congreso, reunido en Moscú, autorizó que se otorgaran hasta cuatro medallas Fields. En 1978, la Universidad de Helsinki, como tributo a Rolf Nevanlinna, el venerado matemático finlandés, otorgó fondos para la creación del premio Nevanlinna, que debe premiar también cada cuatro años, durante el Congreso Internacional, a un matemático, joven que se haya destacado en informática.

1.34 NIELS H. ABEL (Genio y Pobreza)

¿Cómo aprendí la matemática? La respuesta es simple: “*estudiando a los maestros, no a los discípulos*”. Niels H. Abel, considerado uno de los precursores de la matemática moderna, nació en 1802 en el pueblo de Kristiansand Noruega y murió en 1829, a los 26 años de edad, víctima de la tuberculosis. Fue su padre un humilde pastor protestante.

Hacia los 15 años de edad, gracias a la orientación de su maestro, Abel descubrió su vocación muy pronto empezó a leer y a digerir las grandes obras de sus predecesores, incluyendo algunos de Newton y Gauss. La muerte de su padre en 1820, hecho sobre los hombros de Abel, el cuidado de su madre y de sus 6 hermanos. Aceptó con su acostumbrado optimismo y buen humor la pesada carga; para aumentar sus escasos recursos, se dedicó a dar clases particulares, pero siempre aprovechó todo su tiempo libre, para sus investigaciones matemáticas.

La obra de Abel en álgebra se inicia al obtener la primera demostración del teorema general del binomio extendiéndolo a los exponentes imaginarios. Pero su descubrimiento más notable, fue la demostración de la imposibilidad de resolver algebraicamente la ecuación general de quinto grado, es decir, que no era posible encontrar una fórmula general para la incógnita en función de los coeficientes.

Gracias al esfuerzo de sus amigos noruegos, Abel obtuvo una Beca del Gobierno para perfeccionarse en Francia y Alemania. Fue en esta época que preparó su famosa memoria sobre las funciones trascendentes, en la

que además de las funciones logarítmicas, exponenciales y circulares, por primera vez presentó un estilo sobre las funciones elípticas. Abel, es considerado también, como el iniciador de la teoría de los grupos.

Sus obras fueron publicadas en una revista alemana llamada: “*El crelle*” en honor a su fundador, y además después de su muerte, su maestro noruego Hollboe publicó sus obras completas. Dos días después de morir Abel, llegó una carta a su casa en la que sus colegas alemanes le participaban su nombramiento como catedrático de la Universidad de Berlín, fue la coronación de un cadáver.

2. ANECDOTAS DE MATEMÁTICOS

2.1 Isaac Newton (1642-1727)

Newton fue elegido miembro del Parlamento Británico en 1689, acudió durante muchos años a su puesto aunque nunca intervenía. En cierta ocasión, Newton se levantó durante una sesión y se hizo un gran silencio para escuchar las palabras del gran Newton, todo lo que Newton hizo fue decir: “*Sr. Presidente haga cerrar la ventana abierta por que hace mucha corriente de aire*”.

2.2 Thales de Mileto (600 a.c.)

Según Plutarco era el típico sabio distraído, concentrado sólo en sus investigaciones astronómicas, fue el famoso sabio que cayó a un pozo por mirar las estrellas y una anciana le dijo: “*pretendes observar las estrellas y ni siquiera ves lo que tienes a tus pies*”.

2.3 Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Desde niño demostró una prodigiosa habilidad con los números, a los tres años de edad, corrigió un error que su padre había cometido en el cálculo de los salarios de unos albañiles que trabajaban para él.

2.4 Sophie Germain (1776-1831)

A los 18 años quiso entrar en L'Ecole Polytechnique, pero no admitían mujeres, unos amigos le pasaban los apuntes de las conferencias, en particular las de Lagrange, que enseñaba análisis. Al final del semestre Sophie presentó una memoria con el nombre de M. Le Blanc, Lagrange quedó impresionado por la originalidad del trabajo y quiso conocer al autor

para felicitarlo personalmente; quedó asombrado cuando vio que Monsieur Le Blanc era una jovencita. Lagrange reaccionó bien, la alentó y le presentó otros matemáticos con los que mantuvo una abundante correspondencia matemática.

2.5 Evariste Galois (1811-1832)

Llegó a estudiar en dos días obras que se estudiaban en dos años; a los 19 años abandonó casi por completo las matemáticas, se dedicó a la lucha revolucionaria y llegó a ser un líder prestigioso, pero terminó en la cárcel. Allí se enamoró de una joven (*“une Coquette de bas étage”*), que iba a visitar a otro preso. La relación fue corta y dramática; salió de la cárcel el 29 de mayo de 1832 y murió dos días después en un duelo ridículo (se sospecha que la coqueta y la provocación a duelo fueron ardidés de la policía) Galois tenía 21 años. La noche antes del duelo, escribió algunas cortas y unas 60 páginas de matemática, en ellas presentaba su teoría de grupos abstractos, fundando así el álgebra abstracta, que iba mantener ocupadas a varias generaciones de matemáticos y físicos.

2.6 Hilbert y el Teorema de Fermat

En los principios de la aviación invitaron al matemático alemán David Hilbert (1862-1943) a dar una conferencia sobre el teorema que él quisiera. La conferencia creó una gran expectativa ya que el tema elegido fue: *“la prueba del último teorema de Fermat”*. Llegó el día y dio la conferencia. La exposición fue muy brillante, pero no tuvo nada que ver con el teorema de Fermat, cuando le preguntaron el porqué del título de la conferencia contestó: *“Oh el título solamente era para el caso de que el avión se estrellara”*.

2.7 Thales el distraído

En cierta ocasión Thales caminaba muy distraído observando las estrellas y cayó aun profundo pozo y, una anciana que caminaba por allí le dijo: *“pretendes observar las estrellas y ni siquiera vez lo que tienes a tus pies”*.

2.8 El mulo racional

En los tiempos de Thales, existía un comerciante que transportaba sal en una manada de mulos. Más al pasar por el río uno de los mulos se metía en

el agua para disolverla y, así aligerar su peso; Thales le quito esa mala costumbre cargándolo con esponjas.

2.9 La pirámide de Keops

Para conocer la sabiduría de Thales de Mileto (646-546 a.c.), se cuenta que los sacerdotes de Egipto le sometieron a una dura prueba. Esta prueba consistía en averiguar la altura de la pirámide Keops. Después de mucho razonar se cuenta que Thales se tendió en el suelo, donde marco con dos estacas la longitud de su estatura. Luego cuando observó que su sombra era igual a la distancia marcada en el suelo, midió la sombra que proyectaba la famosa pirámide y, dijo a los sacerdotes: *“ahora que mi sombra y mi altura son iguales, la longitud de la sombra de la pirámide tiene que coincidir con su altura”*.

2.10 El chofer de Einstein

Se cuenta que en los años 20 cuando Albert Einstein empezaba a ser conocido por su teoría de la relatividad, era con frecuencia solicitado por las Universidades para dar conferencias. Dado que no le gustaba conducir y, sin embargo el coche le resultaba muy cómodo para sus desplazamientos, contrató los servicios de un chofer. Después de varios días de viaje Albert Einstein le comento al chofer lo aburrido que era repetir lo mismo una y otra vez. *“Si quiere” le dijo el chofer. “le puedo sustituir por una noche, he oído su conferencia tantas veces, que la puedo recitar palabra por palabra”*. Albert Einstein le tomó la palabra y, antes de llegar al siguiente lugar intercambiaron sus ropas y Einstein se puso al volante, llegaron a la sala donde se iba a realizar la conferencia y como ninguno de los académicos presentes conocía a Einstein, no se descubrió el engaño. El chofer expuso la conferencia que había oído repetir tantas veces a Einstein. Al final un profesor de la audiencia le hizo una pregunta. El chofer no tenía ni idea de cuál podía ser la respuesta. Sin embargo, tuvo un golpe de inspiración y le contestó: *“la pregunta que me hace es tan sencilla que dejaré que mi chofer que se encuentra al final de la sala, se la responda”*

2.11 La sopa de Albert Einstein

Cuando Albert Einstein era un niño manifestó, ante la preocupación de sus progenitores, una cierta dificultad en hablar, en lanzarse al uso oral del

lenguaje de forma fluida. Fue durante una cena cuando el joven Albert dio a sus padres una gran alegría. El futuro genio se dignó en hablar por primera vez para decir: *“La sopa está demasiado caliente”*, sus padres celebraron esta muestra de oratoria y se apresuraron a interesarse por la razón de que hasta entonces no hubiera hablado; Albert Einstein respondió: *“es que hasta ahora todo estuvo en orden”*.

2.12 El reloj de Isaac Newton

Uno de los ayudantes de Newton, llamado también Newton, aunque sin parentesco con él, cuenta que en un período de creativa preocupación con un problema importante, Isaac Newton pasó varios días sin salir de su habitación, ni para comer. Al fin, un día lo encontró en la cocina con una olla en el fuego en la que furiosamente hervía el agua. *¡...por fin el maestro se ha decidido a comer algo...!* Cuál no fue su sorpresa cuando, al acercarse a aquella ensimismada figura junto al fogón contempló estupefacto como permanecía mirando fijamente un huevo que tenía en la mano, *¡...al tiempo que su reloj estaba cocinándose en la olla...!*

2.13 Norbert Weiner el distraído

Era el típico matemático distraído. En cierta ocasión su familia se mudó a un pueblo muy cercano a donde vivía antes, su esposa conociéndole, decidió mandarle al MIT como todos los días, y ella se encargó de la mudanza. Tras repetirle ciento de veces, que se mudaban tal día. Llegó el día D le dio una hoja de papel con la nueva dirección, porque estaba absolutamente segura de que iba a olvidarlo. Desgraciadamente, usó este papel para resolverle por la otra cara una duda a un estudiante. Cuando volvió por la tarde a su casa, por supuesto se había olvidado de que se habían mudado, su primera reacción al llegar a su antigua casa y verla vacía fue la de pensar que le habían robado y, entonces recordó lo de la mudanza. Como tampoco conseguía recordar a donde se habían mudado y no tenía el papel, salió a la calle bastante preocupado y vio a una chica que se acercaba; entonces, le dijo: *“perdone, pero es que yo vivía aquí antes y no consigo recordar...”*. *“No te preocupes papá, mamá me ha mandado a recogerte”* (hay que decir que era de noche y no se veía bien).

2.14 La camisa de Hilbert

Quizá la anécdota más viva narrada por Pólya se produjo con ocasión de una fiesta en la casa de los Hilbert. Cuando su mujer le sugirió que fuera al dormitorio a cambiarse de camisa, y al no recordar lo que debía hacer a continuación, dedujo que debía quitarse el resto de la ropa. Así lo hizo y, a continuación se hecho a dormir. Su mujer tuvo que despertarlo tras un buen rato de estar esperando a que regresara a la fiesta.

2.15 El invitado de Hilbert

El matemático alemán David Hilbert (1862-1943), recibió un día en su casa a un profesor recién llegado a la Universidad de Goting, después de presentarse, el joven profesor se quitó el sombrero y se sentó. Al cabo de unos minutos de conversación, Hilbert, distraído probablemente con algún problema matemático, decidió que la visita ya había durado lo suficiente. Poniéndose el sombrero de su invitado se despidió cortésmente y se fue. ¿Qué cara le quedaría al invitado?

2.16 El cerebro de Bischoff

Bischoff fue uno de los matemáticos de mayor prestigio en Europa en los años de 1870's una de sus ocupaciones era el de pesar cerebros humanos y tras años de analizar datos, observó que el peso medio del cerebro de un hombre era 1350 gramos, mientras que el promedio para las mujeres era de 1250 gramos, durante toda su vida utilizó este hecho para defender ardientemente una supuesta superioridad mental de los hombres sobre las mujeres, basándose en que el cerebro del varón pesaba más. Siendo un científico modelo a su muerte donó su propio cerebro para su colección, el correspondiente análisis indicó. ¡...Oh sorpresa...! El cerebro de Bischoff apenas pesaba 1245 gramos.

2.17 El telegrama de Dirichlet

El matemático Lejeune Dirichlet (1805-1859), no era partidario de escribir cartas. Se cuenta que una de las pocas veces que escribió alguna misiva, fue en el nacimiento de su primer hijo. Dirichlet, envió un telegrama a su suegro con el siguiente mensaje:

$$2+1=3$$

2.18 Ojo con los Números Grandes

Cuando un matemático oriental inventó el admirable juego de ajedrez, quiso el monarca de Persia, conocer y premiar al inventor y, cuenta el árabe Al Sefadi que el Rey ofreció a dicho inventor concederle el premio que solicitara. El matemático se contentó con pedirle, un grano de trigo por la primera casilla del juego del ajedrez, dos por la segunda casilla, cuatro por la tercera casilla, ocho por la cuarta y, así sucesivamente, siempre doblando la cantidad hasta la última de las 64 casillas. El soberano persa, se indignó de una petición que a su parecer, no había de hacer honor a su liberalidad y bonanza. ¿No quieres nada más? Preguntó muy molesto. Con eso me bastaría, respondió el matemático. El gran dio la orden a su gran Visir de que, inmediatamente, quedaran satisfechos los pequeños deseos del sabio. *¡...Pero cuál no sería el asombro del Visir, después de hacer el cálculo y, viendo que era imposible dar cumplimiento a la orden...!*

Para darle al inventor la cantidad que pedía, no había bastante trigo en los graneros reales, ni en los de toda Persia, ni en todos los de Asia. El Rey tuvo que confesar al sabio que no podía cumplir su promesa, por no ser lo bastante rico. Los términos de la progresión arrojan, en efecto, el siguiente resultado: diez y ocho trillones, cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones, setenta y tres mil setecientos nueve millones, quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince granos de trigo. Es decir: 18.446.744.073.709.551.615.

Nota: Sabido es que una libra de trigo, de tamaño medio, contiene 12,750 granos aproximadamente. *¡...Calcúlese las libras que necesita el Rey para premiar al sabio...!* Más de las que produciría en ocho años la superficie de toda la tierra, incluyendo los mares. Con la cantidad de trigo podrían hacerse una pirámide de nueve millas inglesas de altura, 9 de longitud por 9 de latitud en la base. O bien una masa paralelepípedo de 9 leguas cuadradas en su base, con una legua de altura, semejante sólido sería equivalente a otro de 162.000,00 leguas cuadradas con un pie de altura, para comprar esa cantidad de trigo si la hubiera, no habría dinero suficiente en este mundo.

2.19 Marilyn Monroe

De las ocasiones que coincidieron Marilyn Monroe y Albert Einstein, la diva se dirigió al físico y, le propuso jocosamente: *¡...No opina, profesor, que deberíamos tener un hijo juntos; así el niño tendría mi apariencia*

física y su inteligencia...! A lo que Einstein respondió: *“lo que me preocupa querida señorita, es que el experimento ocurra al revés”*.

2.20 *Distraído incurable*

Einstein era bien conocido por ser un distraído incurable, un día alguien llamó a la oficina del Decano de la Universidad donde laboraba para preguntar una dirección. ¿Podría decirme como llego a la casa de Albert Einstein? Preguntó el hombre, el Decano le dijo que no podía darle esa información. Hubo una pausa y una respuesta: *“le habla Albert Einstein, me perdí volviendo a casa del campus universitario”*.

2.21 *Arquímedes y la geometría*

Su fascinación por la geometría fue descrita por Plutarco: muchas veces los sirvientes de Arquímedes, lo llevaban a los baños en contra de su voluntad, para lavarlo y ungirlo; y aun estando ahí, él dibujaba figuras geométricas, incluso utilizando las cenizas de la chimenea. Y mientras era ungido con aceites se entretenía trazando líneas sobre su cuerpo desnudo. Tan distraído estaba, como si estuviera en un estado de éxtasis o trance, por el placer que le generaba el estudio de la geometría.

2.22 *La pregunta de Dirac*

Cierta vez, después de una clase dictada por él en la Universidad De Toronto y durante un lapso dedicado a las preguntas, alguien interrogó: *“profesor Dirac, yo no entiendo cómo ha llegado usted a la fórmula escrita allá arriba, a la izquierda en el pizarrón”*. A lo que replicó el aludido: *“eso no es una pregunta sino una confesión”* ¿alguien quiere saber otra cosa?

2.23 *El peso de la luz*

La hipótesis de Einstein del peso de la luz causó en su momento gran sensación y encendidas polémicas. Duraron varios meses, hasta que se produjo un eclipse de sol, que facilitó la observación de los efectos predichos por su teoría: el corrimiento aparente de una estrella por acción del campo gravitatorio solar sobre un rayo de luz; sin el eclipse total no podía hacerse la observación porque molestaba la luz del sol. El eclipse se podía ver desde una apartada región del África; fue un equipo de astrónomos con sus aparatos, observaron la estrella y la vieron corrida en la

medida predicha por Einstein. Cuando le comunicaron a Einstein la primicia respondió sin darle importancia *¿y que esperaban?*

2.24 Soichiro Honda

Un día Soichiro quiso aprender a nadar. En la escuela, los grandes sabían nadar en su mayoría. Honda, le preguntó a uno de ellos su secreto. ¡Oh, es muy fácil! —Le replicó el chico más grande—. Lo único que debes hacer es tragarte un medaka y entonces podrás hacerlo como él, y sentirte feliz en el río (el medaka es un pececito muy pequeño, negro, nada atractivo pues se parece a un renacuajo). Ingenuo, el joven Honda se fue al río, atrapo un medaka, no sin esfuerzo y repugnancia, y se lo trago según la prescripción del maestro de natación improvisado. Además había tenido la precaución de beber abundante agua, de manera de tornar más comfortable la muerte del pececito. Confiado en la receta mágica, el joven Honda se tiró al agua, pero como ya se dará cuenta, se fue a pique, afortunadamente, ¡no era del todo tonto y no se tiró a aguas demasiado profundas!; después de varios intentos infructuosos, pero sobre todo después de haber tragado muchísima agua, se rindió a la evidencia: el milagro no se producía siempre. ¿Habría omitido seguir alguna instrucción del chico más grande? ¿Tal vez la naturaleza lo había condenado a causa de su constitución endeble, a no poder disfrutar jamás. Resignado, Honda volvió a ver al chico grande para quitarse las dudas. *“Tú eres muy robusto—le explicó el chico—vuelve al río, traga un medaka más grande y veras como funciona”*. El consejo, además de haber sido dado con gran seguridad, poseía la virtud de tener una apariencia científica. Muy contento, y obstinado como era, el joven Honda volvió al río y le costó mucho encontrar un medaka de la dimensión recomendada. Hay que agregar que esos pececitos son muy rápidos y hábiles. Como se imaginará, esa segunda tentativa tuvo el mismo resultado que la primera. Sin embargo, el japonesito todavía no se había resignado a la idea de que nunca podría nadar como los otros chicos de su edad. Se puso a recorrer el borde del río y, repitió varias veces la experiencia: tragaba un medaka y se zambullía. Al fin, aprendió a nadar, el milagro se hizo. “Unos años más tarde comprendí que el milagro residía en mi voluntad y mis tentativas frustradas, en que, a fuerza de tragar agua, había aprendido a nadar; creer profundamente en una cosa nos permite a todos encontrar en nosotros mismos una fuerza inmensa y superarnos.

2.25 Wittgenstein y el tren

Se cuenta que el filósofo Ludwig Wittgenstein se encontraba en la estación de Cambridge esperando el tren con una colega. Mientras esperaban se enfrascaron en una discusión de tal manera que no se dieron cuenta de la salida del tren.

Al ver que el tren comenzaba a alejarse Wittgenstein echó a correr en su persecución y su colega detrás de él. Wittgenstein consiguió subirse al tren pero no así su colega. Al ver su cara de desconsuelo, un mozo que estaba en el andén le dijo: *“no se preocupe, dentro de diez minutos sale otro”*. Usted no lo entiende, le contestó ella, él había venido a despedirme.

2.26 Von Neumann y la mosca.

Al matemático húngaro-americano John Von Neumann (1903-1957), le propusieron una vez el siguiente problema:

Dos trenes separados por una distancia de 200 km se mueven el uno hacia el otro a una velocidad de 50 km/h . Una mosca partiendo del frente de uno de ellos vuela hacia el otro a una velocidad de 75 km/h . La mosca al llegar al segundo tren regresa al primero y así continúa su recorrido de uno a otro hasta que ambos trenes chocan. ¿Cuál es la distancia total recorrida por la mosca?

Neumann respondió inmediatamente: *“150 mk”*; *“es muy extraño”*, el que se lo había propuesto, *“todo el mundo trata de sumar la serie infinita”*. No entiendo porque lo dice”, le contestó Neumann. *“Así es como lo he hecho”*.

La manera fácil de hacerlo es tener en cuenta que los trenes se encuentran después de recorrer 100 km . El tiempo transcurrido será de 2 h , es decir, $(100\text{ km})/(50\text{ km/h})$. Por consiguiente la mosca habrá recorrido $(75\text{ km/h}) \times 2\text{ h} = 150\text{ km}$.

2.27 Las tareas para casa de Dantzig.

En una entrevista publicada en 1986 George B. Dantzig, el padre de la programación lineal, cuenta la siguiente historia que tuvo lugar mientras estudiaba en la Universidad de Berkeley.

Un día llegó tarde a la clase de Jerzy Neyman y copió los dos problemas que había en el encerado suponiendo que eran las tareas que el profesor

había puesto. Al cabo de unos días se disculpó con Neyman por tardar tanto en hacer los problemas, que le parecieron un poco más difíciles de lo habitual, y le preguntó si todavía se los podía dar, a lo que Neyman le contestó que se los dejase sobre la mesa. Se los dejó de mala gana porque la emsa estaba cubierta con tal cantidad de papeles que pensó que sus tareas se iban a extraviar. Al cabo de seis semanas, un domingo a las ocho de la mañana se despertó por los golpes que alguien daba en la puerta de su casa. Era Neyman. Entro corriendo con los trabajos en su mano, y dijo todo excitado: *“acabo de escribir una introducción a uno de tus trabajos. Léela para que pueda enviarlo a publicar”*. Al principio no tenía ni idea de lo que el profesor le estaba contando. Luego, se aclaró la historia: los problemas que había en el encerado y Dantzig había resuelto pensando que eran la tarea para casa, eran en realidad dos famosos problemas estadísticos todavía no resueltos.

2.28 ¡Eureka!...¡Eureka!

Herón II, Rey de Siracusa pidió un día a su pariente Arquímedes, que comprobara si una corona que había encargado a un orfebre local, era realmente de oro puro. El Rey le pidió también de forma expresa que no dañara la corona; Arquímedes dio vueltas y vueltas al problema sin saber cómo atacarlo, Arquímedes empezaba a desesperarse, hasta que un día al meterse a la bañera, para darse un baño, se le ocurrió la solución. Pensó que el agua que se desbordara tenía que ser igual al volumen de su cuerpo que estaba sumergido. Si media el agua que rebosaba al meter la corona conocería el volumen de la misma y a continuación podría compararlo con el volumen de un objeto de oro del mismo peso que la corona, si los volúmenes no fuesen iguales, sería una prueba de que la corona no era de oro puro.

A consecuencia de la excitación que le produjo su descubrimiento, Arquímedes salió del baño y fue corriendo por la calle, desnudo como estaba hacia el palacio gritando: *¡Eureka!...¡Eureka!...¡Eureka! (¡lo encontré!...¡lo encontré!...¡lo encontré!)*.

La palabra griega Eureka utilizada por Arquímedes, ha quedado desde entonces como una expresión que indica la realización de un descubrimiento.

Al llevar a la práctica lo descubierto, se comprobó que la corona tenía un volumen mayor que un objeto de oro del mismo peso. Contenía plata que es un metal menos denso que el oro.

2.29 La razón áurea o la perfecta proporción

Pitágoras y sus seguidores formaban una especie de escuela o comunidad. Para ellos, el número 5 tenía un atractivo especial; su símbolo era una estrella de cinco puntas y les interesaba especialmente la figura del pentágono. En el pentágono hallaron el número llamado número áureo (de oro). Es un número irracional que refleja la relación entre el lado de un pentágono y su diagonal. Su valor es aproximadamente: $1,6180339887\dots$ Las llamadas proporciones áureas han sido consideradas perfectas por los artistas desde la antigua Grecia hasta nuestros días. Un rectángulo con las aproximaciones perfectas tiene la particularidad de que si se quita un cuadrado de 1×1 , la parte restante vuelve a tener las proporciones perfectas. Los constructores del Partenón de Atenas (y los de muchos otros templos y edificios) tuvieron muy en cuenta la proporción áurea. La relación entre la altura y la anchura de su fachada es precisamente un número áureo. Y lo mismo sucede con muchos objetos cotidianos: tarjetas de crédito, carnés de identidad, entre otros.

3. PARADOJAS MATEMÁTICAS

3.1 Paradojas del Infinito.

Supongamos que queremos hallar el valor numérico de “S”, de la suma de infinitos sumandos:

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

Podemos hacer lo siguiente:

$$S = 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$$

Entonces, se tiene:

$$S = 1 + \frac{1}{2}S$$

De donde:

$$2S = 2 + S$$

Por lo tanto:

$$S = 2$$

El resultado es correcto, pero la demostración no lo es, como puedes ver al aplicarla a este otro caso:

$$S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$$

Considerando el procedimiento anterior tenemos:

$$S = 1 + 2(1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots)$$

De donde:

$$S = 1 + 2S$$

Finalmente:

$$S = -1$$

Que evidentemente resulta incorrecto. *¿Dónde está el error?*

Muy fácil; en el primer caso existe el límite de la sucesión S , en cambio en el segundo caso, no existe el límite de la sucesión ya que $(1; 2; 4; 8; 16; \dots)$, es una sucesión divergente.

Para ellos debemos adquirir la costumbre de no aplicar los métodos de la aritmética finita para el cálculo de sumas infinitas.

3.2 Aquiles y la tortuga.

El concepto de límite, es un problema matemático delicado, que históricamente ha dado lugar incluso a paradojas famosas. La más antigua es la paradoja de “*Aquiles y la tortuga*”; enunciada por Zenón de Elea en el siglo V a.c.; dice así:

Un día se acerca una tortuga a Aquiles y le propone una carrera, con la siguiente condición. “*si me das una ventaja, ¡no lograrás alcanzarme!*”

Hacemos el razonamiento con los siguientes datos:

Aquiles da a la tortuga 100 m de ventaja, su velocidad es de 10 m/s , y la velocidad de la tortuga es de 1 m/s , el tiempo, en segundos que tarda Aquiles en alcanzar a la tortuga es:

$$10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots$$

De ahí que Zenón, equivocadamente concluye que Aquiles nunca alcanzará a la tortuga, ya que la suma de infinitos intervalos de tiempo es finita.

¿Cuál es la contradicción? Aquiles tarda en recorrer los 100 m. que le separan de la tortuga en 10s. En este tiempo la tortuga recorre 10m. Aquiles tardará en recorrer los 10m. Que le separan de la tortuga en 1s. En ese tiempo la tortuga recorre 1m. Y así sucesivamente.

La paradoja de Zenón esta hoy en día totalmente aclarada gracias a la moderna teoría de los límites, pues la sucesión de tiempos:

$$10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots$$

Tiene límite finito. ¡Hállalo!

3.3 ¿Dónde están los límites del deporte?

Cuando en atletismo se produce una hazaña como la realizada por el canadiense Ben Johnson en el verano de 1987 al superar por 10 centésimas el record mundial de 100m. Estableciendo el nuevo record en 9,83 segundos, la pregunta inicial fue ¿dónde estarán los límites del deporte? A lo largo de la historia la contestación ha sido la misma; no hay barreras cercanas.

Simplemente, son más o menos difíciles, pero todas pueden ser superadas poco a poco. Ahora bien, no parece lógico que se puedan correr los 100m. en tres segundos. Entonces, *¿dónde está el límite? ¿Estará en 9,5 segundos?* La verdad es que no podemos afirmar nada, pero es un hecho histórico que el hombre ha ido rompiendo barreras constantemente. Téngase en cuenta por ejemplo, que cuando Tarzán (Johnny Weismuller), consiguió hacer los 100m. de natación en algo menos de 1 minuto, se consideró una barrera infranqueable. Al cabo de 65 años, se ronda ya el límite de los 48 segundos,

4. ¿SABÍAS QUE?

4.1 ¿Sabías que?

La definición de logaritmo fue dada por Neper geoméricamente como razón entre dos magnitudes. Su definición es diferente de la nuestra. Al principio Neper llamó los índices de potencias o exponentes “*números artificiales*”, pero más tardes se decidió por la palabra logaritmo (razón de números) compuesta de las dos palabras griegas logos (razón) y aritmos (número).

4.2 ¿Sabías que?

Thales de Mileto, filósofo griego, nació en Mileto (actualmente perteneciente a Turquía) hacia el año 646 a.c. y murió en el año 546 a.c. Fue considerado el primero entre los “*siete sabios de Grecia*”.

4.3 ¿Sabías que?

René Descartes (1596-1650) fue un científico y filósofo francés, al que se considera hoy día como el creador de la geometría analítica. Una de sus mayores aportaciones fue el traducir el lenguaje geométrico, casi experimental, al lenguaje algebraico. El desarrollo de la nueva geometría propició el descubrimiento del cálculo infinitesimal debido a Leibnitz y Newton.

4.4 ¿Sabías que?

Leonard Euler (1707-1783), matemático suizo nacido en Basilea, fue discípulo de Jean Bernouilli aunque muy pronto superó a su maestro.

Euler estudio la sucesión: $\left[1 + \frac{1}{n} \right]^n$; al límite de esta sucesión se le

llamó número e. inicial de su apellido.

4.5 ¿Sabías que?

Leonardo da Vinci (1452-1519), el genio más completo de todos los tiempos, siendo zurdo escribía de derecha a izquierda su firma: “*Yo Leonardo*”

4.6 ¿Sabías que?

Leonard Euler le gustaba cultivar su jardín y contar cuentos a su abundante progenie de 13 hijos.

4.7 ¿Sabías que?

Gerolamo Cardano (1501-1576), predijo en día de su muerte para el 20 de setiembre de 1576, cuatro días antes de sus 75 años. Ese día para que se cumpliera su predicción, Gerolamo Cardano se suicidó.

4.8 ¿Sabías que?

Gerolamo Cardano fue encarcelado por haber publicado un horóscopo de Jesús.

4.9 ¿Sabías que?

Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), más conocido por el seudónimo de Lewis Carrol, autor de “*Alicia en el país de las maravillas*”, fue un matemático inglés que propuso una gran cantidad de problemas resueltos.

4.10 ¿Sabías que?

Fibonacci fue creador de la sucesión que lleva su nombre, Fibonacci explica su sucesión de la siguiente manera. Encerremos un par de conejos adultos, macho y hembra, los conejos empiezan a procrear a los dos meses de su nacimiento dando siempre un único par: macho y hembra, y a partir de ese momento cada uno de los meses siguientes un par más, de igual característica, admitiendo que no se muere ninguno. ¿Cuántas parejas habrá al cabo de un año? Observa que el número de parejas viene dado por la siguiente sucesión:

1; 2; 3; 5; 13;...

Cada término, a partir del tercero, se obtiene sumando los dos anteriores.

4.11 ¿Sabías que?

El matemático italiano Leonardo de Pisa (1170-1240), se le conocía más por Fibonacci o “*hijo de Bonacio*”, un conocido mercader de Pisa que tenía negocios en el norte de África. En 1202 publicó un libro titulado “*liber abaci*” en el que incluye métodos y problemas algebraicos.

4.12 ¿Sabías que?

La sucesión de Fibonacci aparece constantemente en la naturaleza vamos a citar un caso: si cuentas las escamas de una piña, observarás sorprendido que aparecen en espiral alrededor del vértice en número igual a los términos de la sucesión de Fibonacci.

4.13 ¿Sabías que?

Isaac Barrou (1630-1677), profesor en la Universidad de Cambridge, y maestro de Newton, preparó el camino para la aparición del Cálculo diferencial e integral.

4.14 ¿Sabías que?

Pascal argumentaba que, aun suponiendo que sea muy pequeña la posibilidad de que Dios exista y de que sea verdadera la fe cristiana, siendo infinitamente grande la recompensa que es lograr la felicidad eterna conviene creer en Dios y en la fe cristiana.

4.15 ¿Sabías que?

Newton tenía un enorme poder de concentración, trabajaba 18 o 19 horas seguidas y se olvidaba hasta de comer.

4.16 ¿Sabías que?

Isaac Newton nació sietemesino en una familia pobre, tuvo grandes problemas de salud y dificultades en los estudios.

4.17 ¿Sabías que?

Leibnitz uno de los creadores del cálculo diferencial e integral murió olvidado de todos, y se dice que sólo su secretario presencié su entierro.

4.18 ¿Sabías que?

En el año 1771 Leonardo Euler quedó completamente ciego pero siguió trabajando como si nada, dictando sus fórmulas y ecuaciones a sus asistentes.

4.19 ¿Sabías que?

A la curva: $Y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$; se le conoce con el nombre de la bruja de

Agnesi.

4.20 ¿Sabías que?

María Gaetana era sonámbula: muchas veces se le ocurría ir sola a su sala de estudio en estado sonámbulo, encender un lámpara y resolver algunos

problemas que había dejado sin terminar estando despierta. Por la mañana siguiente se sorprendía de ver la solución cuidadosamente explicada en sus cuartillas.

4.21 ¿Sabías que?

Una hazaña de Ramanujan, fue haber conjeturado que el número: e elevado a $\pi \cdot \sqrt{163}$; compuesto por tres irracionales era un número entero. En 1974, en las computadoras de la Universidad de Arizona (EE UU), se comprobó que efectivamente era el número: 262537412640768744.

4.22 ¿Sabías que?

El número π , es conocido como el número “Ludolfiano” en honor al matemático alemán Ludolf Van Ceulen.

4.23 ¿Sabías que?

Los romanos no conocían el cero, la numeración romana, que todavía se usa para indicar los números ordinales, era más bien rudimentaria en lo que se refería a su uso. Por ejemplo el número 234 se escribía: CCXXXIV. Por tanto la ausencia del cero lo complicaba todo de una forma increíble.

4.24 ¿Sabías que?

Stephen Hawking ha afirmado: por desgracia, la selección natural ha dado lugar a otras características, como la agresión, que debió proporcionar una ventaja para la supervivencia en la época de los trogloditas y aun en tiempos anteriores y, en consecuencia, habría sido favorecida por la selección natural, pero, el tremendo incremento de nuestros poderes de destrucción, logrado por la ciencia y la tecnología modernas, ha hecho de la agresión una cualidad muy peligrosa que amenaza la supervivencia de toda la especie humana. Lo malo es que nuestros instintos agresivos parecen estar codificados en el ADN. Por evolución biológica, el ADN sólo cambia en una escala de tiempo de millones de años, en cambio, nuestros poderes de destrucción aumentan en una escala de tiempo que, por lo que respecta a la evolución de información, es solo de veinte a treinta años. A menos que podamos emplear la inteligencia para dominar nuestra agresión, la especie humana no tendrá muchas posibilidades. Si conseguimos sobrevivir durante los próximos cien años, nos desperdigaremos por otros planetas y puede que por otras estrellas. Eso hará que sea mucho menos probable la

extinción de toda la especie humana por obra de una calamidad, como una guerra nuclear (Stephen Hawking, 2002).

4.25 *¿Sabías que?*

Newton fue descrito por su criado del siguiente modo: no le vi nunca practicar ninguna diversión ni pasatiempo, ni montar a caballo para tomar el aire, ni pasear ni jugar a los bolos, u otro ejercicio cualquiera: él creía que cualquier hora que no estuviera dedicada a sus estudios era una hora perdida, y lo cumplía tanto que raramente dejaba su habitación excepto para dar clases en las horas prefijadas, donde tan pocos iban a escucharle, y aún menos le entendían, que a menudo a falta de oyentes hablaba, por decirlo así, para las paredes.

4.26 *¿Sabías que?*

Newton poco antes de morir escribió: no sé qué opine el mundo de mí; pero yo me siento como un niño que juega en la orilla del mar, y se divierte descubriendo de vez en cuando un guijarro más liso o una concha más bella de lo corriente, mientras el gran océano de la verdad se extiende ante mí, todo él por descubrir.

4.27 *¿Sabías que?*

El profesor de Newton en Cambridge, Isaac Barrow, renunció a su cátedra de matemática y la cedió a Newton cinco años después de que el joven estudiante regresara a la Universidad.

5. CÁLCULO MENTAL

5.1 *Multiplicación por 5*

Para multiplicar por 5 un determinado número, al número se le aumenta un cero y se le saca su mitad. En general:

$$ABx5 \Rightarrow \frac{AB0}{2} / ABCx5 \Rightarrow \frac{ABC0}{2} / ABCD...Zx5 \Rightarrow \frac{ABCD..Z0}{2}$$

Ejemplo 1:

$$48 \times 5 \Rightarrow \frac{480}{2} = 240$$

Ejemplo 2:

$$32 \times 5 \Rightarrow \frac{320}{2} = 160$$

Ejemplo 3:

$$64 \times 5 \Rightarrow \frac{640}{2} = 320$$

5.2 Multiplicación por 11

$ab \times 11 = a \quad \underset{a+b}{c} \quad b$; Si: $a + b$ es un número de un solo dígito, si: $a + b$ es un

número de 2 dígitos, es decir: $(7)^2 = 49 + 4 = 53$, este procedimiento se sigue para multiplicaciones con tres, cuatro, cinco, seis, siete o más dígitos.

$$\text{Ejemplo 1: } 32 \times 11 = \overset{3+2}{\underset{5}{35}}2 = 352$$

- Se transcribe el número de la derecha (de 32), en este caso el 2.
- Se suman los extremos, o sea $3+2=5$.
- Se coloca el número de la izquierda (de 32), en este caso el 3.

Ejemplo 2: $87 \times 11 = 957$

- Se transcribe el número de la derecha (de 87), en este caso el 7.
- Nótese que al sumar $8+7=15$, por tanto colocamos el 5 y llevamos 1.
- Finalmente se coloca el número de la izquierda (de 87), o sea 8, más uno que llevaba 9.

Ejemplo 3: $1248 \times 11 = 13.728$

- Se transcribe el número de la derecha (de 1248), en este caso el 8.
- Se suman los dígitos de derecha a izquierda, entonces $8+4=12$, colocamos el 2 delante del 8 y llevamos 1.

- Luego sumamos $4+2=6$, más 1 que llevo 7, colocamos el 7 delante del 2.
- Luego sumamos $2+1=3$, colocamos este número delante del 7.
- Finalmente colocamos el 1.

5.3 Multiplicación por 15

Para Multiplicar por 15 un determinado número, se le aumenta un cero a dicho número y se le suma la mitad de esa cantidad. En general:

$$AB \times 15 = AB0 + \frac{AB0}{2} / ABC \times 15 = ABC0 + \frac{ABC0}{2}$$

Ejemplo 1:

$$14 \times 15 = 140 + 70 = 210$$

Ejemplo 2:

$$22 \times 15 = 220 + 110 = 330$$

Ejemplo 3:

$$34 \times 15 = 340 + 170 = 510$$

5.4 Multiplicación por 25

Para multiplicar por 25 a un determinado número, se le añade al número dos ceros y se divide entre cuatro.

$$AB \times 25 = \frac{AB00}{4} / ABC \times 25 = \frac{ABC00}{4} / ABCD \times 25 = \frac{ABCD00}{4}$$

Ejemplo 1:

$$12 \times 25 = \frac{1200}{4} = 300$$

Ejemplo 2:

$$24 \times 25 = \frac{2400}{4} = 600$$

Ejemplo 3:

$$68 \times 25 = \frac{6800}{4} = 1700$$

5.5 Cuadrado de un número de 2 cifras

Según lo siguiente:

- Cuadrado del primero.
- Doble producto del primero por el segundo.
- Cuadrado del segundo.

Ejemplo 1: $(52)^2 = 2704$

$$(2)^2 = 4$$

$2(5 \times 2) = 20$; Pongo el cero llevo 2

$$(5)^2 = 25 + 2 = 27$$

Ejemplo 2: $(72)^2 = 5184$

$$(2)^2 = 4$$

$2(7 \times 2) = 28$; Pongo el 8 llevo 2

$$(7)^2 = 49 + 2 = 51$$

Ejemplo 3: $(73)^2 = 5329$

$$(3)^2 = 9$$

$2(7 \times 3) = 42$; Pongo el 2 llevo 4

$$(7)^2 = 49 + 4 = 53$$

5.6 Cuadrado de un Número de dos cifras múltiplo de 5.

$(ab)^2$; ab múltiplo de 5: 15, 25, 35, 45...

$$(ab)^2 = a(a+1)b^2$$

Ejemplo 1:

$$(25)^2 = 625$$

$2 \times 3 = 6$ (3, Es inmediato superior a 2)

$$(5)^2 = 25 \text{ (Se coloca el 25 a la derecha del 6)}$$

Ejemplo 2:

$$(35)^2 = 1225$$

$3 \times 4 = 12$ (4, Es inmediato superior a 3)

$$(5)^2 = 25 \text{ (Se coloca el 25 a la derecha del 12)}$$

Ejemplo 3:

$$(85)^2 = 7225$$

$8 \times 9 = 72$ (9, Es inmediato superior a 8)

$$(5)^2 = 25 \text{ (Se coloca el 25 a la derecha del 72)}$$

5.7 Cuadrado de un Número de tres cifras que termina en 25.

Ejemplo 1: $(825)^2$

- En 825, elimino 2, me queda 85.
- Luego multiplico $85 \times 8 = 680$.
- Al final, coloco 625 a la derecha de 680

$$(825)^2 = 680625$$

Ejemplo 2: $(125)^2$

- En 125, elimino 2, me queda 15.
- Luego multiplico $15 \times 8 = 120$.
- Al final, coloco 625 a la derecha de 120

$$(125)^2 = 120625$$

Ejemplo 3: $(225)^2$

- En 225, elimino 2, me queda 25.
- Luego multiplico $25 \times 8 = 200$.
- Al final, coloco 625 a la derecha de 200

$$(225)^2 = 200625$$

5.8 Cuadrado de un Número formado sólo por cifras 1

$$\left(\underbrace{11111\dots 1}_n \right)^2 = \underbrace{123456\dots n}_{n\text{-factores}} \underbrace{(n-1)(n-2)\dots 1}_{(n-1)\text{factores}}$$

Ejemplo 1:

$$(1111)^2 = \underbrace{1234}_{4\text{-onces}} 321$$

Ejemplo 2:

$$(11111)^2 = \underbrace{12345}_{5\text{-onces}} 4321$$

Ejemplo 3:

$$(111111)^2 = \underbrace{123456}_{6\text{-onces}} 54321$$

5.9 Cuadrado de un Número formado sólo por “n” cifras 3

$$\underbrace{(33333\dots333)}_{n \text{ cifras}}^2 = \underbrace{1111\dots110888\dots89}_{(n-1)\text{cifras}} \underbrace{}_{(n-1)\text{cifras}}$$

Ejemplo 1:

$$(33)^2 = 1089$$

Ejemplo 2:

$$(333)^2 = 110889$$

Ejemplo 3:

$$(3333)^2 = 11108889$$

5.10 Producto de Números Comprendidos entre 90 y 100

Ejemplo 1: 95×97

$$95 \times 97 = 9215. \text{ ¿Por qué?}$$

$$5 \times 3 = 15; \text{ Lo escribo}$$

$5 + 3 = 8$; Me pregunto, cuanto le falta a 8 para llegar a 100?; es 92. Lo escribo delante del 15.

Importante:

5: es lo que le falta a 95 para llegar a 100.

3: es lo que le falta a 97 para llegar a 100.

Ejemplo 2. 92×96

$$92 \times 96 = 8832$$

$$8 \times 4 = 32; \text{ Lo escribo}$$

$8 + 4 = 12$; Me pregunto, cuanto le falta a 12 para llegar a 100?; es 88. Lo escribo delante del 32.

Importante:

8: es lo que le falta a 92 para llegar a 100.

4: es lo que le falta a 96 para llegar a 100.

Ejemplo 3: 92×99

$$92 \times 99 = 9108. \text{ ¿Por qué?}$$

$$8 \times 1 = 08; \text{ Lo escribo}$$

$8 + 1 = 9$; Me pregunto, cuanto le falta a 9 para llegar a 100?; es 91. Lo escribo delante del 08.

Importante:

8: es lo que le falta a 92 para llegar a 100.

1: es lo que le falta a 99 para llegar a 100.

Ejemplo 4: 93×98

$$93 \times 98 = 9114. \text{ ¿Por qué?}$$

$$7 \times 2 = 14; \text{ Lo escribo}$$

$7 + 2 = 9$; Me pregunto, cuanto le falta a 9 para llegar a 100?; es 91. Lo escribo delante del 14.

Importante:

7: es lo que le falta a 93 para llegar a 100.

2: es lo que le falta a 98 para llegar a 100.

5.11 Producto de un Número por otro Número de la Forma 1000...001

$$N \times \underbrace{10000\dots0001}_{n\text{-cifras}} = N \times 10^{n+1} + N$$

Ejemplo 1.

$$875 \times 100001 = 875 \times 10^5 + 875$$

$$875 \times 100001 = 87500000 + 875$$

$$875 \times 100001 = 87500875$$

Ejemplo 2.

$$989 \times 10000001 = 989 \times 10^7 + 989$$

$$989 \times 10000001 = 9890000000 + 989$$

$$989 \times 10000001 = 9890000989$$

Ejemplo 3.

$$143 \times 1000001 = 143 \times 10^6 + 143$$

$$989 \times 1000001 = 989000000 + 143$$

$$989 \times 1000001 = 989000143$$

5.12 Multiplicación por 1001

$$abcdx1001 = abcdabcd$$

Para multiplicar, mentalmente, un número de 3 cifras por 1001, se escribe el mismo número dos veces uno a continuación del otro.

Ejemplo 1.

$$384x1001 = 384384$$

Ejemplo 2:

$$977x1001 = 977977$$

Ejemplo 3:

$$654x1001 = 654654$$

5.13 Multiplicación por 9

$$abcdx9 = abcd0 - abcd$$

Para multiplicar, mentalmente un número por 9 se le añade al número un cero y se le resta el mismo número.

Ejemplo 1:

$$38x9 = 380 - 38 = 342$$

Ejemplo 2:

$$345x9 = 3450 - 345 = 3105$$

Ejemplo 3:

$$584x9 = 5840 - 584 = 5256$$

5.14 Multiplicación por el Número 10101

$$abcdx10101 = abcdabcdab cd$$

Ejemplo 1:

$$73x10101 = 737373$$

Ejemplo 2:

$$85x10101 = 858585$$

Ejemplo 3

$$97x10101 = 979797$$

6. FALACIAS MATEMÁTICAS

6.1 ¿Es posible demostrar que $1=2$?

Empezamos con la siguiente igualdad: $a = b$

Entonces:

$$a = b$$

Multiplicamos ambos miembros por: a ; resultando.

$$a^2 = ab$$

Seguidamente restamos a ambos miembros $-b^2$

Entonces se obtiene:

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

Seguidamente factorizamos la igualdad.

$$a^2 - b^2 = ab - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = b(a - b)$$

Ahora dividimos ambos miembros por: $(a - b)$

$$\left(\frac{(a + b)(a - b)}{a - b} \right) = \frac{b(a - b)}{a - b}$$

Resultando:

$$(a + b) = b$$

Como por condición inicial: $a = b$

Al reemplazar resulta:

$$(b + b) = b$$

$$2b = b$$

Finalmente dividiendo la ecuación por: b

En la ecuación resulta:

$$2 = 1$$

¿...Dónde está el error...?

6.2 ¿Es posible demostrar que $0=1$?

$$(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

Por transposición de términos

$$(n + 1)^2 - (2n + 1) = n^2$$

Restamos a ambos miembros: $-n(2n + 1)$

$$(n + 1)^2 - (2n + 1) - n(2n + 1) = n^2 - n(2n + 1)$$

Operando y factorizando.

$$(n + 1)^2 - (n + 1)(2n + 1) = n^2 - n(2n + 1)$$

Luego sumamos a ambos miembros: $\frac{(2n + 1)^2}{4}$

$$(n + 1)^2 - (n + 1)(2n + 1) + \frac{(2n + 1)^2}{4} = n^2 - n(2n + 1) + \frac{(2n + 1)^2}{4}$$

Seguidamente factorizamos:

$$[(n + 1) - (2n + 1)/2]^2 = [n - ((2n + 1)/2)]^2$$

Enseguida extraemos la raíz cuadrada a ambos miembros.

$$[(n + 1) - (2n + 1)/2] = [n - (2n + 1)/2]$$

Reduciendo términos semejantes, tenemos:

$$n + 1 = n$$

Por transposición de términos:

$$1 = n - n$$

Finalmente:

$$1 = 0$$

¿...Dónde está el error...?

6.3 ¿Es posible demostrar que $0=4$?

Partimos de la igualdad trigonométrica:

$$\text{Sen}^2 \varphi + \text{Cos}^2 \varphi = 1$$

Despejando $\text{Cos}^2 \varphi$

$$\text{Cos}^2 \varphi = 1 - \text{Sen}^2 \varphi$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros, tenemos:

$$\text{Cos} \varphi = \sqrt{1 - \text{Sen}^2 \varphi}$$

Ahora sumamos la unidad a ambos miembros, se tiene:

$$\text{Cos} \varphi + 1 = 1 + \sqrt{1 - \text{Sen}^2 \varphi}$$

Seguidamente, al elevamos cuadrado a ambos miembros

$$(\text{Cos} \varphi + 1)^2 = (1 + \sqrt{1 - \text{Sen}^2 \varphi})^2$$

Desarrollando el cuadrado de ambos miembros.

Ahora hagamos que φ ; tome u valor de 180° , entonces resulta:

$$(-1+1)^2 = (1+\sqrt{1-0})^2$$

Operando:

$$(0)^2 = (1+1)^2$$

Finalmente, se obtiene:

$$0 = 4$$

¿...Dónde está el error...?

6.4 ¿Es posible demostrar que $-1=1$?

Partimos de la siguiente igualdad

$$(-1)^2=1$$

Aplicando logaritmo a ambos miembros, se tiene:

$$\text{Log}(-1)^2=\text{log}1$$

Por propiedades de logaritmos, se tiene.

$$2\text{log}(-1)=\text{log}1 \rightarrow 2\text{log}(-1)=0$$

Luego por transposición de términos

$$\text{Log}(-1)=0/2$$

$$\text{Log}(-1)=0 \rightarrow \text{log}(-1)=\text{log}1$$

$$-1=1$$

6.5 ¿Es posible demostrar que $i=-i$?

Partamos de la siguiente igualdad

$$\frac{-1}{1} = \frac{1}{-1}$$

Aplicando raíz cuadrada a ambos miembros

$$\sqrt{\frac{-1}{1}} = \sqrt{\frac{1}{-1}}$$

Por propiedad de radicales:

$$\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}}$$

$$\frac{i}{1} = \frac{1}{i}$$

Reduciendo y multiplicando y dividiendo el segundo miembro por i , se tiene:

$$i = \frac{1}{i} \times \frac{i}{i}$$

Reduciendo:

$$i = \frac{i}{i^2}$$

Como $i^2 = -1$; entonces:

$$i = \frac{i}{-1} \Rightarrow i = -1$$

¿...Dónde está el error...?

6.6 ¿Es posible demostrar que $4=5$?

Sean: $a = 2 \wedge b = 3$

Partimos de una igualdad indiscutible:

$$a^2 - a^2 = 0$$

También:

$$(a + b) - (a + b) = 0$$

Seguidamente podemos multiplicar por a a ambos miembros.

$$(a + b)a - (a + b)a = 0$$

Reemplazando:

$$\Rightarrow a^2 - a^2 = (a + b)a - (a + b)a$$

$$\Rightarrow (a + a)(a - a) = (a + b)(a - a)$$

Simplificando en ambos miembros:

$$\Rightarrow (a + a) = (a + b)$$

Como $a = 2 \wedge b = 3$; reemplazamos:

$$\Rightarrow 2 + 2 = 2 + 5$$

$$2 + 2 = 5 \Rightarrow$$

$$\therefore 4 = 5$$

¿...Dónde está el error...?

6.7 ¿Es posible demostrar que $n+1=n$?

Sea la igualdad:

$$(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

Transponiendo términos semejantes:

$$(n+1)^2 - (2n+1) = n^2$$

Restamos a ambos miembros: $n(2n+1)$

$$(n+1)^2 - (2n+1) - n(2n+1) = n^2 - n(2n+1)$$

Simplificando:

$$(n+1)^2 - (n+1)(2n+1) = n^2 - n(2n+1)$$

Sumando: $\frac{(2n+1)^2}{4}$ a ambos miembros.

$$(n+1)^2 - (n+1)(2n+1) + \frac{(2n+1)^2}{4} = n^2 - n(2n+1) + \frac{(2n+1)^2}{4}$$

Factorizando:

$$\left[(n+1) - \frac{(2n+1)}{2} \right]^2 = \left[n - \frac{(2n+1)}{2} \right]^2$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros:

$$(n+1) - \frac{(2n+1)}{2} = n - \frac{(2n+1)}{2} \quad \therefore n+1 = n$$

¿...Dónde está el error...?

6.8 ¿Es posible demostrar que $1+1=3$?

En primer lugar aparece en escena una igualdad indiscutible.

$$-6 = -6$$

También, podemos escribir:

$$4-10=9-15$$

Sumamos a ambos miembros $6\frac{1}{4}$

$$4-10+6\frac{1}{4}=9-15+6\frac{1}{4}$$

$$4-10+\frac{25}{4}=9-15+\frac{25}{4}$$

$$2^2 - 2 \times 2 \times \frac{5}{2} + (5/2)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times \frac{5}{2} + (5/2)^2$$

$$[2 - (5/2)]^2 = [3 - (5/2)]^2$$

$$2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}$$

$$2 = 3$$

$$2 + 0 = 3 + 0$$

$$1 + 1 = 0$$

¿Es correcto?

6.9 ¿Es posible demostrar que $2 \cdot 2 = 5$?

Es evidente que: $6 - 3 \cdot 6 = 25 - 45$

Ahora podemos escribirlo así:

$$4^2 - 4 \times 9 = 5^2 - 5 \times 9$$

Sumando: $(9/2)^2$ en ambos miembros de esta igualdad, para obtener un trinomio cuadrado perfecto, se tiene:

$$4^2 - 4 \times 9 + (9/2)^2 = 5^2 - 5 \times 9 + (9/2)^2$$

Ahora:

$$[4 - (9/2)]^2 = [5 - (9/2)]^2$$

Cancelando exponentes:

$$4 - (9/2) = 5 - (9/2)$$

Simplificando: $(-9/2)$

Obtenemos $4 = 5$

Luego $2 \cdot 2 = 5$

¿Es correcto?

Hasta aquí las falacias matemáticas, es preciso aclarar que en todos y cada uno de los casos vistos, se realiza una operación errónea en alguno de los pasos. Por lo que se puede concluir que las “demostraciones” son erróneas.

7. HISTORIA DE LOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

<i>Símbolo</i>	<i>Año</i>	<i>Autor</i>
a/b	1228	Fibonacci
3.4	1464	Regiomontano
3+4; 4-3	1489	Widmann
30°	1571	Reinhold
Decimales	1585	Stevin
2,17	1617	Naiper
Log ₂ 7	1624	Kepler
$\sqrt[3]{5}$	1629	Girard
3<4; 4>3	1631	Harriot
2 ⁵	1637	Descartes
$\int dx$	1675	Leibnitz
f(x)	1736	Euler
π	1736	Euler
e	1736	Euler
Sen; Cos	1753	Euler
Σ ; Δ	1755	Euler
i	1777	Euler
Ángulos: α ; β ; γ	1816	Crelle
0: cero	N.D.	N.D. (Indues)
a/b	1845	De Morgan
a ÷ b	N.D.	Johann Hernrich
a:b	1684	Leibnitz
Z (enteros)	N.D.	"Zahlen" = números
X ⁿ	1636	James Hume
C	1890	Ernst Schroder
€	1895	Peano
x (producto)	1631	Oughtred
$\sqrt{\quad}$	1525	Christoph Rudolff

Cabe hacer notar que la simbología antes vista, es el trabajo de miles de años, el trabajo de cientos de hombres visionarios, que trabajaron no sólo en función a sus necesidades, sino en función a las necesidades de todos. Y lo que es más importante pusieron a la matemática al servicio de todas las ciencias.

8. GERARQUÍA DE LOS NÚMEROS

<i>Nombre</i>	<i>Amewricano/Frances</i>
<i>Cero</i>	0
<i>Uno</i>	1
<i>Dos</i>	2
<i>Tres</i>	3
<i>Cuatro</i>	4
<i>Cinco</i>	5
<i>Seis</i>	6
<i>Siete</i>	7
<i>Ocho</i>	8
<i>Nueve</i>	9
<i>Diez</i>	10
<i>Cien</i>	10^2
<i>Mil</i>	10^3
<i>Millón</i>	10^6
<i>Billón</i>	10^9
<i>Trillón</i>	10^{12}
<i>Cuatrillón</i>	10^{15}
<i>Quintillón</i>	10^{18}
<i>Sextillón</i>	10^{21}
<i>Septillón</i>	10^{24}
<i>Octillón</i>	10^{27}
<i>Nonillón</i>	10^{30}
<i>Decillón</i>	10^{33}
<i>Undecillón</i>	10^{36}
<i>Duodecillón</i>	10^{39}
<i>Tredecillón</i>	10^{42}
<i>Cuatrodecillón</i>	10^{45}
<i>Quindecillón</i>	10^{50}
<i>Sexdecillón</i>	10^{51}
<i>Septendecillón</i>	10^{54}
<i>Octodecillón</i>	10^{57}
<i>Novemdecillón</i>	10^{60}
<i>Vigintillón</i>	10^{63}
<i>Googol</i>	10^{100}
<i>Googolplex</i>	10^{1000}

9. EL NÚMERO 4

Con “cuatro Cuatros” y aplicándoles simples operadores matemáticos, se pueden conseguir gran variedad de números, los matemáticos dicen que se pueden conseguir todos los números del 0 al 100, sin que en la expresión aparezcan otros números o letras. Por tanto, hay que usar cuatro cuatros y pueden emplearse: +; -; x; /; √; aⁿ; 0,a; !.

Veamos algunos ejemplos:

$0=44-44=4/4-4/4$	$26=4!+[√{4x√{4}}]/√{4}$
$1=44/44=(4/√{4})-4/4$	$27=4!+(4/4)+√{4}$
$2=4/4+4/4=4-(4+4)/4$	$28=4!+(4x4)/4$
$3=(4+4+4)/4=(4x4-4)/4$	$29=4!+4+4/4$
$4=4+(4-4)/4$	$30=[(4+4/4)!]/4$
$5=(4x4+4)/4$	$31=[(4!+4)/4]+4!$
$6=(4+4)/4+4$	$32=4^{√{4}}+4^{√{4}}$
$7=(44/4)-4$	$33=(44/√{4})x√{4}$
$8=4+4+4-4$	$34=[4x4(√{4})]+√{4}$
$9=(4/4)+4+4$	$35=4!+(44/4)$
$10=(44-4)/4$	$36=[(4!)(4!)]/4x4$
$11=(44/√{4x4})$	$37=[(4!+√{4})/√{4}]-√{4}$
$12=4!-4-4-4$	$38=44-(4+√{4})$
$13=4!-(44/4)$	$39=(4!+4-√{4})/√{4}$
$14=4+4+4+√{4}$	$40=(4!)+(4!)-4-4$
$15=(44/4)+4$	$41=[4!+√{4}]/√{4}...+√{4}$
$16=4+4+4+4$	$42=44-(4/√{4})$
$17=4x4+(4/4)$	$43=44-(4/4)$
$18=4!-4-4+√{4}$	$44=44+4-4$
$19=4!-4-(4/4)$	$45=44+(4/4)$
$20=4!-4-4+4$	$46=[(4!)-4-4]/√{4}$
$21=4!-4+(4/4)$	$47=[(4!)-4-√{4}]/√{4}$
$22=4!-(4+4)/4$	$48=(4!)√{4}+4-4$
$23=4!-4^{(4+4)}$	$49=4!x√{4}+4/4$
$24=4!+(4-4)x4$	$50=(4!)x√{4}+4-√{4}$
$25=4!+4^{(4-4)}$	Encuentra los próximos números.

10. POEMAS MATEMÁTICOS

10.1 HOMBRE

*El hombre siendo soltero,
es todo un número entero.
Se casa y al otro día
es regla de compañía;
antes del mes de casado
ya es número quebrado.
Privando así a toda idea
que un número mixto sea;
nace un niño y después
se forma una regla de tres.
Si es adicto a la emoción
habrá multiplicación;
si es bueno y discreto
será un número concreto.
Y de no haber comprensión,
acudirá a la división.
Pero si enviuda en el acto
se vuelve un número abstracto
y si se casa otra vez
es regla de interés.
Por todo lo que ha pasado
ya es un hombre cansado.
Ya no es número entero,
quebrado, ni mixto
es ... CERO.*

10.2 A LA DIVINA PROPORCIÓN

*A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu Ley divina.*

*A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de medida
que el universo armónico origina.*

*A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.*

*Luces por alas un compás ardiente,
tu canto es una esfera transparente.*

A ti, divina proporción de oro.

10.3 NÚMEROS

*De los números naturales
sólo pocos se destacan,
particularmente notables
que a otros números opacan.
Números primos, cuadrados perfectos
son ejemplos singulares
de números selectos,
de inolvidables propiedades,
y entre números importantes,
no soy yo la excepción
seguro que me has visto antes,
pero ahora adivina quién soy.
Pues si mi propia raíz cuadrada
a mí mismo me restan,
por una gracia sólo a mi reservada
el resultado es justo treinta.*

11. MÚLTIPLO Y SUBMÚLTIPLOS DECIMALES DE LAS UNIDADES.

Prefijo	Símbolo	Factor
<i>Yotta</i>	<i>Y</i>	10^{24}
<i>Zetta</i>	<i>Z</i>	10^{21}
<i>Exa</i>	<i>E</i>	10^{18}
<i>Peta</i>	<i>P</i>	10^{15}
<i>Tera</i>	<i>T</i>	10^{12}
<i>Giga</i>	<i>G</i>	10^9
<i>Mega</i>	<i>M</i>	10^6
<i>Kilo</i>	<i>k</i>	10^3
<i>hecto</i>	<i>h</i>	10^2
<i>deca</i>	<i>da</i>	10
<i>deci</i>	<i>de</i>	10^{-1}
<i>centi</i>	<i>c</i>	10^{-2}
<i>mili</i>	<i>m</i>	10^{-3}
<i>micro</i>	μ	10^{-6}
<i>nano</i>	<i>n</i>	10^{-9}
<i>pico</i>	<i>p</i>	10^{-12}
<i>femto</i>	<i>f</i>	10^{-15}
<i>atto</i>	<i>a</i>	10^{-18}
<i>zepto</i>	<i>z</i>	10^{-21}
<i>yocto</i>	<i>y</i>	10^{-24}

12. MATEMÁTICOS Y FRASES CÉLEBRES.

“El número gobierna el Universo”.

Los Pitagóricos

“La matemática es la reina de las ciencias, la aritmética la reina de la matemática”.

C. F. Gauss

“Una verdad matemática no es ni simple ni complicada, por si misma, es una verdad”.

Emile Lemoine

“Un matemático que no tenga también algo de poeta, jamás será un completo matemático”.

Karl Weierstrass

“Dios hizo los números enteros, el resto es obra del hombre”.

Leopold Kronecker

“No existe una carretera real para la geometría”.

Menecmo

“Por extraño que parezca, la fuerza de la matemática reside en pasar por alto todos los pensamientos innecesarios y en la maravillosa frugalidad de las operaciones mentales”.

Ernet Mach

“El matemático, que se encuentra bajo su diluvio de símbolos, y trabaja, al parecer, con verdades puramente formales, puede aún alcanzar resultados de infinita importancia para nuestra descripción del universo”.

Karl Pearson

“Pero existe otra razón para la gran reputación de la matemática: la de que la matemática ofrece a las ciencias naturales exactas un cierto grado de seguridad que sin ella no podrían alcanzar”.

Albert Einstein

“Para crear una filosofía sana hay que renunciar a la metafísica, pero ser un buen matemático”.

Bertrand Russell

“Cualquier nueva serie de descubrimientos es matemática en forma, debido a que no podemos tener otra guía”.

C. G. Darwin

“¡El infinito! Ninguna cuestión ha conmovido tan profundamente el espíritu del hombre”.

David Hilbert

“En mi opinión un matemático, en tanto es un matemático, no necesita preocuparse de filosofía: una opinión que de todos modos ha sido expresada por muchos filósofos”.

Henri Lebesgue

“Dios algunas veces geometriza”.

Platón

“El gran arquitecto del universo comienza ahora a aparecer como un matemático puro”.

J. H. Jeans

“Defiende tu derecho a pensar, porque incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar”.

Hipatía

“Las matemáticas no mienten, lo que hay son muchos matemáticos mentirosos”.

David Thoreau

“Las matemáticas son la música de la razón”.

Silvester

“Aquel que desdeña la geometría de Euclides es como el hombre que, al regresar de tierras extrañas, menosprecia su casa”.

H. G. Forde

“No hay enigmas. Si un problema puede plantearse, también puede resolverse”.

Ludwing Wittgenstein

“Las matemáticas no solamente poseen la verdad, sino la suprema belleza, una belleza fría y austera, como la de la escultura, sin atractivo para la parte más débil de nuestra naturaleza”.

B. Russell

“Un matemático, como un pintor o un poeta, es un fabricante de modelos. Si sus modelos son más duraderos que los de estos últimos, es debido a que están hechos de ideas. Los modelos del matemático, como los del pintor o los del poeta deben ser hermosos. La belleza es la primera prueba; no hay lugar permanente en el mundo para unas matemáticas feas”.

G. H. Hardy

“Todo saber tiene de ciencia lo que tiene de matemática”.

Poincaré

“Mejor que de nuestro juicio, debemos fiarnos del cálculo algebraico”.

Euler

“La geometría tiene dos grandes tesoros: uno es el teorema de Pitágoras, y el otro el número áureo. El primero puede compararse a una media de oro, y el segundo a una piedra preciosa”.

Johannes Kepler

“El estudio profundo de la naturaleza es la fuente más fértil de descubrimientos matemáticos”.

Joseph Fourier

“No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real”.

Nikola y Lobachevsky

“Los buenos cristianos deben cuidarse de los matemáticos y de todos los que acostumbran a hacer profecías aun cuando estas profecías se cumplan, pues existe el peligro de que hayan pactado con el diablo para obnubilar y hundir a los hombres en el infierno”.

“San Agustín”

“No hay certidumbre allí donde no es posible aplicar ninguna de las ciencias matemáticas ni ninguna de las basadas en las matemáticas”.

Leonardo Da Vinci

“No hay certidumbre allí donde no es posible aplicar ninguna de las ciencias matemáticas ni ninguna de las basadas en las matemáticas”.

Leonardo Da Vinci

“No os fiéis de las brujerías y atractivos diabólicos de las matemáticas”.

Fenelón

“La matemática es el trabajo del espíritu humano que está destinado tanto a estudiar como a conocer, tanto a buscar la verdad como a encontrarla”.

Evariste Galois

“En Roma nadie era considerado como instruido si no era pitagórico”.

Cicerón

“El álgebra es muy generosa. Siempre nos dice más de lo que le preguntamos”.

D’Alembert

“La filosofía está escrita en ese grandísimo libro abierto ante los ojos; quiero decir, el universo, pero no se puede entender si antes no se aprende a entender la lengua, a conocer los caracteres en los que está escrito. Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto”.

Galileo Galilei

“La geometría es el arte de pensar bien, y dibujar mal”.

Poincaré

“Ninguna investigación humana puede ser denominada ciencia sino pasa a través de pruebas matemáticas”.

Leonardo Da Vinci

“En cualquier teoría particular sólo hay de ciencia real lo que haya de matemática”.

Immanuel Kant

“Las matemáticas son una gimnasia del espíritu y una preparación para la filosofía”.

Isócrates

“Las estructuras son las armas del matemático”.

N. Bourbaki

“La matemática es la llave y la puerta de la ciencia”.

R. Bacon

“Que ningún ignorante de la geometría cruce mi puerta”.

Platón

“El olvido de las matemáticas perjudica a todo el conocimiento, ya que el que las ignora no puede conocer las otras ciencias de este mundo”.

R. Bacon

“El avance y perfeccionamiento de las matemáticas están estrechamente relacionados con la prosperidad de la nación”.

Napoleón I

“Las abejas, en virtud de una cierta intuición geométrica, saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material”.

Pappus de Alejandría

“Las leyes de la matemática no son meramente invenciones o creaciones humanas. Simplemente “son”: existen independientemente del intelecto humano. Lo más que puede hacer un hombre de inteligencia aguda es descubrir que esas leyes están allí y llegar a conocerlas”.

Mauritis Cornelis Esche

“El ser humano es como un quebrado. El numerador es lo que él es, y el denominador lo que él cree que es. Cuanto menor es el denominador, más pequeño es el quebrado”.

L. Tolstoi

“La naturaleza y sus leyes yacían ocultas en la noche: “Dios dijo: sea Newton y, todo fue luz”.

Alexander Pope

“Pero esto no fue lo último el diablo grito: “sea Einstein y, la situación se restableció”.

John Collins

13. CUADRADOS MAGICOS.

El cuadrado mágico que mostramos a continuación se denomina “melancolía”, y debe su nombre por que aparece en un cuadro del artista

alemán Alberto Durero, en el siglo *XVI* llamado “*Melancolía*” *¡observa lo que sucede!*

13.1 Si sumas los casilleros horizontales obtendrás:

$$\boxed{6} + \boxed{11} + \boxed{5} + \boxed{12} = 34$$

$$\boxed{8} + \boxed{7} + \boxed{13} + \boxed{14} = 34$$

$$\boxed{4} + \boxed{3} + \boxed{10} + \boxed{16} = 34$$

$$\boxed{1} + \boxed{9} + \boxed{15} + \boxed{2} = 34$$

13.2 Si sumas los casilleros verticales obtendrás:

$$\boxed{6} + \boxed{8} + \boxed{4} + \boxed{1} = 34$$

$$\boxed{11} + \boxed{7} + \boxed{3} + \boxed{9} = 34$$

$$\boxed{5} + \boxed{13} + \boxed{10} + \boxed{15} = 34$$

$$\boxed{12} + \boxed{14} + \boxed{16} + \boxed{2} = 34$$

13.3 Si sumas las diagonales

$$16+10+7+1=34$$

$$13+11+6+4=34$$

13.4 Si sumas las cuatro cantidades centrales

$$10+11+6+7=34$$

13.5 Si sumas las cantidades de los cuatro cuadrados parciales:

$$16+3+5+10=34$$

$$2+11+13+8=34$$

$$9+4+6+15=34$$

$$7+12+14+1=34$$

13.6 Si sumas las cantidades de las esquinas

$$16+13+4+1 = 34$$

13.7 Si sumas cantidades simétricas con respecto al centro

$$3+5+12+14=2+8+15+9=3+2+15+14=5+9+8+12=34$$

13.8 Suma los números elevados al cuadrado tomando las 2 primeras filas y luego las 2 siguientes:

$$16^2+3^2+2^2+13^2+5^2+10^2+11^2+8^2=748$$

$$9^2+6^2+7^2+12^2+4^2+15^2+14^2+1^2 = 748$$

13.9 Toma ahora 1ª y 3ª fila 2ª y 4ª fila

$$16^2+3^2+2^2+13^2+9^2+6^2+7^2+12^2 = 748$$

$$5^2+10^2+11^2+8^2+4^2+15^2+14^2+1^2=748$$

13.10 Haz lo mismo con las columnas:

$$16^2+5^2+9^2+4^2+3^2+10^2+6^2+15^2 = 748$$

$$2^2+11^2+7^2+14^2+13^2+8^2+12^2+1^2=748$$

13.11 Tomando 1º con 3º y 2º con 4º

$$16^2+5^2+9^2+4^2+2^2+11^2+7^2+14^2 = 748$$

$$3^2+10^2+6^2+15^2+13^2+8^2+12^2+1^2=748$$

13.12 La suma del cuadrado de los números de las diagonales es igual a la suma del cuadrado de los que no están en la diagonal.

$$16^2+10^2+7^2+1^2+13^2+11^2+6^2+4^2 = 748$$

$$2^2+8^2+12^2+14^2+15^2+9^2+5^2+3^2 = 748$$

13.13 Si se suman los cubos:

$$16^3+10^3+7^3+1^3+13^3+6^3+4^3 = 9248$$

$$2^3+8^3+12^3+14^3+15^3+9^3+5^3+3^3 = 9248$$

Nota: Este cuadrado mágico es conocido como diabólico, debido a que los números de las casillas 9 y 15 forman el año 1514 en el que fue hecho dicho grabado.

14. EPITAFIOS DE GRANDES MATEMÁTICOS

Son inscripciones puestas en una sepultura.

14.1 Arquímedes (287-212 a. c.)

En su tumba se dice que había como único epitafio un cilindro circunscrito a una esfera (Arquímedes había demostrado que el volumen de una esfera era igual a las dos terceras partes del volumen del cilindro circunscrito).

14.2 Diofanto (vivió alrededor del año 275)

En su tumba se leía: *“esta tumba contiene a Diofanto. ¡Oh gran maravilla! Y la tumba dice con arte la medida de su vida. Dios hizo que fuera niño una sexta parte de su vida. Añadiendo un doceavo, las mejillas tuvieron la primera barba. Le encendió el fuego nupcial después de séptimo, y en el quinto año después de la boda le concedió un hijo. Pero ¡ay!, niño tardío y desgraciado, en la mitad de la medida de la vida de su padre, lo arrebató la helada tumba. Después de consolar su pena en cuatro años con esta ciencia del cálculo, llegó el término de su vida”*.

14.3 Jacques Bernoulli (1654-1705)

Estudio la espiral equiangular (aparece en la naturaleza en lugares de lo más dispares: telas de araña, conchas, disposiciones de semillas, espirales de nebulosas, etc.). La espiral fue grabada en su tumba y con ella las palabras. “aunque cambiado resurgiré” (Eadem mutata resurgo), aludiendo a las propiedades de la espiral.

14.4 Isaac Newton (1642-1727)

Se puede leer en su tumba de la abadía de Westminster la fórmula del desarrollo del binomio:

$$(x + a)^n = C_0^n x^n + C_1^n x^{n-1} a + C_2^n x^{n-2} a^2 + \dots + C_n^n a^n$$

La inscripción en su tumba dice así: aquí descansa Sir Isaac Newton, caballero que con fuerza mental casi divina demostró él primero, con su resplandeciente matemática, los movimientos y figuras de los planetas, los senderos de los cometas y el flujo y reflujo del océano. Investigó cuidadosamente las diferentes refrangibilidades de los rayos de la luz. Y las propiedades de los colores originados por aquellos. Interprete laborioso, sagaz y fiel, de la naturaleza, antigüedad, y de la santa escritura; defendió en su filosofía la majestad del todo poderoso y manifestó en su conducta la sencillez del evangelio.

Dad las gracias mortales, al que ha existido así, y tan grandemente como adorno de la raza humana. Nació el 25 de diciembre de 1642; falleció el 20 de marzo de 1727. Alexander Pope, le dedicó el siguiente epitafio: “la naturaleza y sus leyes yacían ocultas en la noche, Dios dijo: “*sea Newton*” y *todo fue luz*”; refiriéndose al epitafio anterior, John Collins añadió: “*pero esto no fue lo último. El diablo gritó “sea Einstein”, y se restableció la situación*”.

14.5 Benjamín Franklin (1706-1750)

Turgot pronunció en su honor el siguiente epitafio: “arrebato el rayo a los cielos y el cetro a los Reyes”.

14.6 Thomas Young (1773-1824)

Dedico a la memoria de Thomas Young, M. D; miembro y secretario de relaciones exteriores de la Royal Society, miembro del instituto nacional de Francia: estableció por primera vez la teoría ondulatoria de la luz y penetró por primera vez la oscuridad que había ocultado durante siglos los jeroglíficos egipcios.

14.7 Ludwig Boltzmann (1844-1906)

En su lápida aparece su famosa ecuación: $S = K \ln W$, que relaciona la entropía de un sistema (S); con el número de posibles disposiciones de sus partículas constituyentes (W), K es la constante que lleva su nombre: $1,38 \times 10^{-23} J/K$. (en su época, el logaritmo neperiano se representaba por Log).

14.8 Herbert George Wells (1866-1946)

Dijo en una ocasión: “*cuando llegue la hora, mi epitafio tendrá que ser: ya os lo dije, malditos locos*”.

15. MATEMÁTICA Y ALGO MÁS

15.1 La divina proporción

En cierta ocasión le preguntaron a un vendedor que como podía vender tan baratas sus hamburguesas de pollo, a lo que él respondió: bueno, tengo que admitir que hay un poco de carne de burro, pero la mezcla es proporcional, 50:50; uso el mismo número de pollos que de burros.

15.2 Propiedad conmutativa

¿A qué distancia está Arequipa de Camaná? A 180 Km. ¿Y a qué distancia está Camaná de Arequipa? No lo sé. Pues lo mismo ¡hombre! 180 Km, por la propiedad conmutativa. No necesariamente, de navidad a reyes hay 10 días, pero de reyes a navidad hay casi un año.

15.3 Dios dando una clase de geometría

Dios se encontraba dándole una clase de geometría a Lobachevski, y dos rectas paralelas se cortan en el infinito. No se puede demostrar, pero créeme, yo he estado allí.

15.4 Conversación entre Einstein y Poincaré

Con mucha justicia los medios se han ocupado de ubicar a Einstein como una de los personajes más famosos de la historia. Es difícil encontrar a alguien que sepa leer y escribir y no sepa quién fue Albert Einstein. Sin embargo, también es muy cierto que un número muy reducido de personas han escuchado hablar de: Henri Poincaré, nacido el 28 de abril de 1854 en Nancy, Francia y, murió el 17 de junio de 1912 en París. Era ambidiestro y miope. Sufrió de difteria durante buena parte de su vida y eso le trajo severos problemas motrices y de coordinación. Pero Poincaré es considerado una de las mentes más privilegiadas y brillantes que pobló la tierra. Se dedicó a la matemática, la física y la filosofía y se le describe como el último de los “*universalistas*”.

Contribuyó en forma profusa a diversas ramas de la matemática, mecánica celeste, mecánica de fluidos, la teoría especial de la relatividad y la filosofía de la ciencia. Aún hoy permanece sin respuesta su famosa conjetura sobre la existencia de *variedades tridimensionales sin borde con grupo de homotopía nulo y que no fueran homeomorfas a la esfera en cuatro dimensiones*. Más allá de haber entendido el enunciado, cosa que posiblemente no ocurrió salvo para un grupo muy reducido de personas, especialistas en el tema, el hecho es que Poincaré conjeturó este resultado cuya demostración ha eludido a los mejores matemáticos del mundo desde hace más de un siglo.

No obstante, la importancia de lo anotado anteriormente, nuestro propósito es presentar una conversación entre Einstein y Poincaré, ocurrida en la

primera mitad del siglo *XX*, poniendo énfasis en una discusión eterna entre la matemática y la física. Aquí la detallamos:

Einstein: Henri, al principio, yo estudiaba matemática. Pero dejé y me dediqué a la física...

Poincaré: Ah... No sabía, Alberto. ¿Y por qué fue?

Einstein: Bueno, lo que pasaba era que si bien yo podía darme cuenta de cuáles afirmaciones eran verdaderas y cuáles eran falsas, lo que no podía hacer era decidir cuáles eran falsas, lo que no podía hacer era decidir cuáles eran importantes...

Poincaré: Es muy interesante lo que me dices, Albert, porque, originalmente, yo me había dedicado a la física, pero me cambie al campo de la matemática...

Einstein: ¿Ah, sí? ¿Y por qué?

Poincaré: porque si bien yo podía decidir cuáles de las afirmaciones eran importantes y separarlas de las triviales, mi problema... ¡es que nunca podía diferenciar las que eran ciertas!

15.5 Origen de la geometría según Herodoto

“Sesostris dividió las tierras de Egipto entre sus habitantes. Si el río se llevaba una parte de la porción asignada a un hombre, el Rey enviaba a otras personas para examinar y determinar, por medio de una medición, la extensión exacta de la pérdida. A partir de esta práctica, creo yo, es como llegó el conocimiento de la geometría en Egipto de donde más tarde paso a Grecia”.

15.6 Yo soy el Papa

En cierta ocasión Bertrand Russel, estaba especulando sobre enunciados condicionales del tipo: “*si llueve las calles están mojadas*” y, afirmaba que de un enunciado falso se puede deducir cualquier cosa. Alguien que le escuchaba le interrumpió con la siguiente pregunta: *¿Quiere usted decir que si aceptamos que $2+2=5$, entonces de puede demostrar que usted es el papa*”? Russel contestó afirmativamente, y procedió a demostrarlo de la siguiente manera: “*si suponemos que $2+2=5$, entonces restando 2 a cada miembro, obtenemos $2=3$, invirtiendo la igualdad y restando 1 a cada*

lado, obtenemos $2=1$. Ahora, como el papa y yo somos 2, y $2=1$, entonces el papa y yo somos 1, por consiguiente yo soy el papa”.

15.7 Acertijo matemático popular

Dime si eres entendido, esto cómo puede ser ni tres son menos que cuatro ni dos son menos que tres, dos son tres si bien se advierte; tres son cuatro si se mira; cuatro seis, y de esta suerte, seis son cuatro sin mentir.

15.8 ¡Dimensión 9!

Un matemático y un físico van a una conferencia de física teórica con teorías de Kuiza-Kklein, involucrando espacios de dimensión 9, al cabo de un rato el físico está hecho polvo, no entendía nada, pero el matemático parecía interesado. Así que el físico le pregunta aburrido: Oye ¿cómo puedes aguantar este rollo? ¡Bah, es fácil! Todo consiste en visualizar. Pero ¿cómo visualizar un espacio de dimensión 9? Visualiza un espacio de dimensión “n” y, luego haces que “n” sea igual a 9.

15.9 Cifras Astronómicas

Es posible que nadie haga tanto uso de la “quinta operación matemática” como los astrónomos.

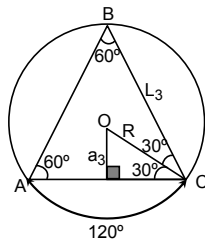
Los exploradores del firmamento manejan sin cesar cantidades formadas por una o dos cifras significativas seguidas de un alarga fila de ceros. Sería muy incómodo expresar con los medios ordinarios tales cantidades, llamadas con razón “astronómicas” y, sobre todo, operar con ellas. Los kilómetros que nos separan de la nebulosa de Andrómeda se expresa con la siguiente cifra: 95 000 000 000 000 000 000.

Por añadidura, al efectuar cálculos astronómicos, muchas veces hay que operar no con kilómetros u otras unidades aún mayores, sino con centímetros. En este caso, la distancia antes referida lleva cinco ceros más: 9 500 000 000 000 000 000 000 000. La masa de las estrellas viene expresada en cifras todavía más considerables, sobre todo si hemos de registrarla en gramos, como exigen muchos cálculos. La masa del Sol, en gramos es igual a: 1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

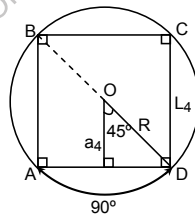
No obstante, las enormes cantidades anteriormente expresadas se pueden expresar como notación científica: 950×10^{22} .

15.10 Las abejas y las matemáticas

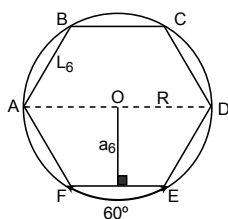
Las abejas en virtud de una cierta intuición geométrica, saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material, es decir con la misma cantidad de cera. Analicemos brevemente:



Triángulo
1. Lado: $4u$.
2. Perímetro: $12u$.
3. Área: $6,924u^2$



Cuadrado
1. Lado: $3u$.
2. Perímetro: $12u$.
3. Área: $6u^2$



Hexágono
1. Lado: $3u$.
2. Perímetro: $12u$.
3. Área: $10.392u^2$

15.11 Carta de Albert Einstein

“Me interroga sobre mi actitud ante la vida. Prefiero dar que recibir, en cualquier circunstancia. No doy importancia a mi persona, ni a la acumulación de riquezas, no me avergüenzo de mis debilidades, ni de mis errores y, tomo instintivamente las cosas con humos y equidad. Existen muchas personas como yo, y no comprendo en absoluto que se haya hecho de mí una especie de ídolo. Es sin duda, tan incomprensible como el misterio de una avalancha, donde un solo grano de polvo basta para desencadenarla y que toma un camino bien determinado”.

Albert Einstein en una carta a Hedi Born, esposa de Max Born, con fecha: 12 de abril de 1949.

15.12 Guía de la ciencia moderna

1. Si es verde o reptante, es biología.
2. Si huele mal, es química.
3. Si no funciona, es física.
4. Si no se entiende es matemática.
5. Si no tiene sentido, es psicología o economía.

15.13 ¿Cuánto es $2+2$?

Qué pasaría si consideramos profesionales de diferentes áreas y, les preguntamos ¿Cuánto es $2+2$? Aquí las eventuales respuestas.

1. Ingeniero: 3,99998743
2. Físico: $4,00000000004 \pm 0,00000006$
3. Matemático: <i>espere, sólo unos minutos más ya, he probado que la solución existe y es única, ahora la estoy acotando.</i>
4. Filósofo: <i>¿Qué quiere decir $2+2$?</i>
5. Sociólogo: <i>¡Deme más datos!</i>
6. Lógico: <i>defina mejor $2+2$ y le responderé</i>
7. Contador: <i>cierra la puerta y ventana. Y pregunta en voz baja, ¿cuánto quieres que sea el resultado?</i>

15.14 El Problema del Andarín

Se trata de un hombre de $1,80m$. de estatura que camina sobre el Ecuador y, da así toda la vuelta a la tierra. ¿Qué longitud habrá recorrido más su cabeza que sus pies? ¿Y sí lo hace sobre el Ecuador de la luna?

$$L. \text{ Cabeza} = 2\pi(R+1,80)$$

$$L. \text{ Pies} = 2\pi R$$

Diferencia de longitudes:

$$2\pi R + 2\pi \times 1,80 - 2\pi R$$

$$d.d.l = 2\pi \times 1,80 = 11,31m.$$

Como se puede observar dando la vuelta a cualquier esfera la respuesta es la misma.

15. 15 El Mayor Número Primo Conocido

Una cosa es estar convencido de que existen números primos tan grandes como se quiera, y otra saber cuáles son esos números. Cuanto mayor sea el número natural, tanto más operaciones hay que realizar para conocer si es primo o no. He aquí el número primo más grande de cuantos se conocen.

$$2^{2281} - 1$$

15.16 Alfabeto griego

Nombre	Notación
<i>Alfa</i>	α
<i>Beta</i>	β
<i>Gamma</i>	γ
<i>Delta</i>	δ
<i>Epsilon</i>	ε
<i>Zeta</i>	ζ
<i>Eta</i>	η
<i>Theta</i>	θ
<i>Iota</i>	ι
<i>Kappa</i>	κ
<i>Lambda</i>	λ
<i>Mu</i>	μ
<i>Un</i>	ν
<i>Csi</i>	ξ
<i>Omicron</i>	\omicron
<i>Pi</i>	π
<i>Rho</i>	ρ
<i>Sigma</i>	σ
<i>Tau</i>	τ
<i>Fi</i>	φ
<i>Xi</i>	χ
<i>Psi</i>	ψ
<i>Omega</i>	ω

15.17 1; 2; 3; 4; 5;...; 10 en japonés

Número	Pronunciación
<i>1</i>	<i>Ichi</i>
<i>2</i>	<i>Ni</i>
<i>3</i>	<i>San</i>
<i>4</i>	<i>Shi/Yon</i>
<i>5</i>	<i>Go</i>
<i>6</i>	<i>Roko</i>
<i>7</i>	<i>Sichi/Naga</i>
<i>8</i>	<i>Hachi</i>
<i>9</i>	<i>Kyu/Ku</i>
<i>10</i>	<i>Ju</i>

15.18 El número 9

¿Cómo recordar los números 9? ¿Cuánto es 9×7 ? ¡Use el método 9! Levante los diez dedos y baje el séptimo, tendrá 6 dedos a la izquierda y 3 dedos a la derecha. ¡La respuesta es 63!

15.19 Sobre el número Pi (π)

Ves a Dios y sabes realmente lo oculto, Magia con magia, tremenda maravilla, cálculo laborioso con no más misterio: sólo ves los primeros, más no quieras registrar todos. Suponiendo su infinito, infinita cosa y maravilla sientes y tienes. Admíralo con sencillez increíble, más respeto total y lentamente surge eminente la formidable infinitud, sentada como grandiosa. Esta gran cifra simboliza la paz, comuniones comunes, justicia y cariño. Cada provechoso pueblo es buscador tozudo de maravillas.

$\pi=3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459...$

15.20 Un número irracional fácil de escribir

Los números: π ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; e ;... son números irracionales, pero su escritura es imposible ya que no conocemos todas las cifras. Sin embargo, hay números irracionales sencillos de escribir y recordar. El más famoso de estos números fue inventado por D.G. Champernowne, en 1930 el número es: 0, 123456789101112131415161718192021222324252627282930313233343536...; para éste número ridículamente sencillo, formado por la sucesión creciente de los números naturales en base 10, se ha podido probar que es irracional y normal, además trascendente.

15.21 Jesús a sus discípulos

—...Y en verdad os digo: $Y=X^2$

Los discípulos comentan entre sí, y Pedro dice: —...Maestro no entendemos. A lo que Jesús responde: ¡es una parábola bruto!

15.22 La fiesta del cero

a) Llega el 10, y lo atajan en la puerta, y el 10 les dice: oye, qué onda, ¿acaso no puedo andar con bastón?

- b) Llega el 101, y cuando lo atajan dice: oye loco, no ves que ando con muletas.
- c) Llega el 7, y cuando lo atajan dice: ¡Bah!, es que pensé que era una fiesta de disfraces.
- d) Llega el infinito, y le dicen: ah no, usted sí que no entra, y el infinito dice: desgraciado, nos discriminas por ser siameses.
- e) Llega el 1 y le dicen: ¿y usted? Responde: es que me puse a dieta.
- f) Llega el 8, y le dicen: usted sí que no entra, y no me diga que viene disfrazado, y el 8 dice: no, soy un cero, pero vine con cinturón.
- g) Llega el 40, y dice: yo pensé que podía traer mi novia.

15.23 Lo que dicen los profesores y lo que realmente quieren decir

<i>Claramente</i>	<i>No quiero pasar por todos los pasos intermedios.</i>
<i>Trivialmente</i>	<i>Si tengo que mostrarte porqué, te equivocaste de clase.</i>
<i>Obviamente</i>	<i>Si estabas dormido cuando lo explique, la cagaste, porque me niego a repetir la clase.</i>
<i>Les doy una pista</i>	<i>La forma más difícil de hacerlo.</i>
<i>Podemos asumir que:</i>	<i>Hay muchos casos, pero sé cómo hacer éste.</i>
<i>Usando el teorema "..."</i>	<i>No sé qué es lo que dice, pero sé que se resuelve por ahí.</i>
<i>El resto es álgebra</i>	<i>Esta es la parte aburrida, sino me creen ¡háganlo!</i>
<i>Demostración hablada</i>	<i>Si la escribo, pueden encontrar los errores.</i>
<i>Brevemente</i>	<i>Ya está que se acaba la clase, así que escribiré y hablaré rápido.</i>
<i>La dejo como ejercicio</i>	<i>Estoy cansado.</i>
<i>Demostración breve</i>	<i>Ocupa la mitad de la hoja, y cuatro veces el tiempo en entenderla.</i>
<i>Demostración formal</i>	<i>Yo tampoco la entiendo.</i>
<i>Fácilmente demostrable</i>	<i>Hasta ustedes, con sus conocimientos infinitesimales, pueden demostrarlo sin mi ayuda</i>

15.24 Reproducción del conejo

En el país del canguro, Australia, sucedió la más increíble aventura de los conejos. Corría el año 1859 cuando un terrateniente europeo. Llevado por su afición a la caza, decidió importar algunas parejas de conejos e introducirlos en las extensísimas praderas que ni siquiera los más grandes rebaños de ovejas eran capaces de esquilmar. ¿Qué pensaría este caballero al saber que una década más tarde la población de conejos se calculaba en 700 millones de ejemplares?

El crecimiento de los conejos fue estudiado por primera vez por Leonardo de Pisa (1202) interpretando este fenómeno por la siguiente sucesión:

$1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; \dots$

La expresión del término general viene dado aproximadamente por:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \Phi^n; (\Phi = 1,618\dots)$$

Donde Φ es el número áureo, Leonardo suponía que una pareja de conejos puede reproducirse al cabo de dos o tres meses, con este dato se puede calcular aproximadamente el tiempo para alcanzar la población de un cierto número de individuos, se despeja n tomando logaritmos.

15.25 Romance de la derivada y el arcotangente

Veraneaba una derivada enésima en un pequeño chalet situado en la recta del infinito del plano de Gauss, cuando conoció a un arcotangente simpatiquísimo y de espléndida representación gráfica, que además pertenecía a una de las mejores familias trigonométricas. Enseguida notaron que tenían propiedades comunes, un día, en casa de un parábola que había ido a pasar allí una temporada con sus ramas alejadas, se encontraron en un punto aislado de ambiente muy íntimo: se dieron cuenta que convergían hacia límites cuya diferencia era tan pequeña como se quisiera. Había nacido un romance; acalorados en un entorno de radio ϵ , la derivada y el arcotangente eran novios. Entonces, empezaron los largos paseos por las asíntotas siempre unidos por un punto en común, los interminables desarrollos en serie bajo los canoides llorosos del lago, las innumerables sesiones de proyección ortogonal. Hasta fueron al circo, donde vieron a un tropel de funciones logarítmicas dar saltos infinitos en

sus discontinuidades. En fin, lo que eternamente hacían los novios. Durante un baile organizado por unas cartesianas, primas del arcotangente, la pareja pudo tener el mismo radio de curvatura en varios puntos; las series melódicas eran de ritmos uniformemente crecientes y la pareja giraba entrelazada alrededor de un mismo punto doble. Del amor había nacido la pasión. Enamorados locamente, sus gráficas coincidían en más y más puntos. Con el beneficio de las ventas de unas fincas que tenía en el campo complejo, el arcotangente compró un recinto cerrado en el plano de Riemann. En la decoración se gastó hasta el último infinitésimo. Adornó las paredes con unas tablas de potenciales de “ e ” preciosas, puso varios cuartos de divisiones del término independiente que costaron una burrada. Empapeló las habitaciones con las gráficas de las funciones más conocidas, y puso varios paraboloides de revolución chinos de los que surgían desarrollables tangenciales en flor. Bernoulli le prestó su lemniscata para adornar su salón durante los primeros días. Cunado todo estuvo preparado, el arcotangente se trasladó al punto impropio y contemplo satisfecho, su dominio de existencia. Varios días después fue en busca de la derivada de orden “ n ” y cuando llevaban un arto charlando de variables arbitrarias, le espetó sin más: *¿Por qué no vamos a tomar unos neperianos a mi apartamento?* De paso lo conocerías, ha quedado monísimo. A ella que le quedaba muy poco para anularse, tras una breve discusión del resultado. Aceptó. El novio le enseñó su dominio y quedo integrada. Los neperianos y una música armónica simple hicieron que entre sus puntos existiera una correspondencia unívoca. Unidos así, miraron el espacio euclideo, los asteroides rutilaban en la bóveda de viviany *¡eran felices!*

¿No sientes calor? dijo ella.

Yo sí *¿y tú?*

Yo también

“Ponte en forma canónica. Estarás más cómoda”. Entonces él le fue quitando constantes. Después de artificiosas operaciones la puso en paramétricas racionales.

¿Qué haces? Me da vergüenza, dijo ella.

Te amo, *¡yo estoy inverso por ti!*

Déjame besarte la ordenada en el origen... *¡no seas cruel!... ¡ven!*

Dividamos por un momento la nomenclatura ordinaria y tendamos juntos al infinito. Él le acarició sus máximos y mínimos y, ella se sintió descomponer en fracciones simples (las siguientes operaciones quedan a la imaginación del lector).

Al cabo de algún tiempo, la derivada enésima perdió su periodicidad. Posteriores análisis algebraicos demostraron que su variable había quedado incrementada y su matriz era distinta de cero. Ella le confesó a él, saliéndole los colores. “*Voy hacer primitiva de otra función*”. Él le respondió. “*Podríamos eliminar el parámetro elevado al cuadrado y restarlo*”. “*Eso es que ya no me quieres*”. “*No seas irracional, claro que te quiero. Nuestras ecuaciones formaran una superficie cuadrada, confía en mí*”. La boda se preparó en un tiempo diferencial de “*t*” para no dar que hablar en el círculo de los 9 puntos. Los padrinos fueron el padre de la novia, un polinomio lineal de exponente entero, y la madre del novio, una asinoide de noble asíntota. La novia lucía coordenadas cilíndricas de “*Satung*” y velo de puntos imaginarios. Oficio la ceremonia Cayley, auxiliado por Pascal y el nuncio Monseñor Ricatti. Hoy en día el arcotangente tiene un buen puesto en una fábrica de serie de Fourier, y ella cuida en casa de cinco lindos términos de menor grado. Producto cartesiano de su amor (tomado de la jaca jacobiana).

15.26 Un resultado curioso

¿Cómo se expresa cualquier número entero y positivo mediante 3 dos y signos matemáticos?, veamos lo siguiente:

$$1 = -\log_2 \log_2 \sqrt{2}$$

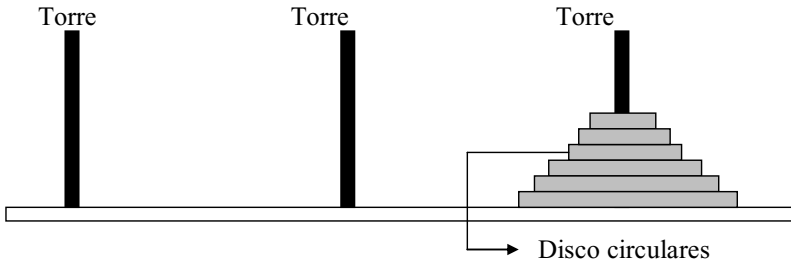
$$2 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$$

$$3 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

$$4 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}$$

$$5 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}$$

$$6 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}}$$



El creador tomó 64 discos en orden creciente de mayor a menor, el juego consiste en traspasar los 64 discos de un atorre a otra con la única condición de que el orden debe ser de mayor a menor, es decir nunca debe haber un disco mayor sobre un disco menor y, también deben utilizarse sólo las tres torres, lo que quiere decir que jamás debe colocarse un disco fuera de una torre. ¿Cuántos movimientos se harán con los 64 discos?

Según los cálculos realizados, efectuando un movimiento por segundo, durante las 24 horas del día y, durante los 365 días del año, el tiempo que se necesita para traspasar los 64 discos de una torre a otras es de 6 millones de siglos, obviamente después de haber transcurrido esta astronómica cifra de años, seguramente el mundo ya habrá desaparecido.

Los movimientos a realizar son:

Disco	Nº de movimientos
1	$2^1 - 1 = 1$
2	$2^2 - 1 = 3$
3	$2^3 - 1 = 7$
4	$2^4 - 1 = 15$
5	$2^5 - 1 = 31$
...	...
64	$2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$

15.29 Operaciones Notables

Consideremos los 9 dígitos de nuestro sistema numérico (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9); cambiando la posición de estos se puede obtener de diferentes maneras el número 100.

$$123-45-67+89=100$$

$$123+4-5+67-89=100$$

$$89-76+54+3+21=100$$

15.30 Dialogo entre Albert Einstein y Charles Chaplin

Se cuenta que en una reunión social Albert Einstein coincidió con el actor Charles Chaplin. En el transcurso de la conversación Einstein le dijo a Chaplin:

“Lo que he admirado siempre de usted es que su arte es universal todo el mundo le comprende y le admira”.

A lo que Chaplin respondió:

“Lo suyo es mucho más digno de respeto: todo el mundo le admira y prácticamente nadie lo comprende”.

15.31 ¡...Es Obvio...!

Sin lugar a dudas, la Palabra “*obvio*” debe ser una de las más temibles, en todas las áreas de la matemática.

El Astrónomo Norteamericano Nathaniel Bowditch tradujo al inglés la obra de Laplace Mécanique Celeste, e hizo el siguiente comentario, siempre que aparecían expresiones como “*es evidente*” “*es obvio*” “*es fácil ver*”. Yo sabía que me esperaban horas de arduo trabajo para llenar los vacíos y entender lo que era obvio.

El matemático norteamericano Ralph P. Boas cuenta que el profesor Tomkins dijo durante una Conferencia “esto es obvio” uno de sus colegas, Marston Morse, con mucha entereza, lo interrumpió y pregunto “¿Nos podría explicar cuáles son las razones obvias?” la explicación subsiguiente duro más de una hora.

15.32 Menos por Menos más

Hasta fines del Siglo XVIII, los Números Negativos no fueron aceptados universalmente, sin embargo los matemáticos de la india, en el siglo XII, usaban los Números Negativos para indicar deudas y los representaban con un circulito sobre el número. Leonardo Euler es el primero en darles estatuto legal en su Anleitung zur Algebra, trata de “demostrar” que $(-1)(-1)$

$1) = +1$ argumenta que el producto tiene que ser $+1 \cdot 0 \cdot -1$ y que sabiendo que se cumple $(1) (-1) = -1$ tendrá que ser $(-1) (-1) = +1$.

¿Por qué menos por menos es más?

Un ejemplo fácil de visualizar es el de la isla Barataria, donde hay ciudadanos “*buenos*” a los que asigna el signo +, y ciudadanos “*malos*” a los que se da signo (-) también se acuerda que “*salir*” de la isla equivale al signo (-) y “*entrar*” a la isla equivale al signo (+).

Si un ciudadano bueno (+) entra (+) a Barataria, el resultado para la isla es positivo: $(+) (+) = (+)$.

Si un ciudadano malo (-) sale (-) de Barataria, el resultado para la isla es positivo $(-) (-) = (+)$.

Si un ciudadano bueno (+) sale (-) de Barataria, el resultado para la isla es negativo: $(+) (-) = (-)$.

Si un ciudadano malo (-) entra (+) a Barataria, el resultado para la isla es negativo: $(-) (+) = (-)$.

	Entra a la isla (+)	Sale de la isla (-)
Ciudadano bueno (+)	+	-
Ciudadano malo (-)	-	+

15.33 Curiosidad sobre los infinitos

Supongamos que tenemos una suma infinita de números, expresada de la siguiente forma:

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots \quad (I)$$

Es decir, se suma 1, y luego se resta 1, sin detenerse nunca. Consideremos algunas formas de agrupar esta suma y, veamos lo que ocurre:

1. Agrupemos los números de la derecha en (I), de la siguiente forma:
 $S = (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + (1-1) + \dots$ En este caso, el número S debería ser cero, ya que todos los paréntesis suman 0. Luego se tendría: $S = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots$ Y por tanto: $S = 0$.
2. Por otro lado, se puede realizar la siguiente agrupación en (I), veamos: $S = 1 + (-1+1) + (-1+1) + (-1+1) + (-1+1) + \dots \quad (II)$. Lo que se

hizo fue agrupar los términos de manera diferente y se usó: $-1+1=-(1+1)$. Ahora cada paréntesis en (II) suma 0 otra vez, y por lo tanto, se tendrá el siguiente resultado: $S=1+0+0+0+0+0+0+\dots=1$. Por lo tanto $S=1$.

3. Volvemos a la ecuación (I) y agrupamos los términos de otra manera: $S=1-(1-1+1-1+1-1+1-1+\dots)$ (III). Es decir agrupamos todos los términos a partir del segundo, y el signo menos que figura adelante del paréntesis garantiza que todos los términos que quedan adentro aparezcan con el mismo signo que tenían en un comienzo. Luego, si uno mira lo que queda dentro del paréntesis (III), se nota que queda exactamente S otra vez. Es decir, en (III) se tiene: $S=1-S$. O sea, transponiendo términos en la última ecuación se tendrá: $2S=1$. De donde, finalmente se obtiene: $S=1/2$. Que se puede concluir de todo esto. En primer lugar que el número S no existe o, lo que es lo mismo, la suma (I), que uno supone que da un número S , no puede existir, porque el número S tendría que ser igual a: 0 ; 1 o $1/2$. Por otra parte, la segunda conclusión es que, al operar con sumas infinitas, se debe tener mucho cuidado porque las propiedades asociativas y conmutativas que valen para las sumas finitas, no necesariamente valen en el caso infinito. En realidad, todo esto tiene que ver con lo que se llama estudio de la convergencia de las series numéricas y sus propiedades.

15.34 El Isbn

Tome un libro cualquiera. Fíjese en la parte de atrás (o en alguna de las primeras páginas pares). Va a encontrarse con un número como el siguiente: $1-84046-637-5$.

Este número o código se llama *ISBN*, o sea, International Standard Book Number, un número que internacionalmente se asocia con el libro.

Esta sucesión de diez dígitos identifica al libro. Bárbaro. Pero, ¿Qué más? Uno podría decir que el primer dígito (o los primeros) identifican al país de origen; que los siguientes indican la editorial, el título, la edición, etc. Y estaría bien, pero, aún no sería suficiente para merecer un comentario aparte. Lo notable es que el *ISBN* tiene propiedades escondidas que lo

hacen muy interesante. Más aún, no todos los números de diez dígitos pueden ser códigos *ISBN* válidos.

Ahora olvidémonos de los guiones que separan los dígitos y hagamos de cuenta que el número es: *1840466375*.

Uno los pone en una columna y agrega, en otra columna, los números de *1* al *10*. Y los aparea (o sea, los coloca en el mismo renglón), de modo que obtenemos, la siguiente situación.

<i>1</i>	<i>1</i>
<i>8</i>	<i>2</i>
<i>4</i>	<i>3</i>
<i>0</i>	<i>4</i>
<i>4</i>	<i>5</i>
<i>6</i>	<i>6</i>
<i>6</i>	<i>7</i>
<i>3</i>	<i>8</i>
<i>7</i>	<i>9</i>
<i>5</i>	<i>10</i>

Una vez realizado esto, multiplicamos los números de cada renglón y, obtenemos los siguientes resultados, que anotaremos en una tercera columna.

<i>1x1= 1</i>
<i>8x2= 16</i>
<i>4x3= 12</i>
<i>0x4= 0</i>
<i>4x5= 20</i>
<i>6x6= 36</i>
<i>6x7= 42</i>
<i>3x8= 24</i>
<i>7x9= 63</i>
<i>5x10= 50</i>

Luego, sumamos los valores de la última columna. En este caso, se obtiene el número *264*. Ahora, otra observación importante que se puede hacer es que este número tiene que ser siempre un múltiplo de *11!* Y lo es, dado que: $264 = 11 \times 24$.

16. CURIOSIDADES NUMÉRICAS

16.1 El número 37

El número 37, si lo multiplicamos por otro número (múltiplo de 3), se le divide en tres partes iguales cuya suma será igual al número, el producto será un número de tres cifras iguales:

$$37 \times 3 = 111 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$37 \times 6 = 222 = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$37 \times 9 = 333 = 3 + 3 + 3 = 9$$

$$37 \times 12 = 444 = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$37 \times 15 = 555 = 5 + 5 + 5 = 15$$

$$37 \times 18 = 666 = 6 + 6 + 6 = 18$$

$$37 \times 21 = 777 = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$37 \times 24 = 888 = 8 + 8 + 8 = 24$$

$$37 \times 27 = 999 = 9 + 9 + 9 = 27$$

16.2 El número 15873

Observemos que ocurre al multiplicar el número 15873 por: 7; 14; 21; 28; 35; 49;... etc.

$$15873 \times 7 = 111111$$

$$15873 \times 14 = 222222$$

$$15873 \times 21 = 333333$$

$$15873 \times 28 = 444444$$

$$15873 \times 35 = 555555$$

$$15873 \times 42 = 666666$$

$$15873 \times 49 = 777777$$

$$15873 \times 56 = 888888$$

$$15873 \times 63 = 999999$$

16.3 El número 12345679

Al multiplicar por cualquiera de los términos de la siguiente serie, se obtiene: 9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81.

$$12345679 \times 9 = 111111111$$

$$12345679 \times 18 = 222222222$$

$$12345679 \times 27 = 333333333$$

$$12345679 \times 36 = 444444444$$

$$12345679 \times 45 = 555555555$$

$$12345679 \times 54 = 666666666$$

$$12345679 \times 63 = 777777777$$

$$12345679 \times 72 = 888888888$$

$$12345679 \times 81 = 999999999$$

17. PROBLEMAS NO RESUELTOS

17.1 El teorema de Fermat

El más famoso de los problemas matemáticos no resuelto es probablemente, el de Fermat: " $X^n + Y^n = Z^n$ ". Cuando " n ", es mayor que 2, para " n " igual a 2, existen infinitas soluciones todos los llamados tripletes de Pitágoras como: (3; 4; 5); (5; 12; 13); (6; 8; 10), etc. Pero por suerte hay muchos más decía Hilbert que si estuvieran resueltos todos los problemas, empezaría la decadencia de la matemática.

17.2 El problema del viajante

Un viajante tiene que ir con sus productos a varias ciudades y volver a su punto de partida, quiere hacer el recorrido en la forma más económica posible. Este problema, planteado hace más de un siglo, es relativamente fácil de resolver cuando se trata de ir a unas pocas ciudades. Basta calcular todos los recorridos posibles y ver cuál de ellos es el más conveniente. Con las supercomputadoras de hoy en día, esto parece juego de niños, sin embargo el problema se complica cuando hay que llegar, por ejemplo a 100 ciudades. El número de recorridos distintos que habría que calcular sería en ese caso: $100 \times 99 \times 98 \times 97 \times 96 \times 95 \dots \times 1 = 100!$, y ese número es del orden de 10^{200} , 100 a la potencia de 200, osea, 1 seguido de 200 ceros. Para tener una idea de la magnitud de esa cifra, veamos lo que dice el Dr. John Bentley, especialista en informática de los laboratorios Bell. "*si cada electrón del universo fuera una computadora que hiciera mil millones de operaciones*

por segundo, todas esas computadoras hipotéticas, tardarían cien mil millones de años para calcular ese número”.

Lo peor es que 100 ciudades es un número pequeñísimo para las aplicaciones reales de este problema. Organización de líneas de teléfonos y diseño de circuitos integrados (chips), etc. No se ha descubierto todavía ningún algoritmo que permite resolver exactamente el problema general.

17.3 El problema de Fermat

En 1637, Fermat conjeturó que no existen números enteros que verifiquen la ecuación: $X^n + Y^n = Z^n$, cuando “n” es mayor que 2. No se ha encontrado soluciones y nadie sabe si existe alguna, Fermat escribió en el margen de una página de un libro. *“He encontrado una demostración realmente maravillosa de este teorema, pero el margen de esta página es muy estrecha para escribirla aquí”.* Nunca se encontró esa demostración, pero Fermat era un gran matemático y un hombre muy serio; su frase ha obsesionado a muchos matemáticos.

17.4 El problema de L. E. J. Brouwer

Este problema, que tiene importantes implicaciones filosóficas, fue planteado en 1910 por el matemático holandés Luitzen E. J. Brouwer (1881-1966), dice Brouwer que es un problema insoluble saber si es verdadero o falso, un enunciado del tipo: *“en la expresión decimal de π , existen 100 ceros consecutivos”.* La expresión decimal de π es infinita, y por ahora no han aparecido los 100 ceros consecutivos, pero si llegaran aparecer en algún lugar de la expresión decimal, se podrían cambiar los 100 ceros por 1000 nueves, por ejemplo, y seguiríamos teniendo una cuestión sin respuesta.

Con este ejemplo, quiere mostrar Brouwer que la Ley del tercio excluido no es universal. Existen en matemáticas preguntas sin respuesta y más cuando se trata del infinito.

17.5 El problema de Goldbach

En una carta de 1792 a Euler, el matemático ruso Christian Goldbach (1690-1764), conjeturó que todo número par es igual a la suma de dos números primos, por ejemplo:

$$4=2+2.$$

$$6=3+3.$$

$$8=3+5.$$

$$10=3+7.$$

$$100=3+97.$$

$$102=5+97.$$

La proposición de Goldbach ha sido verificada por computadora para todos los números pares hasta 100 millones pero, a pesar de los esfuerzos de los mejores matemáticos de los últimos 250 años, todavía no ha podido ser demostrada en general. En 1937, el matemático ruso Vinogradov demostró que todo número par “suficientemente grande”, es igual a la suma de, a lo más, 4 primos; es el llamado teorema Vinogradov-Goldbach.

La tendencia actual, iniciada por el matemático Chino Chen Jing, es de demostrar teoremas relativos a los números “*casi primos*” (números que son producto de 2 primos); Chen demostró en 1966 que la conjetura de Goldbach se cumple si el número par es la suma de un primo y un “*casi primo*”.

17.6 El problema de los números primos gemelos

Estos son números primos cuya diferencia es 2, por ejemplo son primos gemelos: 3 y 5; 5 y 7; 17 y 19; 29 y 31;...; 71 y 73;...; 10006427 y 10006429... Se sabe que los números primos son infinitos (lo demostró Euclides), pero se van haciendo cada vez más distantes a medida que crecen los enteros. Los primos gemelos también van siendo más escasos pero se han encontrado primos gemelos del orden de millones (1.000.000.000.000); sin embargo, no se ha resuelto el problema general de saber si existen infinitos primos gemelos. Chen Jing, el especialista en la teoría de números también ha demostrado, en 1966, que existen infinitos primos gemelos donde el segundo número del par es el primo o “*casi primo*”.

17.7 El problema de los números perfectos

Los números perfectos son números enteros que son iguales a la suma de sus divisores, por ejemplo:

$$6=1+2+3.$$

$$28=1+2+4+7+14.$$

Otros números perfectos son: 496; 8128; 33550336... En 1952 sólo se conocían 12 números perfectos. La dificultad de encontrar ese tipo de números hizo decir a René Descartes (1596-1650) “los números perfectos, igual que los hombres perfectos, son muy escasos”. En 1811, el matemático inglés Peter Barlow, en su libro *Theory of Numbers*, habla del número perfecto de 19 cifras descubierto por Euler en 1772 y dice: “*jamás se descubrirá ningún mayor, pues si bien esos números son, interesantes, como no son útiles, lo más probable, es que a nadie se le ocurra buscar otro mayor*”.

Barlow no tenía en cuenta la fascinación de lo imposible, ni la llegada de las computadoras. Hoy se conocen 30 números perfectos, el último (por ahora), fue descubierto en 1963 por el Departamento de Matemática de la Universidad de Illinois (EE UU), tiene 6.751 cifras y 22.425 divisores, hay todavía dos problemas no resueltos relacionados con esos números que siguen interesando a los matemáticos.

1. *¿Existen números perfectos impares?* Todos los conocidos hasta ahora son pares y, terminan en 6 u 8, se sabe también que si existe un número perfecto impar, tendrá que ser mayor que 10^{100} .
2. Tampoco se sabe si es finito o infinito el número de números perfectos.

18. CONSTANTES MATEMÁTICAS

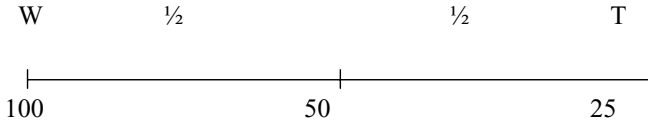
18.1 El caballo sediento y el número e

Un beduino llamado Hassan Mohamed Said quiere transportar con su camello 100 bidones llenos de agua desde dos poblaciones del desierto, Whadus-Hassue y Tina-Ja, que se encuentran a una distancia de 100 km. El camello de Hassan puede andar indefinidamente descargado, o de cargar con un solo bidón. En este caso, cada vez que finaliza los 100 km cargado necesita beber una cantidad de agua igual a la que ha transportado.

¿Cuántos bidones podrá transportar hasta Tina-Ja?

A Perogrullo, quizá se le ocurriera transportar un bidón tras otros, y según los va llevando se los va bebiendo, pero ya comprendes que esto no es una buena solución. *¡Tratemos de hallar otra solución!*

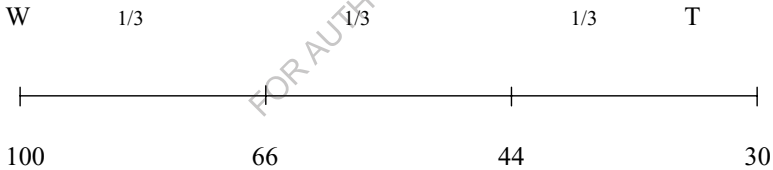
Si el camello lleva un bidón hasta la mitad del camino, vuelve a Whadus-Hassue y, carga con otro hasta el mismo punto, se podrá beber uno de los bidones conservando intacto el otro.



De esta forma conseguirá llevar 50 bidones hasta la mitad del trayecto. Repitiendo el proceso hasta Tina-Ja, conseguirá transportar 25 bidones.

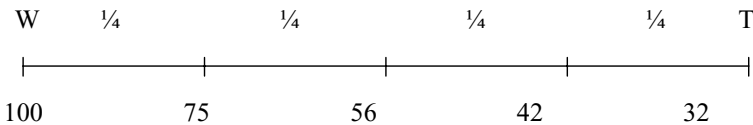
$$N^{\circ} \text{ de bidones que llegan} = 100(1/2)^2 = 25$$

¿Puede conseguir que lleguen más bidones? En efecto, bastaría con realizar el transporte en tres fases correspondientes a 1/3 del camino.



$$N^{\circ} \text{ de bidones que llegan} = 100(2/3)^3 = 29,63.$$

Si lo hace en 4 etapas se tiene:



$$N^{\circ} \text{ de bidones que llegan} = 100(3/4)^4 = 31,64.$$

Este proceso se puede repetir para etapas más cortas. Por ejemplo, si la etapa es de 1km se tiene:

$$N^{\circ} \text{ de bidones que llegan} = 100(99/100)^{100} = 36,6.$$

Finalmente si el número de etapas es “n”, el número de bidones que llegan es:

$$100[1-(1/n)]^n$$

Por tanto, el número máximo de bidones que puede llevar es:

$$100.(1/e) = 36,79.$$

18.2 El número e

18.2.1 La avaricia del usurero

Consideremos que ingresamos a un banco 1 sol al 100 por 100 anual, al cabo de un año, tendríamos $1+1=2$ soles. Si el abono de intereses se realiza mensualmente, al cabo de un año tendremos:

$$[1+(1/12)]^{12} = 2,61 \text{ soles.}$$

Así pues, el capital ha aumentado un 161%.

Si el abono de intereses se realiza diariamente, al cabo de un año tendremos:

$$[1+(1/365)]^{365} = 2,7145 \text{ soles.}$$

Pues el capital ha aumentado un 171,45%.

Un usurero, muy avaro, plantea al banco su deseo de que le sean abonados los intereses cada hora, o mejor aún cada minuto, pensando que de esta forma obtendría unos beneficios muy suculentos. El director del banco accede a su petición, pero además le comunica que le van a mejorar su propuesta, pues le abonarán los intereses cada segundo. *¿Podrías calcular en cuanto se convertirá un sol al final del primer año?*

Primero calculemos cuántos segundos tiene un año. Un año tiene: $365 \times 24 \times 60 \times 60$ seg. Lo que es igual a: 31536000 segundos, entonces un sol se convertirá en:

$$[1+(1/31536000)]^{31536000} = 2,7174 \text{ soles.}$$

Así pues, el capital ha aumentado un 171,74%, con lo cual el avaro nunca llegará a obtener 3 soles, en contra de sus materialistas ilusiones.

18.3 Historia del número π

El símbolo π , del que toma nombre la constante, se incorpora tardíamente a los matemáticos; lo introdujo en 1706 el escritor y matemático inglés William Jones y lo popularizó el matemático suizo Leonard Euler, en el siglo XVIII.

En el papiro de Rhind (1700 a.c.) aparecido en Egipto, se toma como valor de: $\pi = (256/81) = 3,1604$.

El matemático chino Tsu Chung-Chih (430 a.c.), toma como valor de $\pi = (355/113) = 3,1415929$, que es una de las mejores aproximaciones. Esta fracción notable fue redescubierta más tarde por Adrián de Metius. Este valor es realmente sorprendente, ya que da el valor de π con un error menor que 1 diezmilésima. Es, por lo tanto un número ideal para su explicación en el caso de los engranajes. Arquímedes, valiéndose de polígonos de 96 lados (empezando por el triángulo se tiene la sucesión de polígonos: 3; 6; 12; 24; 48;...). Demostró que π está comprendido entre: $3 + (10/70)$ y $3 + (10/71)$

El método de Arquímedes resulta conceptualmente sencillo. Hasta el siglo XVII todos los intentos de calcular el número π realizados en Europa, se fundaron de una u otra forma en este método.

Ludolph Van Ceulen, matemático holandés del siglo XVI, dedicó gran parte de su vida al cálculo de π , casi al final de su vida obtuvo una aproximación de 32 cifras, calculando el perímetro de polígonos inscritos y circunscritos de 2^{62} lados. Se dice que el valor de π que obtuvo así y, que fue denominado ludolfiano en ciertas regiones de Europa, fue su epitafio.

Libnitz dedujo en 1674 la siguiente fórmula: $(\pi/4) = 1 - (1/3) + (1/5) - (1/7) + \dots$

Llamada también serie de James Gregory (1671).

Machin en 1706 calculo 100 cifras decimales. El matemático francés Lambert demuestra en 1761 que π es un número irracional, es decir, que no puede expresarse por medio de fracciones.

Johann Dase, en 1844 computó en cosa de meses 205 cifras decimales utilizando una fórmula similar a la de Machin.

En 1853 Willian Shanks rebasó de largo a Dase con la publicación del cálculo de π hasta las 607 cifras, si bien las posteriores a las 527 resultaron ser erróneas. El trabajo de Shanks le llevó muchos años y fue fruto de una aplicación bastante rutinaria, aunque laboriosa, de la fórmula de Machin.

En 1873, el matemático francés Hermite prueba que π es un número trascendente; es decir, un número que no es solución de ninguna ecuación algebraica. Más tarde, en 1882 el matemático alemán Lindemann generaliza el método de Hermite y resuelve definitivamente que no es posible cuadrar el círculo; es decir, construir con regla y compás, un cuadrado de área igual a la de un círculo.

En 1946 el inglés, D. F. Ferguson, apoyándose de una calculadora mecánica halla 530 cifras decimales de π , comprobando que a partir de la 527 las cifras decimales obtenidas por Shanks son erróneas.

El advenimiento de la computadora trajo consigo un renacer de los esfuerzos para calcular π . En junio de 1949 John Von Neuman y sus colegas utilizaron uno de los primeros computadores electrónicos y calcularon 2037 cifras en 70 horas. En 1957, G. E. Felton trató de calcular 10.000,00 cifras de π , pero por error de la máquina sólo resultaron ser correctas las 7840 primeras. La meta de las 10.000,00 cifras la alcanzó al año siguiente F. Genuys con una computadora IBM 704. En 1961 Daniel Shanks y John Wrench Jr. calcularon 100.000,00 cifras de π en menos de 9 horas con una computadora IBM 7090. El millón de cifras se rebasó en 1973 Jean Guilloud y M. Brouyer realizaron la proeza que llevó un poco menos de un día a un CDC 7600. En 1987 se estableció un nuevo record por Jonathan M. Borwein y Peter B. Borwein, encontraron 100 millones de cifras, los algoritmos para llegar a esta proeza se basan en los descubrimientos del matemático indio Ramanujan.

$\pi=3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097$
494459...

19. SERIES NOTABLES

Cuando se habla de la belleza natural generalmente pensamos en una mujer hermosa, las plantas, el cielo, el mar, las flores, etc. Las matemáticas

también tienen cierta belleza natural a continuación ilustramos con números la belleza de la simetría y orden que prevalece en las matemáticas.

19.1 Cristal Numérico 1

$$\begin{aligned}1 \times 8 + 1 &= 9 \\12 \times 8 + 2 &= 98 \\123 \times 8 + 3 &= 987 \\1234 \times 8 + 4 &= 9876 \\12345 \times 8 + 5 &= 98765 \\123456 \times 8 + 6 &= 987654 \\1234567 \times 8 + 7 &= 9876543 \\12345678 \times 8 + 8 &= 98765432 \\123456789 \times 8 + 9 &= 987654321\end{aligned}$$

19.2 Cristal Numérico 2

$$\begin{aligned}1 \times 9 + 2 &= 11 \\12 \times 9 + 3 &= 111 \\123 \times 9 + 4 &= 1111 \\1234 \times 9 + 5 &= 11111 \\12345 \times 9 + 6 &= 111111 \\123456 \times 9 + 7 &= 1111111 \\1234567 \times 9 + 8 &= 11111111 \\12345678 \times 9 + 9 &= 111111111\end{aligned}$$

19.3 Cristal Numérico 3

$$\begin{aligned}9 \times 9 + 7 &= 88 \\98 \times 9 + 6 &= 888 \\987 \times 9 + 5 &= 8888 \\9876 \times 9 + 4 &= 88888 \\98765 \times 9 + 3 &= 888888 \\987654 \times 9 + 2 &= 8888888 \\9876543 \times 9 + 1 &= 88888888 \\98765432 \times 9 + 1 &= 888888888\end{aligned}$$

19.4 Cristal Numérico 4

$$\begin{aligned}9 \times 9 &= 81 \\99 \times 99 &= 9801 \\999 \times 999 &= 998001 \\9999 \times 9999 &= 99980001 \\99999 \times 99999 &= 9999800001 \\999999 \times 999999 &= 999998000001 \\9999999 \times 9999999 &= 9999990000001 \\99999999 \times 99999999 &= 9999999800000001 \\999999999 \times 999999999 &= 999999998000000001\end{aligned}$$

19.5 Cristal Numérico 5

$$\begin{aligned}11 \times 11 &= 121 \\111 \times 111 &= 12321 \\1111 \times 1111 &= 1234321 \\11111 \times 11111 &= 123454321 \\111111 \times 111111 &= 12345654321 \\1111111 \times 1111111 &= 1234567654321 \\11111111 \times 11111111 &= 123456787654321 \\111111111 \times 111111111 &= 12345678987654231\end{aligned}$$

19.6 Cristal Numérico 6

$$\begin{aligned}2 \times 9 &= 18 \\22 \times 99 &= 2178 \\222 \times 999 &= 221778 \\2222 \times 9999 &= 22217778 \\22222 \times 99999 &= 2222177778 \\222222 \times 999999 &= 222221777778 \\2222222 \times 9999999 &= 22222217777778 \\22222222 \times 99999999 &= 2222222177777778\end{aligned}$$

19.7 Cristal Numérico 7

$$\begin{aligned}5 \times 9 &= 45 \\55 \times 99 &= 5445 \\555 \times 999 &= 554445 \\5555 \times 9999 &= 55544445 \\55555 \times 99999 &= 5555444445\end{aligned}$$

19.8 Cristal Numérico 8

$$\begin{aligned}4x9 &= 36 \\44x99 &= 4356 \\444x999 &= 443556 \\4444x9999 &= 44435556 \\44444x99999 &= 4444355556 \\444444x999999 &= 444443555556 \\4444444x9999999 &= 44444435555556 \\44444444x99999999 &= 4444444355555556\end{aligned}$$

19.9 Cristal Numérico 9

$$\begin{aligned}7x9 &= 63 \\77x99 &= 7623 \\777x999 &= 776223 \\7777x9999 &= 77762223 \\77777x99999 &= 7777622223 \\777777x999999 &= 777776222223\end{aligned}$$

19.10 Cristal Numérico 10

$$\begin{aligned}3x6 &= 18 \\33x66 &= 2178 \\333x666 &= 221778 \\3333x6666 &= 22217778 \\33333x66666 &= 2222177778 \\333333x666666 &= 222221777778 \\3333333x6666666 &= 22222217777778\end{aligned}$$

19.11 Cristal Numérico 11

$$\begin{aligned}8x9 &= 81 \\88x99 &= 8712 \\888x999 &= 887112 \\8888x9999 &= 88871112 \\88888x99999 &= 8888711112 \\888888x999999 &= 888887111112\end{aligned}$$

19.12 Cristal Numérico 12

$$6x9 = 54$$

$$66x99 = 6534$$

$$666x999 = 665334$$

$$6666x9999 = 66653334$$

$$66666x99999 = 6666533334$$

$$666666x999999 = 666665333334$$

$$6666666x9999999 = 66666653333334$$

FOR AUTHOR USE ONLY

BIBLIOGRAFÍA

- Babini, J. (1974). *Historia de las ideas modernas en matemática. Unión panamericana.*
- Frabetti, C. (2000). *Malditas Matemáticas. Alicia en el país de los números. Grupo Santillana de Ediciones S. A. Madrid. España.*
- Gardner, M. (1985). *Circo Matemático. Alianza Editorial S. A. Madrid. España.*
- _____ (1986). *Matemática para divertirse. Un paseo por las diversas ramas de la matemática a través de más de 50 problemas de ingenio. Ediciones Granica. Barcelona España.*
- Muñoz, J. (1999). *Newton. El umbral de la Ciencia Moderna. La matemática en sus personales. 2da Edición. NIVOLA libros y ediciones S. A. Madrid. España.*
- Paenza, A. (2005). *Matemática...¿Estás ahí? Sobre Números, Personajes, Problemas y Curiosidades. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Quilmes. Siglo XXI Editores Argentina S. A.*
- _____ (2006). *Matemática...¿Estás ahí? Episodio 2. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Quilmes. Siglo XXI. Editores Argentina S.A.*
- _____ (2007). *Matemática...¿Estás ahí? Episodio 3,14. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Quilmes. Siglo XXI. Editores Argentina S. A.*
- Perich, D. (2008). *Las aventuras matemáticas de Daniel. Editorial Impacto. Punta Arenas. Chile.*
- Perelman, Y. (2001). *Matemática Recreativa. Madrid. España.*
- Perero, M. (1994). *Historia e historias de la matemática. Grupo editorial iberoamericano. México D. F.*
- Puig, A. (1960). *La matemática y su enseñanza actual. Ministerio de Educación. Madrid. España.*
- Ribnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas. MIR. Moscú. Rusia.*
- Tahan, M. (1990). *El hombre que calculaba. Publitecsa.*
- Vizmanos, J. *Algoritmo 2, BUP-2. Ediciones S. M. Madrid, España.*

FOR AUTHOR USE ONLY

**More
Books!** 



yes
I want morebooks!

Buy your books fast and straightforward online - at one of the world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.get-morebooks.com

¡Compre sus libros rápido y directo en internet, en una de las librerías en línea con mayor crecimiento en el mundo! Producción que protege el medio ambiente a través de las tecnologías de impresión bajo demanda.

Compre sus libros online en
www.morebooks.es

OmniScriptum Marketing DEU GmbH
Heinrich-Böcking-Str. 6-8
D - 66121 Saarbrücken
Telefax: +49 681 93 81 567-9

info@omniscrptum.com
www.omniscrptum.com

OMNISCRIPTUM 

FOR AUTHOR USE ONLY

FOR AUTHOR USE ONLY

FOR AUTHOR USE ONLY