

Cosmologías con expansión acelerada



editorial académica **española**

Cosmologías con expansión acelerada

Modelando la aceleración en la expansión del Universo con Energía Oscura Holográfica

Carlos Edgardo Rodríguez Benites

Cosmologías con expansión acelerada

FOR AUTHOR USE ONLY

Carlos Edgardo Rodríguez Benites

Cosmologías con expansión acelerada

**Modelando la aceleración en la expansión del
Universo con Energía Oscura Holográfica**

FOR AUTHOR USE ONLY

Editorial Académica Española

Imprint

Any brand names and product names mentioned in this book are subject to trademark, brand or patent protection and are trademarks or registered trademarks of their respective holders. The use of brand names, product names, common names, trade names, product descriptions etc. even without a particular marking in this work is in no way to be construed to mean that such names may be regarded as unrestricted in respect of trademark and brand protection legislation and could thus be used by anyone.

Cover image: www.ingimage.com

Publisher:

Editorial Académica Española

is a trademark of

International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group

17 Meldrum Street, Beau Bassin 71504, Mauritius

Printed at: see last page

ISBN: 978-620-0-02442-8

Copyright © Carlos Edgardo Rodríguez Benites

Copyright © 2019 International Book Market Service Ltd., member of
OmniScriptum Publishing Group

FOR AUTHOR USE ONLY

Índice

Agradecimientos	III
Resumen	IV
Abstract	V
Índice	VI
Índice de Figuras	VIII
Índice de Tablas	X
1. Introducción	1
2. Modelos Cosmológicos	3
2.1. Teoría de la Relatividad General	3
2.1.1. Principios de la Relatividad General	4
2.1.2. La Relatividad General de Einstein	4
2.2. Principio Cosmológico	8
2.3. Ecuaciones de Friedmann	8
2.4. Componentes del Universo	9
2.5. El Modelo Cosmológico Estándar	11
2.5.1. Problemas en el Modelo Cosmológico Estándar	12
2.6. Energía Oscura Holográfica	14

2.6.1. Principio Holográfico	14
2.6.2. Modelos Holográficos de Energía Oscura	15
2.7. Interacción Cosmológica	16
3. Energía Oscura holográfica con interacción Cosmológica	18
3.1. Energía Oscura holográfica con interacción Cosmológica	18
4. Contraste Observacional	23
4.1. Datos de las Oscilaciones Acústicas de Bariones	23
4.2. Dato de la Anisotropía en la Radiación de Fondo	25
4.3. Cronómetros cósmicos	25
4.4. Supernova Tipo Ia	26
4.5. Selección Bayesiana de Modelos	28
5. Análisis y Resultados	31
6. Conclusiones	42
Bibliografía	44
A. Gráficos de contorno	51

Índice de Figuras

2.1. Gráficas de la función de densidad fraccional para los bariones (bar), radiación (rad), materia oscura (DM) y energía oscura (DE), que se representan por líneas punteada, discontinua, discontinua con puntos, y sólida, respectivamente. Se muestran dos modelos, el MCE (color azul) y el modelo ω CDM (color negro).	13
5.1. Gráfico de la tasa de expansión de Hubble para el MCE (Λ CDM) y para los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica. Consideramos los datos para $H(z)$ del análisis de CC.	35
5.2. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 1 de interacción (anaranjado) y el MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente. . .	36
5.3. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 2 de interacción (violeta) y el modelo MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente. . .	37
5.4. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 3 de interacción (marrón) y el modelo Λ CDM (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente. . .	38

5.5.	Evolución del parámetro de desaceleración para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente.	39
5.6.	Evolución del parámetro de coincidencia para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente.	40
5.7.	Evolución del término de interacción sin dimensiones para los modelos holográficos de interacción, la figura considera el análisis Pantheon + BAO + CC + CMB. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente. . . .	41
A.1.	Gráficas de contorno para el modelo 1 de interacción con regiones 1σ y 2σ . Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB.	52
A.2.	Gráficas de contorno para el modelo 2 de interacción con regiones 1σ y 2σ . Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB.	53
A.3.	Gráficas de contorno para el modelo 3 de interacción con regiones 1σ y 2σ . Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB.	54

Índice de Tablas

3.1. Subcasos del término de interacción $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$	19
4.1. Mediciones isótropas de BAO utilizadas en el análisis.	24
4.2. Mediciones anisótropas de BAO utilizadas en el análisis.	25
4.3. La escala de Jeffreys. La columna de la izquierda indica el umbral para el logaritmo del factor de Bayes y la columna de la derecha la interpretación de la intensidad de evidencia correspondiente al umbral anterior.	29
4.4. Información a priori de los parámetros de los modelos estudiados. Para un prior Gaussiano informamos (μ, σ^2) y para un prior uniforme informamos (a, b) que representa $a \leq x \leq b$	30
5.1. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia.	32
5.2. Análisis de los modelos usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia.	33
5.3. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB.	34
5.4. Análisis de los modelos usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB.	34

Capítulo 1

Introducción

El Universo se encuentra actualmente en una fase de expansión acelerada, esto se infiere de las observaciones cosmológicas, provenientes tanto de observaciones de supernovas distantes de tipo Ia [1–3] como de las medidas de las anisotropías del fondo de microondas [4–6]. Se postula que la aceleración actual del Universo se debe a algún tipo de componente del Universo desconocido denominado usualmente energía oscura, la cual constituye aproximadamente las dos terceras partes de la densidad de energía total del Universo actual. Por otra parte las mediciones cosmológicas indican que el Universo es aproximadamente plano [7]. Esta característica unida al hecho de que la expansión es acelerada, ha dado lugar a lo que se conoce como Modelo Cosmológico Estándar (MCE). En este modelo se identifica la energía oscura con una constante cosmológica [8, 9] y las contribuciones restantes están compuestas por materia (materia oscura y materia bariónica), que representa aproximadamente un 30 % en la época actual, y una contribución de radiación del orden de 0.01 % actualmente que corresponde a fotones y neutrinos. Esta configuración se resume con el acrónimo Λ CDM (por sus siglas en inglés) donde Λ representa la constante cosmológica y CDM denota materia oscura fría [3].

Nuestra hipótesis es: la Relatividad General describe correctamente la evolución del universo y por tanto se puede usar al modelar su expansión actual acelerada, la que debe ser contrastada con los datos observacionales. Siendo, nuestro objetivo general: describir correctamente la expansión acelerada que se observa hoy en día en la evolución de nuestro universo haciendo uso de energía oscura holográfica con interacción cosmológica. Como objetivos específicos podemos enumerar:

1. Acoplar a la métrica, materia oscura fría y energía oscura de tipo holográfica. Esta métrica debe

respetar la homogeneidad e isotropía del universo.

2. Contrastar los modelos obtenidos con los datos observacionales.

La motivación de este trabajo es analizar modelos alternativos al MCE que describan la expansión actual del Universo y solucionen o alivien los problemas presentes en el MCE. En este sentido se explora un modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica, llamado así dado que se emplea el principio holográfico para modelar la energía oscura [10–14], en el marco de la Relatividad General, usando la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Los modelos de energía oscura de tipo holográfica en diversos casos alivian el problema de la coincidencia cosmológica [15–17]. Particularmente estudiamos un modelo de energía oscura holográfica donde se incluye interacción entre los componentes oscuros, considerando como componentes del universo, bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura. Este modelo es contrastado con datos observacionales de Supernovas tipo Ia de la muestra Pantheon, de Cronómetros Cósmicos (CC), de Oscilaciones Acústicas de Bariones (BAO, por sus siglas en inglés), y del Fondo Cósmico de Microondas (CMB, por sus siglas en inglés). Finalmente realizamos una comparación bayesiana del modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica frente al MCE, siendo éste el más aceptado por la comunidad científica. Así también obtuvimos los valores de mejor ajuste para los parámetros holográficos y de interacción, a la luz de los datos observacionales considerados. Encontramos evidencia débil y fuerte favoreciendo el MCE frente a los escenarios de interacción estudiados cuando se considera el análisis con la muestra Pantheon y el análisis conjunto de los datos observacionales, respectivamente.

Capítulo 2

Modelos Cosmológicos

Actualmente sabemos que el Universo evoluciona, sin embargo, Einstein convencido de un Universo estático, ideó la manera de demostrar esto incluyendo un término en sus ecuaciones llamado “constante cosmológica”, la cual genera un efecto opuesto al del campo gravitatorio atractivo. En la actualidad esta constante es empleada para explicar la expansión acelerada del Universo, en el escenario conocido como modelo cosmológico estándar. Sin embargo este modelo presenta ciertos problemas. Frente a este hecho, se construyen diversos modelos cosmológicos, siendo de nuestro interés los modelos que incluyen una energía oscura de tipo holográfica, modelos cuyo estudio se detalla en este capítulo.

2.1. Teoría de la Relatividad General

Es 1915 ¹ sin lugar a dudas un año muy importante para la ciencia en su conjunto, puesto que Albert Einstein presenta la *Teoría General de la Relatividad* [18]. Cuando se estudia fenómenos donde el campo gravitacional es intenso, la mecánica newtoniana evidencia sus limitaciones y dificultades ², es así que la teoría de Einstein cambió el paradigma, con una teoría geométrica de la gravitación, siendo algunos de sus éxitos más importantes, la predicción y explicación de la anomalía en el avance del perihelio de Mercurio, este fenómeno se conoce como la precesión de la órbita de Mercurio, así

¹La presentación en la Academia Prusiana de Ciencias.

²La gravedad era entendida como una fuerza atractora a distancia y de acción instantánea que dependía básicamente de la magnitud de las masas de los objetos interactuantes y la separación entre ellos.

también la teoría de Einstein predice la existencia de un agujero negro, una región del espacio con un campo gravitatorio tan intenso que ni siquiera la luz puede escapar, entre otros.

Esta teoría constituye la base fundamental en la construcción de diversos modelos físicos que pretenden explicar la evolución del Universo a gran escala.

2.1.1. Principios de la Relatividad General

La Relatividad General permite la descripción de la gravedad en términos puramente geométricos. Einstein antes de proponer esta teoría, formuló la *Teoría de la Relatividad Especial* [19] que se fundamenta en dos postulados fundamentales [20]:

- Todos los observadores inerciales son equivalentes en lo que concierne a los experimentos dinámicos.
- La rapidez de la luz es la misma para todos los observadores inerciales.

La Teoría de Gravedad de Newton sugiere la existencia de observadores privilegiados. Es así que Einstein reformula la Gravitación a través de los siguientes principios [20]:

- No hay experimentos locales que permitan distinguir la caída libre (no rotante) en un campo gravitacional de un movimiento uniforme acelerado en ausencia de un campo gravitacional (principio de equivalencia).
- Las leyes de la física deben ser independientes del sistema coordenado escogido por el observador (principio de covarianza).

Con estos principios se abandona la noción de observadores privilegiados. Además, las ecuaciones que describen la interacción gravitacional se escriben en un lenguaje covariante, esto es, quedan invariantes bajo transformaciones de sistemas de coordenadas.

2.1.2. La Relatividad General de Einstein

Matemáticamente la teoría de la Relatividad General describe los efectos del campo gravitatorio modelando el denominado espacio-tiempo como una variedad ³ cuadri-dimensional. El modelo ma-

³Una variedad es un espacio matemático el cual localmente puede verse como un espacio euclidiano.

temático para describir el espacio-tiempo, es decir, la colección de todos los eventos es el par $(\mathcal{M}, g)$ donde $\mathcal{M}$ es una variedad cuatrimensional y g es una métrica Lorentziana [20].

En una variedad, la métrica es la que permite definir el concepto de distancia. Sean x^δ y $x^\delta + dx^\delta$ las coordenadas de dos puntos cercanos infinitesimalmente, dentro de una variedad $\mathcal{M}$ con respecto a un sistema coordinado x^λ . La distancia ds que separa a dichos puntos debe tener un valor independiente del sistema de coordenadas,

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\lambda)dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico ⁴. La geometría que describe a la Relatividad General es una geometría Riemanniana.

La cantidad que representa la materia en el contexto de la Relatividad General es un tensor simétrico denominado Tensor Energía-Momentum. Para obtener el tensor energía-momentum debemos tener una acción S_M de la forma [21]

$$S_M = \int \sqrt{-g} \mathcal{L}_M d^4x, \quad (2.2)$$

donde $\mathcal{L}_M$ es la densidad Lagrangeana de la materia y energía, y g es la traza de la métrica. El tensor energía-momentum se obtiene variando la acción (2.2) respecto de la métrica [21]

$$T_{\mu\nu} = -2 \frac{\partial \mathcal{L}_M}{\partial g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu} \mathcal{L}_M. \quad (2.3)$$

En cosmología usualmente el contenido de materia es descrito por el tensor energía-momentum de un fluido perfecto [20]

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

en que ρ y p son la densidad de energía y presión del fluido respectivamente y u^μ es la cuatriveLOCIDAD de un observador comóvil a dicho fluido.

Por otra parte tenemos la ecuación de conservación del Tensor energía-momentum:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2.5)$$

⁴El tensor métrico es un tensor simétrico. Un tensor $A_{\mu\nu}$ es simétrico si satisface que $A_{\mu\nu} = A_{\nu\mu}$.

donde ∇_μ es la derivada covariante ⁵.

En cosmología usualmente se asume que el contenido de materia satisface una ecuación de estado barotrópica lineal [22]:

$$p = \omega \rho, \quad (2.6)$$

donde ω se denomina el parámetro de estado. Para distintos valores del parámetro de estado tenemos distintos modelos de fluido perfecto, por ejemplo $\omega = 0$ es un fluido de partículas no interactuantes (polvo), mientras que $\omega = 1/3$ corresponde a un fluido de partículas relativistas (radiación).

Por otra parte, el movimiento de una partícula libre es descrito por una trayectoria en el espacio-tiempo, $x^\mu(\lambda)$, parametrizada por λ , denominado parámetro afín. Se define la curva geodésica como la curva de mínima longitud entre dos puntos P y Q de una variedad provista de métrica. La ecuación de la geodésica puede escribirse como [20]

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\lambda} \frac{dx^\rho}{d\lambda} = 0, \quad (2.7)$$

donde $\Gamma_{\nu\rho}^\mu$ son los símbolos de Christoffel, que representan la conexión métrica dentro de esta geometría, definidos por

$$\Gamma_{\nu\lambda}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\rho} (\partial_\nu g_{\rho\lambda} + \partial_\lambda g_{\rho\nu} - \partial_\rho g_{\nu\lambda}). \quad (2.8)$$

La métrica $g_{\mu\nu}$ sobre la variedad Riemanniana cuatridimensional del espacio-tiempo $\mathcal{M}$ está determinada por las ecuaciones de Campo de Einstein [21]:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu} \quad (2.9)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein, $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, R es el escalar de Ricci, $T_{\mu\nu}$ es el tensor energía-momentum, y $\kappa = 8\pi G/c^4$, G es la constante de gravitación universal de Newton, y c es la rapidez de la luz en el vacío. En esta ecuación, la parte de la izquierda hace referencia a la geometría del espacio-tiempo y la parte de la derecha al contenido de materia.

⁵ La derivada covariante de un tensor $X_{\nu}^{\mu\cdots}$, está definida por

$$\nabla_\lambda X_{\nu}^{\mu\cdots} = \partial_\lambda X_{\nu}^{\mu\cdots} + \Gamma_{\rho\lambda}^\mu X_{\nu}^{\rho\cdots} + \cdots - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho X_{\rho}^{\mu\cdots} - \cdots.$$

David Hilbert propuso una acción a partir de la cual se obtienen las ecuaciones de la gravitación variando la acción respecto de la métrica. La acción que Hilbert encontró es [20]

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int R \sqrt{-g} d^4x, \quad (2.10)$$

conocida hoy como la *acción de Einstein-Hilbert*.

Por otra parte, como una modificación de su ecuación original del campo gravitatorio, y para conseguir la solución de universo estático, Einstein postuló la siguiente versión de las ecuaciones de campo [23]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.11)$$

donde se ha incluido un nuevo término que corresponde a la contribución de la constante cosmológica Λ . El término de la constante cosmológica correspondía inicialmente al sector geométrico en (2.11), sin embargo la constante cosmológica puede ser asociada a una energía del vacío con un tensor energía-momentum, que viene representado por:

$$T_{\mu\nu} = -\frac{\Lambda}{\kappa} g_{\mu\nu}, \quad (2.12)$$

entonces, asumiendo un fluido perfecto (2.4) con $\omega = -1$ en (2.6), la constante cosmológica es equivalente a una densidad de energía intrínseca del vacío [24]

$$\rho_{vac} = \frac{\Lambda}{\kappa c^2}, \quad (2.13)$$

cuya presión es dada por:

$$p_{vac} = -\frac{\Lambda}{\kappa}. \quad (2.14)$$

Para proporcionar una buena descripción del Universo observado, el valor de la densidad de energía de vacío debería ser del orden, $\rho_{\Lambda} = 10^{-47} \text{ GeV}^4$. Sin embargo este valor difiere del valor esperado de la teoría cuántica de campos en 60-120 órdenes de magnitud [24].

2.2. Principio Cosmológico

El Principio Cosmológico [21] se basa en dos postulados, estos son la homogeneidad y la isotropía del Universo a gran escala ⁶. La homogeneidad supone que no existe ningún observador en el Universo que ocupe una posición privilegiada, que si la Tierra estuviera situada en una región diferente, el Universo nos parecería el mismo. Mientras que la isotropía nos indica que no hay direcciones privilegiadas en el mismo. Estos postulados fueron confirmados empíricamente. En efecto, las observaciones sobre la distribución de galaxias muestran que a gran escala, el universo es homogéneo [22]. Mientras que la evidencia observacional más importante en favor de la isotropía del Universo fue el descubrimiento de una radiación térmica de naturaleza cosmológica denominada el fondo cósmico de microondas [6]. Esta radiación de fondo ha sido estudiada minuciosamente llegándose a determinar que es isótropa con una gran precisión [3]. Matemáticamente, homogeneidad equivale a invariancia bajo traslaciones espaciales mientras que isotropía corresponde a invariancia bajo rotaciones espaciales [21].

El estudio de la Cosmología moderna también se sustenta en el *postulado de Weyl*, que asume la uniformidad del Universo como un fluido perfecto en el cual las curvas geodésicas corresponden a líneas de mundo de observadores fundamentales [25]. Las líneas de mundo tipo tiempo de los observadores fundamentales forman una congruencia en el espacio-tiempo. Estas líneas de mundo no se intersectan, excepto en un punto singular en el pasado o futuro y por cada punto del espacio-tiempo pasa una única línea de mundo. El parámetro t puede considerarse como el tiempo propio a lo largo de la línea de mundo de cualquier observador fundamental. Un observador fundamental tiene coordenadas espaciales fijas que se denominan coordenadas comóviles. La cuadrivelocidad de un observador fundamental en coordenadas comóviles es $u^\mu = (c, 0, 0, 0)$.

2.3. Ecuaciones de Friedmann

Utilizando el Principio Cosmológico y el postulado de Weyl, obtenemos el elemento de línea de un espacio maximalmente simétrico ⁷ y de curvatura constante a través de la métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Este trabajo se centra en un espacio-tiempo FLRW espacial-

⁶Escala del orden de centenas de megaparsec. Un parsec $pc = 3.085678 \times 10^{16}$ m

⁷Un espacio maximalmente simétrico es aquel cuyas hipersuperficies espaciales son maximalmente simétricas, esto es, que como subvariedades admiten el mayor número de vectores de Killing y por lo tanto el mayor número de simetrías posibles.

mente plano, así tenemos [21]

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)] \quad (2.15)$$

donde $a(t)$ es el factor de escala del Universo, r , θ y ϕ , son las coordenadas de observadores comóviles con el fluido cósmico y t es el tiempo cósmico.

Utilizando la métrica (2.15) en las ecuaciones de campo de Einstein (2.9) y considerando el tensor energía-momentum (2.4), las ecuaciones de Einstein quedan como:

$$3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \kappa \rho, \quad (2.16)$$

$$2 \left(\frac{\ddot{a}}{a} \right) + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -\kappa p. \quad (2.17)$$

Consideraremos en adelante unidades en las cuales $\kappa = 1$. Luego, las ecuaciones (2.16) y (2.17), quedan como

$$3 H^2 = \rho, \quad (2.18)$$

$$2 \dot{H} + 3 H^2 = -p, \quad (2.19)$$

las cuales son llamadas las *ecuaciones de Friedmann*, donde ρ es la densidad total de energía, p es la presión total, $H = \dot{a}/a$ es la tasa de expansión de Hubble del universo, y el punto denota la derivada con respecto al tiempo cósmico.

2.4. Componentes del Universo

Son esencialmente cuatro los componentes del Universo: los bariones, la radiación, la materia oscura fría y la energía oscura. La materia ordinaria está constituida fundamentalmente por bariones y minoritariamente por leptones, mientras que la radiación está compuesta por partículas relativistas, fotones y neutrinos. La materia oscura y la energía oscura constituyen aproximadamente el 95 % del contenido del universo, el 5 % restante es la materia ordinaria o bariones [3]. La materia y la energía oscura comparten algunas características, no se han medido en la Tierra y son muy abundantes a

escala cosmológica, sin embargo su naturaleza es diferente. La materia oscura está distribuida de manera desigual en el universo, formando regiones de densidad variable en las galaxias, los cúmulos y supercúmulos de galaxias, jugando un rol importante en la formación de estructuras [22]. Por otro lado, la energía oscura es responsable de la aceleración actual del universo [9], efecto que no puede causar ni la materia oscura ni la materia ordinaria.

La materia oscura desempeña un papel central en la formación de estructuras y la evolución de galaxias y tiene efectos medibles en la anisotropía de la radiación cósmica de fondo [26].

El MCE establece que el universo tuvo su origen en el Big Bang, seguido de un período de inflación, posteriormente las etapas estuvieron dominadas por la radiación, la materia y la energía oscura, en ese orden. En cada una de estas épocas se produjeron fenómenos muy específicos y característicos de cada época, por ejemplo, la época dominada por la materia se caracteriza por la formación de estructuras, mientras la época actual dominada por la energía oscura, se evidencia la expansión acelerada del Universo [22].

Para obtener expansión acelerada del Universo es necesario que el contenido de materia-energía del mismo posea presión negativa, esto lo podemos apreciar en las Ecuaciones (2.16) y (2.17) debido a que

$$\ddot{a} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad (\rho + 3p) < 0, \quad (2.20)$$

luego

$$p < -\rho/3, \quad (2.21)$$

pero $\rho > 0$, luego $p < 0$. Si postulamos que la energía oscura satisface la ecuación de estado (2.6), el parámetro de estado debe cumplir con $\omega < -1/3$ [21]. Se define $-1 < \omega < -1/3$ para la energía oscura tipo quintaesencia, $\omega = -1$ para la energía oscura tipo constante cosmológica, y $\omega < -1$ para la energía oscura tipo fantasma [21]. Los datos de CMB, BAO y Supernovas tipo Ia indican $\omega = -1.028 \pm 0.032$ [3] para la energía oscura.

Para un modelo cosmológico dominado por la energía fantasma, esto es $\omega < -1$, la aceleración de la expansión del Universo es mayor que la inducida por una constante cosmológica, es así que en un futuro el universo experimentaría un final cósmico a tiempo finito, también llamado big rip, es decir, el factor de escala y las densidades de energía tenderían a infinito en un tiempo cósmico finito [27].

2.5. El Modelo Cosmológico Estándar

El Modelo Cosmológico Estándar (MCE) se enmarca en la Teoría de la Relatividad General de Einstein. Este modelo describe la evolución del Universo desde un estado inicial denso y caliente llamado Big-Bang [28], considerando al contenido de materia del Universo a gran escala como un fluido perfecto.

El MCE tiene éxito en explicar diferentes fenómenos físicos observados como son la expansión del Universo, la abundancia de elementos ligeros y la existencia de una Radiación Cósmica de Fondo [29]. En el MCE usamos la ecuación de estado (2.6) y los parámetros de estado: $\omega_b = 0$, $\omega_r = 1/3$, $\omega_c = 0$ y $\omega_x = -1$, para los bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura, respectivamente. Luego, se considera que estos 4 tipos de materia cumplen independientemente con la ecuación de conservación (2.5), por lo cual obtenemos

$$\rho_b = \rho_{b0} a^{-3}, \quad (2.22)$$

$$\rho_r = \rho_{r0} a^{-4}, \quad (2.23)$$

$$\rho_c = \rho_{c0} a^{-3}, \quad (2.24)$$

$$\rho_x = \rho_{x0}, \quad (2.25)$$

donde el factor de escala a se puede escribir como una función del redshift cosmológico ⁸ z , como $a = (1+z)^{-1}$, donde para $z = 0$ tenemos $a = 1$ hoy. El subíndice 0 indica el valor actual del parámetro y $\rho_{x0} \propto \Lambda$ como en (2.13). Para cada uno de estos componentes definimos la función de densidad fraccional como [21]

$$\Omega_i(a) = \frac{\rho_i(z)}{3H^2} \quad (2.26)$$

donde $\sum \Omega_i = 1$ y el subíndice $i = \{b, r, c, x\}$, indica el tipo de materia: bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura, respectivamente. Considerando estas componentes la ecuación (2.18) puede reescribirse como

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{c0}(1+z)^3 + \Omega_{x0}]. \quad (2.27)$$

⁸Corrimiento (o desplazamiento) al rojo, es el alargamiento de la longitud de onda de ondas electromagnéticas debida a la expansión del universo.

Dado que el Universo está en expansión acelerada, $\ddot{a} > 0$ [1–6], es conveniente definir una medida adimensional de la aceleración cósmica de la expansión del espacio [22]

$$q \equiv - \left(1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \right) = - \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}, \quad (2.28)$$

llamada *parámetro de desaceleración*, el cual caracteriza la aceleración ($q < 0$) o la desaceleración ($q > 0$) del Universo. Usando las ecuaciones de Friedmann (2.18) y (2.19) junto a la ecuación de estado (2.6), obtenemos el parámetro de desaceleración para el MCE como

$$q = \frac{1}{2} \sum \Omega_i (1 + 3\omega_i) = \frac{1}{2} (\Omega_b + \Omega_c) + \Omega_r - \Omega_x. \quad (2.29)$$

En el marco del MCE, el valor actual del parámetro de desaceleración $q_0 \approx -0.55$ [30] indica que el universo se está expandiendo en forma acelerada.

Un modelo alternativo al MCE es el modelo ω CDM, este modelo incluye un parámetro más, el parámetro de estado para la energía oscura ω , mientras que el MCE asume $\omega = -1$. En la figura 2.1 mostramos las funciones de densidad de los distintos tipo de materia que componen el Universo a la luz del MCE y el modelo ω CDM. En este modelo usamos los valores $\omega_0 = -1.028 \pm 0.032$, $H_0 = 67.36 \pm 0.54$, $\Omega_b h^2 = 0.02237 \pm 0.00015$ y $\Omega_c h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$, reportados en la referencia [3].

En la Figura 2.1 notamos que ambos modelos son muy semejantes. La evolución de la función de densidad fraccional de los bariones, la radiación y la materia oscura se aproximan en gran medida, mientras que en la evolución de la función de densidad fraccional de la energía oscura para el MCE (línea azul) y el modelo ω CDM (línea negra), claramente muestran una diferencia.

2.5.1. Problemas en el Modelo Cosmológico Estándar

El mayor problema que presenta el MCE es el conocido como *problema de la constante cosmológica*, que procede de la gran discrepancia que existe entre los valores teóricos calculados para la energía del vacío y los provenientes de las observaciones [21].

Otro problema del MCE, es el problema de la *Coincidencia Cosmológica* [30]. El hecho observacional de que los valores actuales de las densidades de energía oscura (ρ_x) y materia oscura (ρ_c) son del mismo orden de magnitud, $\rho_{c0}/\rho_{x0} \sim \mathcal{O}(1)$, parece indicar que actualmente estamos viviendo en

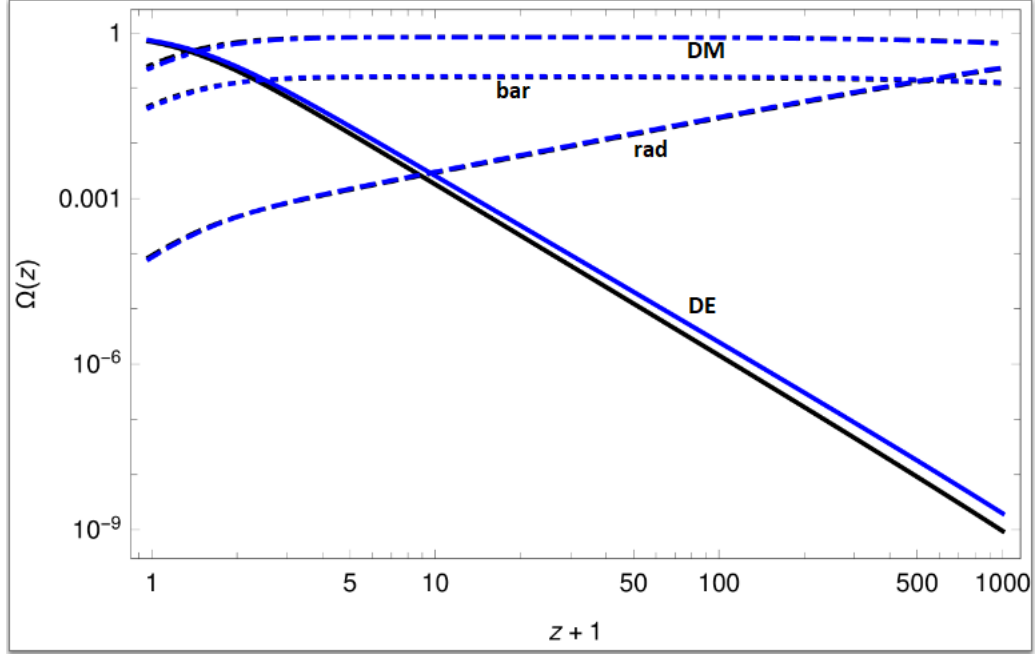


Figura 2.1: Gráficas de la función de densidad fraccional para los bariones (bar), radiación (rad), materia oscura (DM) y energía oscura (DE), que se representan por líneas punteada, discontinua, discontinua con puntos, y sólida, respectivamente. Se muestran dos modelos, el MCE (color azul) y el modelo ω CDM (color negro).

un período muy especial de la historia cósmica. Dentro del MCE, una relación de densidades de este orden en la época actual puede verse como una coincidencia, ya que requiere condiciones iniciales muy especiales. La pregunta correspondiente de ¿por qué ahora? se denomina el “problema de coincidencia” cosmológica. De acuerdo con el MCE, la igualdad $\rho_x = \rho_c$ tuvo lugar recientemente con un redshift $z \approx 0.55$ [30]. Definimos el parámetro de coincidencia, de la forma

$$r \equiv \frac{\rho_c}{\rho_x}, \quad (2.30)$$

para estudiar la evolución de la relación de densidades de energía de estos dos componentes. En el caso del MCE, el parámetro de coincidencia r posee una evolución regular en el tiempo y tiende a cero cuando $a \rightarrow \infty$. Afirmamos que se alivia el problema de la coincidencia cosmológica cuando r es una relación constante estable de las densidades de energía de ambos componentes, esto es, se establece un modelo exactamente solucionable para una transición suave de una fase dominada por la materia a

un período posterior de expansión acelerada [31, 32]. Este modelo implica la evolución del parámetro de coincidencia hacia un valor finito, estable y asintótico.

Por otra parte, un problema que ha surgido recientemente es la tensión en el valor de la medida observacional de la tasa de expansión actual H_0 . En la referencia [3], la colaboración Planck usando como base el MCE, datos de CMB, BAO, y supernovas, reporta un valor de $H_0 = (67.4 \pm 0.5) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mostrando este valor una tensión sustancial de 3.6σ con respecto a la última determinación local de $H_0 = (73.52 \pm 1.62) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [33]. El valor en [33] es independiente del modelo cosmológico en estudio, mientras que el valor inferido por la colaboración Planck en [3] asume el MCE, por lo cual esta tensión podría indicar que algo sucede en la evolución intermedia del Universo.

Dados los problemas del MCE [24, 30], además de la incerteza teórica sobre la naturaleza de la energía oscura, se han investigado varios mecanismos de aceleración cósmica, incluidas las modificaciones de la gravedad en grandes escalas, una posible interacción entre los componentes del sector oscuro o un modelamiento de la energía oscura a partir del principio holográfico, como veremos en el siguiente capítulo.

2.6. Energía Oscura Holográfica

2.6.1. Principio Holográfico

El modelo de energía oscura holográfica se basa en la aplicación a la cosmología del principio holográfico, el cual ha sido conjeturado por 't Hooft [34] y Susskind [35]:

Los fenómenos dentro de un volumen pueden explicarse por el conjunto de grados de libertad que residen en su frontera, y los grados de libertad están determinados por el área de la frontera en lugar que el volumen.

Esta idea se basa en realidad, en estudios de la entropía del agujero negro, propuesta por Bekenstein [36]. Siendo así que, la información contenida en cierto volumen de un espacio concreto se puede conocer a partir de la información codificable sobre la frontera de dicha región. Una importante consecuencia es que la cantidad máxima de información que puede contener una determinada región de espacio rodeada por una superficie diferenciable está limitada por el área total de dicha superficie [37].

2.6.2. Modelos Holográficos de Energía Oscura

Distintos modelos holográficos de energía oscura se han estudiado [10–17, 38–41], todos estos formulados en base al Principio Holográfico. De acuerdo con este principio, la densidad de energía del vacío se puede delimitar como $L^3 \rho_x \leq M_p^2 L$ [42], donde $M_p = (8\pi G)^{-1/2}$ es la masa reducida de Plank y L es el tamaño límite⁹ de una región. Este límite implica que, la energía total dentro de una región de tamaño L , no debe exceder la masa de un agujero negro del mismo tamaño. Si se aplica a la dinámica del Universo, L tiene que ser una escala de longitud cosmológica. El valor más grande permitido de L , es el que satura la desigualdad anteriormente mencionada, es así que la densidad de energía oscura se puede escribir como [43]

$$\rho_x = \frac{3c^2 M_p^2}{L^2}, \quad (2.31)$$

donde c es un parámetro adimensional, distinto a la rapidez de la luz, y el factor 3 se incluye por conveniencia matemática. En la literatura [15, 44], la longitud L se ha considerado como:

1. El radio de Hubble: $L = H^{-1}$ [45]. La densidad de energía oscura holográfica es:

$$\rho_x = 3c^2 M_p^2 H^2. \quad (2.32)$$

2. El horizonte de eventos futuros: $L = R_E$ [46], donde

$$R_E(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} = a \int_a^\infty \frac{da'}{H(a') a'^2}. \quad (2.33)$$

La densidad de energía oscura holográfica es en este caso:

$$\rho_x = \frac{3c^2 M_p^2}{R_E^2}. \quad (2.34)$$

3. Una función del escalar de Ricci R . El papel de una distancia proporcional al escalar de Ricci como una escala de conexión causal para perturbaciones se observó en [47]. Así, $L \propto |R|^{-1/2}$, donde R es el escalar de Ricci. En este último caso la densidad de la energía oscura holográfica,

⁹Vinculado al límite IR. Este está asociado a un valor mínimo de la energía.

es $\rho_x \propto R$ y el escenario se denomina energía oscura holográfica de Ricci. En un universo FLRW espacialmente plano, el escalar de Ricci está dado por $R = 6(2H^2 + \dot{H})$. Se asume $L^2 = \frac{6}{R}$, luego la densidad de energía oscura holográfica queda como [13, 15, 44]

$$\rho_x = \alpha(2H^2 + \dot{H}), \quad (2.35)$$

donde α es una constante. Este modelo no presume la presencia del horizonte de eventos, por lo que se evita el problema de causalidad y es fenomenológicamente viable, además de aliviar el problema de la coincidencia cosmológica [13].

En este contexto, nuestro interés en este trabajo se centra en una generalización del modelo holográfico de energía oscura de Ricci, denominado energía oscura tipo Ricci [10–12, 14]

$$\rho_x = 3(\alpha H^2 + \beta \dot{H}), \quad (2.36)$$

donde α y β son constantes. Se ha demostrado que este modelo en muchos casos alivia el problema de la coincidencia cósmica [45], es decir, el parámetro de coincidencia r tiende asintóticamente a una constante positiva [14–17]. En general, los modelos con energía oscura holográfica en la literatura consideran sólo los componentes oscuros, predominantes en el universo actual, con interacción entre estos [39, 40, 48, 49].

2.7. Interacción Cosmológica

Los modelos de interacción entre la energía oscura y la materia oscura [50–55] se basan en la premisa de que ninguna simetría conocida en la Naturaleza impide o suprime un acoplamiento no minimal entre estos componentes y, por lo tanto, dicha posibilidad debe investigarse a la luz de datos observacionales (ver, por ejemplo [56]). En algunas clases de estos modelos de interacción, el problema de coincidencia mencionado anteriormente puede aliviarse en gran medida cuando se compara con el MCE. Es así que se han propuesto varios modelos de interacción con soluciones tanto analíticas como numéricas [50, 51, 54, 55, 57, 58].

Introducimos un término de interacción fenomenológica Γ en la ecuación de conservación (2.5) para los componentes oscuros, como

$$\rho'_c + \rho_c = -\Gamma, \quad (2.37)$$

$$\rho'_x + (1 + \omega) \rho_x = \Gamma, \quad (2.38)$$

donde convenientemente usamos el cambio de la variable $\eta = \ln a^3$ y definimos $(\cdot)' := d/d\eta$. Notemos que $\Gamma > 0$ indica una transferencia de materia oscura a energía oscura y $\Gamma < 0$ indica lo contrario.

En la literatura (ver [50,51] y sus referencias) se han estudiado escenarios donde sólo se considera los componentes oscuros del Universo y se incluye una interacción fenomenológica entre estos. Es usual escoger escenarios de interacción con un término lineal, o combinaciones lineales de los componentes oscuros [59]. Por ejemplo, se estudiaron términos de interacción de la forma: $\Gamma_a = \alpha\rho_c + \beta\rho_x$, $\Gamma_b = \alpha\rho'_c + \beta\rho'_x$, $\Gamma_c = \alpha\rho_c\rho_x/\rho$, $\Gamma_d = \rho_c^2/\rho$, $\Gamma_e = \rho_x^2/\rho$, entre otros. Los escenarios con interacción lineal, donde los componentes son materia oscura (ρ_c) y energía oscura holográfica (ρ_x), con términos de interacción del tipo $\Gamma \propto \rho_c$ y $\Gamma \propto \rho_x$, son casos particulares estudiados en [39,40,48,49]. En la referencia [39], los autores estudiaron la interacción entre la materia oscura y energía oscura holográfica, con un término de interacción de la forma $\Gamma \propto \rho$, con $\rho = \rho_x$, $\rho = \rho_c$ y $\rho = \rho_x + \rho_c$, y obtuvieron una ecuación diferencial de segundo orden para H . Mientras que en [40], los autores estudiaron la interacción de la materia oscura y energía oscura holográfica con $\omega = \omega(r)$, donde $r = \rho_c/\rho_x$. Luego, obtuvieron el término de interacción $\Gamma = \Gamma(\rho, \rho')$, y finalmente, $\rho_i = \rho_i(a)$ y $\omega = \omega(a)$.

En el siguiente capítulo proponemos y analizamos un modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica en el sector oscuro, considerando como componentes del Universo: Bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura holográfica.

Capítulo 3

Energía Oscura holográfica con interacción Cosmológica

La búsqueda de nuevos modelos del Universo se sostiene en el hecho de que el Modelo Cosmológico Estándar presenta algunos problemas. La opción de considerar una distancia proporcional a la escala de Ricci como una escala de conexión causal para perturbaciones se analizó en [47], a partir de entonces diferentes modelos de energía oscura holográfica han sido analizados [10–15,44]. Es posible analizar los escenarios de Energía Oscura Holográfica desde dos enfoques distintos, el primero considera el parámetro de estado de la energía oscura variable o con alguna parametrización como se muestra en [17], mientras que el segundo enfoque considera un término de interacción entre los componentes oscuros [39–41,60], escenario que escogimos para el desarrollo de esta investigación. En este capítulo se muestra el desarrollo matemático para analizar el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica entre los componentes oscuros.

3.1. Energía Oscura holográfica con interacción Cosmológica

Consideramos un universo plano, homogéneo e isotrópico en el marco de la Relatividad General, y la métrica de FLRW espacialmente plana (2.15). La ecuación de Friedmann en este contexto se escribe como (2.18), donde asumimos unidades en las cuales $8\pi G = c = 1$.

Tabla 3.1: Subcasos del término de interacción $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$.

Modelo	Condición	Subcasos de interacción
Modelo 1	$\alpha_1 = 0$	$\Gamma_1 = \beta_1 \rho_x$
Modelo 2	$\beta_1 = 0$	$\Gamma_2 = \alpha_1 \rho_c$
Modelo 3	$\alpha_1 = \beta_1$	$\Gamma_3 = \alpha_1 (\rho_c + \rho_x)$

Un escenario cosmológico realista contiene bariones, radiación, materia oscura fría y un componente de energía oscura que en este trabajo asumimos holográfica. En este contexto, consideramos la ecuación de Friedmann (2.18) y la ecuación de conservación (2.5) asumiendo $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_c + \rho_x$ y $p = p_b + p_r + p_c + p_x$. De aquí en adelante y por simplicidad definimos $\rho_d := \rho_c + \rho_x$, a lo que llamamos *Sector Oscuro*. Además, se considera una ecuación de estado barotrópica para todos los componentes [21], como (2.6) con $\omega_b = 0$, $\omega_r = 1/3$, $\omega_c = 0$ y $\omega_x = \omega$. Adicionalmente, al incluir una interacción fenomenológica en el sector oscuro, separamos la ecuación de conservación (2.5) obteniendo las expresiones (2.22) y (2.23) junto con las ecuaciones (2.37) y (2.38).

De las ecuaciones (2.36) y (2.18) vemos que

$$\rho_x = \alpha \rho + \frac{3\beta}{2} \rho', \quad (3.1)$$

donde $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_d$. De (2.22) y (2.23) obtenemos fácilmente $\rho_b'' = -\rho_b' = \rho_b$ y $\rho_r'' = -\frac{4}{3}\rho_r' = \frac{16}{9}\rho_r$. Usando $\rho_c = \rho_d - \rho_x$, $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_d$ y las ecuaciones (2.37), (3.1), (2.22) y (2.23), se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden para la densidad de energía del sector oscuro ρ_d de la forma

$$\frac{3\beta}{2} \rho_d'' + \left(\alpha + \frac{3\beta}{2} - 1 \right) \rho_d' + (\alpha - 1) \rho_d + \frac{1}{3} (2\beta - \alpha) \rho_{r0} a^{-4} = \Gamma, \quad (3.2)$$

para una interacción dada Γ , tal que $\Gamma = \Gamma(\rho_d, \rho_d', \rho, \rho')$. Resolviendo la ecuación (3.2) encontramos la densidad de energía ρ_d , y las densidades de energía ρ_c y ρ_x usando la ecuación (3.1).

En este trabajo estudiamos una interacción lineal definida como: $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$ [50, 51], que incluye tres subcasos, $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$, y $\alpha_1 = \beta_1$, que llamamos Modelo 1, Modelo 2 y Modelo 3 respectivamente, como se muestra en la Tabla 3.1. Notar que es posible describir todas las interacciones estudiadas en esta tesis, como combinaciones de los términos ρ_d , ρ_d' , ρ y ρ' .

Luego, al reescribir la ecuación (3.2) ésta se convierte en

$$\rho_d'' + b_1 \rho_d' + b_2 \rho_d + b_3 a^{-3} + b_4 a^{-4} = 0, \quad (3.3)$$

que incluye los tres tipos de interacción de nuestro interés, donde las constantes b_i son dadas por

$$b_1 = 1 + \alpha_1 - \beta_1 - 2(1 - \alpha)/3\beta, \quad (3.4)$$

$$b_2 = 2(\alpha(1 - \beta_1 + \alpha_1) - 1 - \alpha_1)/3\beta, \quad (3.5)$$

$$b_3 = (\beta_1 - \alpha_1)(1 - 2\alpha/3\beta)\rho_{b0}, \quad (3.6)$$

$$b_4 = 2\rho_{r0}((2\beta - \alpha)/3 - (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha - 2\beta))/3\beta, \quad (3.7)$$

estas son diferentes combinaciones de los parámetros para una interacción particular. La solución general de la ecuación (3.3) tiene la forma

$$\rho_d(a) = A a^{-3} + B a^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}, \quad (3.8)$$

donde las constantes de integración están dadas por

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{3A\beta(1 + \lambda_2) + B\beta(4 + 3\lambda_2) + 3H_0^2(-2\alpha + 2\Omega_{x0} + \beta(3\Omega_{b0} + 4\Omega_{r0} - 3\lambda_2(\Omega_{c0} + \Omega_{x0})))}{3\beta(\lambda_1 - \lambda_2)}, \\ C_2 &= -A - B + 3H_0^2(\Omega_{c0} + \Omega_{x0}) - C_1, \end{aligned} \quad (3.9)$$

y H_0 , Ω_{b0} , Ω_{r0} , Ω_{c0} y Ω_{x0} son los valores actuales del parámetro de Hubble, el parámetro de densidad (esto es $\Omega_{i0} = \rho_{i0}/3H_0^2$ con $i = \{b, r, c, x\}$) para los bariones, la radiación, la materia oscura fría y la energía oscura holográfica, respectivamente. Además tenemos,

$$A = \frac{b_3}{b_1 - b_2 - 1} \quad y \quad B = \frac{9b_4}{12b_1 - 9b_2 - 16}, \quad (3.10)$$

así como

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \left(b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2} \right) \quad y \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2} \left(b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_2} \right). \quad (3.11)$$

Finalmente, la tasa de expansión en términos del redshift cosmológico se puede escribir como:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\left(\Omega_{b0} + \frac{A}{3H_0^2}\right)(1+z)^3 + \left(\Omega_{r0} + \frac{B}{3H_0^2}\right)(1+z)^4 + \frac{C_1}{3H_0^2}(1+z)^{-3\lambda_1} + \frac{C_2}{3H_0^2}(1+z)^{-3\lambda_2}}, \quad (3.12)$$

con $\Omega_{b0} + \Omega_{r0} + \Omega_{c0} + \Omega_{x0} = 1$.

Por otro lado, usando (3.1) en (2.38), el parámetro de estado de la energía oscura holográfica se escribe como

$$\omega = \frac{2\Gamma - 3\beta\rho'' - (2\alpha + 3\beta)\rho' - 2\alpha\rho}{3\beta\rho' + 2\alpha\rho}, \quad (3.13)$$

luego, usamos (3.8), (2.22) y (2.23), en (3.13), esta ecuación queda como

$$\omega(a) = \frac{D_1 a^{-3} + D_2 a^{-4} + D_3 a^{3\lambda_1} + D_4 a^{3\lambda_2}}{\tilde{A} a^{-3} + \tilde{B} a^{-4} + \tilde{C}_1 a^{3\lambda_1} + \tilde{C}_2 a^{3\lambda_2}}, \quad (3.14)$$

donde

$$\tilde{A} = (2\alpha - 3\beta)(A + \rho_{b0}), \quad (3.15)$$

$$\tilde{B} = 2(\alpha - 2\beta)(B + \rho_{r0}), \quad (3.16)$$

$$\tilde{C}_1 = C_1(3\beta\lambda_1 + 2\alpha), \quad (3.17)$$

$$\tilde{C}_2 = C_2(3\beta\lambda_2 + 2\alpha), \quad (3.18)$$

y los coeficientes constantes están dados por

$$D_1 = 2\alpha_1 A + (2\alpha - 3\beta)(\beta_1 - \alpha_1)(A + \rho_{b0}), \quad (3.19)$$

$$D_2 = 2\alpha_1 B + 2(\alpha - 2\beta)(1/3 - \alpha_1 + \beta_1)(B + \rho_{r0}), \quad (3.20)$$

$$D_3 = C_1(2\alpha_1 + (2\alpha + 3\beta\lambda_1)(\beta_1 - \alpha_1 - 1 - \lambda_1)), \quad (3.21)$$

$$D_4 = C_2(2\alpha_1 + (2\alpha + 3\beta\lambda_2)(\beta_1 - \alpha_1 - 1 - \lambda_2)). \quad (3.22)$$

Notemos que en el límite al futuro, $a \rightarrow \infty$, la expresión (3.14) se vuelve $\omega \rightarrow \frac{D_3}{C_1(3\beta\lambda_1 + 2\alpha)}$ para $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$, mientras que para $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$, tenemos $\omega \rightarrow \frac{D_4}{C_2(3\beta\lambda_2 + 2\alpha)}$.

Por otra parte, para el parámetro de coincidencia (2.30) obtenemos

$$r = \frac{\rho_d}{\left(\alpha - \frac{3\beta}{2}\right)\rho_b + (\alpha - 2\beta)\rho_r + \alpha\rho_d + \frac{3\beta}{2}\rho'_d} - 1. \quad (3.23)$$

Usando (2.22), (2.23) y (3.8) en la expresión anterior obtenemos $r = r(a)$. Por lo tanto, podemos

calcular el límite asintótico de $r(a)$ cuando $a \rightarrow \infty$. Para nuestro tipo de interacción obtenemos

$$r_\infty = \frac{2}{2\alpha + 3\beta\lambda_i} - 1, \quad (3.24)$$

una constante que depende de los parámetros de interacción, donde $\lambda_i = \max\{\lambda_1, \lambda_2\}$ para $\lambda_i > 0$. Notamos que este límite para el parámetro de coincidencia r tiende a un valor constante a diferencia del MCE ¹. Finalmente, de la ec. (3.12) encontramos el parámetro de desaceleración (2.28) como

$$q = - \left(1 + \frac{3\rho'}{2\rho} \right), \quad (3.25)$$

luego

$$q(a) = - \left(1 + \frac{-3(\rho_{b_0} + A)a^{-3} - 4(\rho_{r_0} + B)a^{-4} + 3(C_1\lambda_1 a^{3\lambda_1} + C_2\lambda_2 a^{3\lambda_2})}{2(\rho_{b_0} + A)a^{-3} + 2(\rho_{r_0} + B)a^{-4} + 2(C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2})} \right) \quad (3.26)$$

Por otra parte, usamos la definición (2.26) para obtener la función de densidad fraccional de cada uno de los componentes:

$$\Omega_b = \frac{\Omega_{b_0} a^{-3}}{(\Omega_{b_0} + A)a^{-3} + (\Omega_{r_0} + B)a^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}}, \quad (3.27)$$

$$\Omega_r = \frac{\Omega_{r_0} a^{-4}}{(\Omega_{b_0} + A)a^{-3} + (\Omega_{r_0} + B)a^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}}, \quad (3.28)$$

$$\Omega_x = \alpha + \beta \left(\frac{-3(\rho_{b_0} + A)a^{-3} - 4(\rho_{r_0} + B)a^{-4} + 3(C_1\lambda_1 a^{3\lambda_1} + C_2\lambda_2 a^{3\lambda_2})}{2(\rho_{b_0} + A)a^{-3} + 2(\rho_{r_0} + B)a^{-4} + 2(C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2})} \right), \quad (3.29)$$

$$\Omega_c = 1 - \Omega_x - \Omega_b - \Omega_r. \quad (3.30)$$

Las expresiones de la tasa de expansión de Hubble (3.12), del parámetro de coincidencia (3.23), del parámetro de desaceleración (3.26), y de la función de densidad para cada tipo de materia (3.27) - (3.30) son analizados en el siguiente capítulo.

¹En el marco del MCE, el límite asintótico de $r(a)$ cuando $a \rightarrow \infty$, resulta nulo, puesto que $\rho_c \rightarrow 0$ [30].

Capítulo 4

Contraste Observacional

En Cosmología el contraste observacional de modelos es clave porque determina la validez de estos modelos a la luz de los datos observacionales disponibles. En la actualidad se cuenta con una gran cantidad de datos para el análisis de los modelos teóricos. Los datos utilizados para el contraste observacional de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica estudiados en este trabajo son: los cronómetros cósmicos, obtenidos a través del “differential age method” [61]; datos de Supernovas tipo Ia a través de la compilación *Pantheon* [62]; datos de las oscilaciones acústicas de los bariones [63–67]; y datos de la radiación cósmica de fondo [3]. Además, realizamos el análisis bayesiano para la comparación de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica frente al Modelo Cosmológico Estándar.

4.1. Datos de las Oscilaciones Acústicas de Bariones

En el Universo temprano la materia bariónica estuvo totalmente ionizada y acoplada a la radiación, formando un plasma que es atraído a potenciales gravitatorios creados por sobredensidades de materia oscura. Al mismo tiempo, la presión de radiación tendía a dispersar los bariones. Este proceso de atracción y repulsión formó ondas de sonido en el plasma. En el Universo en expansión, estas ondas se propagan hasta el momento del desacople entre la materia bariónica y la radiación. Cuando la temperatura en el Universo cae hasta los 3000 K , la materia bariónica empieza a recombinarse formando

Tabla 4.1: Mediciones isótropas de BAO utilizadas en el análisis.

Survey	z	d_z
6dFGS	0.106	2.98
MGS	0.15	4.47
eBOSS	1.52	26.1

átomos neutros, por lo que la radiación se desacopla de los bariones. En ese instante, las ondas de sonido que se propagan en el plasma se congelan, a una distancia dada por el horizonte acústico [3]. Hoy se puede detectar vestigios de estas ondas de sonido en los mapas de distribución de galaxias, a través de los datos de BAO.

Las mediciones isotrópicas de la señal BAO se dan en términos de la relación adimensional

$$d_z(z) = D_V(z)/r_s(z_d) \quad (4.1)$$

donde D_V es una combinación de las escalas de línea de visión y de distancia transversal definidas en la referencia [68], z_d es el redshift en la época “drag”¹ y $r_s(z)$ es el tamaño comóvil del horizonte de sonido, donde D_V y r_s son definidas por

$$D_V(z) = \left((1+z)^2 D_A(z)^2 \frac{cz}{H(z)} \right)^{1/3} \quad y \quad r_s(z) = \int_z^\infty \frac{c_s dz}{H(z)} \quad (4.2)$$

con la rapidez de la luz c , la distancia del diámetro angular $D_A(z) = \frac{c}{(1+z)} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}$, siendo la velocidad del sonido del fluido de fotones-bariones $c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}$ y $R = \frac{3\Omega_{b0}}{4\Omega_{\gamma0}(1+z)}$ [69].

Utilizamos medidas isótropas de BAO de: 6dFGS [63], MGS [64] y eBOSS [65], como se muestra en la tabla 4.1. Las mediciones anisótropas de BAO se tomaron de BOSS DR12 [66] y Ly α forest [67], que se definen en términos de D_A y $D_H = c/H(z)$, como se muestra en la Tabla 4.2, que junto con la matriz de covarianza correspondiente a esos datos, la utilizamos en nuestro análisis [70].

¹Época de arrastre, posterior a la época de “last scattering” (última dispersión), como hay muchos más fotones que bariones, los fotones se “desacoplan” (dejan de notar a los bariones) antes de que los bariones dejen de notar los fotones.

Tabla 4.2: Mediciones anisótropas de BAO utilizadas en el análisis.

Survey	z	Medida
BOSS DR12	0.38	$\frac{D_A(0.38)}{r_s(z_d)} = 7.42$
BOSS DR12	0.38	$\frac{D_H(0.38)}{r_s(z_d)} = 24.97$
BOSS DR12	0.51	$\frac{D_A(0.51)}{r_s(z_d)} = 8.85$
BOSS DR12	0.51	$\frac{D_H(0.51)}{r_s(z_d)} = 22.31$
BOSS DR12	0.61	$\frac{D_A(0.61)}{r_s(z_d)} = 9.69$
BOSS DR12	0.61	$\frac{D_H(0.61)}{r_s(z_d)} = 20.49$
BOSS DR12	2.4	$\frac{D_A(2.4)}{r_s(z_d)} = 10.76$
BOSS DR12	2.4	$\frac{D_H(2.4)}{r_s(z_d)} = 8.94$

4.2. Dato de la Anisotropía en la Radiación de Fondo

Los fotones del CMB que nos llegan actualmente atraviesan casi todo el Universo observable. En el recorrido, sus trayectorias son desviadas por gradientes de los potenciales gravitacionales asociados a las inhomogeneidades en el Universo.

La única contribución de los datos de CMB que consideramos es la escala angular del horizonte de sonido en el last scattering ²:

$$\theta_* = \frac{r_s(z_*)}{(1+z_*)D_A(z_*)} \quad (4.3)$$

donde el tamaño comóvil del horizonte de sonido se evalúa en $z_* = 1089.80$, de acuerdo con los resultados de Planck en 2018 [3]. Comparamos el valor obtenido en este estudio con el reportado por la colaboración Planck en 2018, $100\theta_* = 1.04119 \pm 0.00029$ [3].

4.3. Cronómetros cósmicos

Los 24 datos de cronómetros cósmicos utilizados se obtuvieron a través del “differential age method”, como se ve en la tabla 3 de la referencia [51]. Como se sugiere en la referencia [71], se considera la edad relativa de galaxias que evolucionan pasivamente, con respecto al redshift. Es el único método que proporciona mediciones directas cosmológicas independientes del modelo de expansión del uni-

²En la época de última dispersión, el Universo se volvió transparente para los fotones; se habla de fotones desacoplados de otras formas de materia. La radiación cósmica de fondo lleva la información sobre el Universo en cuanto a cómo fue en la época de la última dispersión.

verso [72]. Al considerar la relación entre las edades diferenciales, dt y la respectiva diferencial en el redshift, dz , obtenemos $H(z)$ como

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (4.4)$$

Para nuestro análisis, el valor teórico de $H(z)$ viene dado por la ecuación (3.12). En la referencia [72], los autores argumentan que los datos de la historia de la expansión del universo podrían no ser necesariamente regulares fuera de $0.1 < z < 1.2$. Del mismo modo, los autores de la referencia [73] también han demostrado que fuera de este rango, el modelo de síntesis de población estelar adoptado para derivar las edades de las galaxias se vuelve relevante, por lo cual sólo usamos datos de redshift hasta $z < 1.2$.

4.4. Supernova Tipo Ia

A partir de las observaciones actuales de Supernovas de tipo Ia, se determinó que el Universo a gran escala está en expansión acelerada. Usamos la última compilación de datos de supernovas, la “Muestra Pantheon”, que contiene un conjunto de 1048 SNe Ia [62] confirmadas espectroscópicamente para $0.01 < z < 2.3$, compuesto por una combinación del subconjunto de 279 PS1 [74] SN Ia ($0.03 < z < 0.68$), con adecuadas estimaciones de la distancia de SN Ia de SDSS [75] en el intervalo $0.05 < z < 0.4$, además de SNLS [76] hasta el redshift $z < 1$, varias muestras con bajo z ($z < 0.1$) y algunas de alto redshift dadas por Hubble Space Telescope SNe [77] con redshift $0.216 < z < 1.755$.

La compilación Pantheon entrega la magnitud aparente $m_B(z)$ para 1048 supernovas, con su respectiva matriz de covarianza. M_B corresponde a la magnitud absoluta y es estimada en el ajuste como un parámetro “nuisance”, esto es, un parámetro que no es de relevancia cosmológica [62].

Teóricamente estimamos el módulo de distancia para los modelos estudiados, por medio de la relación

$$\mu(z) = m(z) - M_B = 5 \log d_L(z) + 25, \quad (4.5)$$

donde d_L es la distancia luminosa en unidades de Mpc dada como

$$d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (4.6)$$

y $E(z) \equiv H(z)/H_0$.

Los análisis que involucran el conjunto de datos de Pantheon se realizaron comparando la magnitud pronosticada $m(z)$ de la ecuación (4.5) con las observadas en la muestra de Pantheon, como se muestra en [62], que se denotan por $m_B(z)$ y representan la magnitud máxima observada en la banda B en el marco de reposo. Los análisis de Monte Carlo para la muestra Pantheon SNe Ia se realizaron asumiendo un likelihood gaussiana multivariante de la forma

$$\mathcal{L}(D|\Theta) = \exp[\chi^2(D|\Theta)/2], \quad (4.7)$$

con

$$\chi^2(\Theta) = [m_B - m(\Theta)]^T C^{-1} [m_B - m(\Theta)], \quad (4.8)$$

donde Θ representa el conjunto de parámetros del modelo, C corresponde a la matriz de covarianza de las mediciones de m_B , que incluye la incerteza estadística y sistemática (ver referencia [62]).

Al igual que para la muestra Pantheon de SNe Ia, consideramos una likelihood gaussiana multivariante para los datos BAO, CC y CMB. Para ello, la función chi-cuadrado para la medición de una función genérica f se define de la siguiente manera:

$$\chi_f^2(\Theta) = \sum_i \left(\frac{f(z_i) - f(z_i, \Theta)}{\sigma_{f_i}} \right)^2 \quad (4.9)$$

donde $f(z_i)$ representa el valor medido para f en redshift z_i , donde $f(z_i, \Theta)$ se calcula asumiendo un modelo con parámetros Θ . La función f representa las funciones $d_z(z)$ (ó D_H y D_A), $H(z)$ y $\theta_*(z)$ para datos de BAO, CC y CMB, respectivamente. En el caso del análisis conjunto, la likelihood total se obtiene como el producto de los “likelihoods” individuales asociadas a cada dato, utilizando la definición de chi-cuadrado en la ecuación (4.9). Por ejemplo, el análisis conjunto completo está dado por: $\mathcal{L}_{conjunto} = \mathcal{L}_{m(z)} \times \mathcal{L}_{BAO} \times \mathcal{L}_{H(z)} \times \mathcal{L}_{\theta_*(z)}$.

Una medida del ajuste del modelo frente a los datos observacionales, es χ_{red}^2 , que se define como [78]

$$\chi_{red}^2 = \frac{\chi_{min}^2}{N - n} \quad (4.10)$$

donde χ_{min}^2 es el valor mínimo de la función χ^2 (4.9), N es el número de datos considerados, y n es

el número de grados de libertad (parámetros libres del modelo). Este valor es un indicador del “buen ajuste” del modelo a los datos observacionales, siempre que $\chi_{red}^2 \approx 1$.

4.5. Selección Bayesiana de Modelos

En el estudio de escenarios cosmológicos se utiliza ampliamente el método de inferencia bayesiana [50, 51], dado que éste constituye una técnica estadística robusta para la estimación de parámetros y la selección de modelos. El término “Bayesiano” proviene del uso que se hizo del teorema de Bayes durante el proceso de inferencia. Los nuevos datos disponibles (o información) se utilizan para actualizar nuestro conocimiento de un modelo (o la probabilidad de una hipótesis). Matemáticamente, el teorema de Bayes nos da la probabilidad a posteriori P para un conjunto de parámetros Θ , dados los datos $\mathcal{D}$, descritos por un modelo $\mathcal{M}$, como [78]

$$P(\Theta | \mathcal{D}, \mathcal{M}) = \frac{\mathcal{L}(\mathcal{D} | \Theta, \mathcal{M}) \mathcal{P}(\Theta | \mathcal{M})}{\mathcal{E}(\mathcal{D} | \mathcal{M})} \quad (4.11)$$

donde $\mathcal{L}$, $\mathcal{P}$ y $\mathcal{E}$ representan el likelihood, el prior ³ y la evidencia, respectivamente.

En el enfoque Bayesiano de estimación de parámetros, la evidencia en la ecuación (4.11) es sólo una constante de normalización, sin embargo, se convierte en un ingrediente clave en la comparación Bayesiana de modelos. Para comparar los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$, dado un conjunto de datos, usamos el factor de Bayes definido en términos de la evidencia de los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$ como:

$$B_{ij} = \mathcal{E}_i / \mathcal{E}_j \quad (4.12)$$

donde la evidencia corresponde al valor medio del likelihood sobre el espacio total de parámetros del modelo permitido, antes de observar los nuevos datos. Si los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$ tienen la misma probabilidad a priori, entonces el factor de Bayes brinda las probabilidades a posteriori de los dos modelos.

En la actualidad las técnicas de muestreo “Monte Carlo” se aplican ampliamente para construir la distribución a posteriori de los parámetros, puesto que resulta complicado calcular esta distribución

³Distribución asociada a la información a priori de los parámetros en estudio, obtenidos por medio de resultados anteriores para estos parámetros y/o constraints teóricos.

Tabla 4.3: La escala de Jeffreys. La columna de la izquierda indica el umbral para el logaritmo del factor de Bayes y la columna de la derecha la interpretación de la intensidad de evidencia correspondiente al umbral anterior.

$ \ln B_{ij} $	Interpretación
< 1	no concluyente
1	débil
2.5	moderada
5	fuerte

numéricamente (ver referencias [79, 80]). Es así que realizamos un análisis que involucra los datos descritos para el contraste observacional aplicando el algoritmo nested sampling (NS) de la técnica Monte Carlo [81], conocido por su eficiencia en el cálculo de la evidencia, dado que está diseñado para estimar en forma directa la relación entre la función likelihood y los priors, obteniendo así la evidencia y su error. Utilizamos el algoritmo PyMultiNest [82, 83] para calcular los valores de la evidencia y generar las distribuciones a posteriori. Este algoritmo requiere una tolerancia global de evidencia de 0.01 como criterio de convergencia y trabajamos con un conjunto de 1000 “live points” para mejorar la precisión en la estimación de la evidencia.

Para comparar el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica con el MCE, utilizamos una versión conservadora de la escala de Jeffreys definida en la referencia [84] (ver tabla 4.3). La escala de Jeffreys nos brinda una medida empírica para interpretar la evidencia al comparar dos modelos en competencia. La evidencia a favor/en contra del modelo $\mathcal{M}_i$ en relación con el modelo $\mathcal{M}_j$, se interpreta como *no concluyente*, *débil*, *moderada* y *fuerte* según el caso, como se muestra en la Tabla 4.3, las cuales están asociadas a una probabilidad en el rango $(0, 0.750)$, $(0.750, 0.923)$, $(0.923, 0.993)$ y $(0.993, 1)$, respectivamente [84]. En nuestro estudio consideramos el MCE como el modelo de referencia $\mathcal{M}_j$, así los subíndices en el factor de Bayes (4.12) se omitirán en lo sucesivo.

Las distribuciones a priori consideradas en este trabajo se muestran en la tabla 4.4. Escogimos un prior uniforme para los parámetros del modelo estudiado, como Ω_c , α , β , α_1 , β_1 , y M_B , y un prior Gaussiano para el parámetro que define h y para el parámetro ω del modelo ω CDM. Para el parámetro Ω_c elegimos un prior uniforme conservativo entre 0 y 1, y para el parámetro de Hubble adimensional h adoptamos el valor informado por Riess et al. en la referencia [33], debido a su alta precisión e independencia del modelo cosmológico en estudio. Los priors de los parámetros holográficos α y β se consideraron positivos y pequeños [17, 40, 60], dado que a priori consideramos la densidad de energía

Tabla 4.4: Información a priori de los parámetros de los modelos estudiados. Para un prior Gaussiano informamos (μ, σ^2) y para un prior uniforme informamos (a, b) que representa $a \leq x \leq b$.

Parámetros	Estados	Prior	Ref.
h	Parámetro Global	Gausiano (0.7352, 0.0003)	[33]
Ω_c	Parámetro Global	Uniforme (0, 1)	-
ω	Parámetro Modelo ω CDM	Gausiano (-1.028, 0.001)	[3]
α	Parámetro Holográfico	Uniforme (0, 1)	[17, 39, 40, 60, 85]
β	Parámetro Holográfico	Uniforme (0, 1)	[17, 39, 40, 60, 85]
α_1	Parámetro de Interacción	Uniforme (-1, 1)	[39, 50, 51]
β_1	Parámetro de Interacción	Uniforme (-1, 1)	[39, 50, 51]
M_B	Parámetro nuisance	Uniforme (-20, -18)	[62]

ρ_x positiva. Los priors de los parámetros de interacción α_1 y β_1 consideran una distribución uniforme centrada en cero, es decir asumimos que las interacciones son pequeñas [50, 51], y para el parámetro de la Muestra Pantheon, M_B , utilizamos como referencia el valor informado por Scolnic et al. en la referencia [62], es así que consideramos una distribución uniforme entre -20 y -18. Finalmente, tomamos el valor reportado por [3] para el parámetro ω del modelo ω CDM.

Los modelos de interacción sólo deberían afectar el sector oscuro reciente y no la física del universo primordial. Por ello fijamos los siguientes parámetros: $\Omega_b h^2 = 0.022383$ [3], $\Omega_\gamma h^2 = 2.469 \times 10^{-5}$ [86], $\Omega_r = \Omega_\gamma \left(1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}} N_{eff}\right)$, $N_{eff} = 3.046$ [87]. Además, para el redshift en la época drag y la última dispersión (last scattering) utilizamos los valores de Planck [3]: $z_d = 1060.01$ y $z_* = 1089.80$, respectivamente.

Capítulo 5

Análisis y Resultados

En esta capítulo mostramos el análisis de los modelos de energía holográfica con interacción cosmológica estudiados, esto es, obtenemos los valores de mejor ajuste de los parámetros de cada modelo así como también los resultados de la comparación bayesiana de los modelos estudiados con respecto al MCE, utilizando los datos de la compilación Pantheon de Supernovas Ia, Cronómetros Cósmicos, Radiación Cósmica de Fondo y Oscilaciones Acústicas de Bariones. Además, discutimos las gráficas de la evolución de la función de densidad fraccional de los distintos componentes del Universo, del parámetro de desaceleración y del parámetro de coincidencia, comparando los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica y el MCE. Finalmente, estudiamos el comportamiento del término de interacción adimensional de los modelos propuestos.

En esta tesis realizamos el contraste observacional de 3 subcasos del modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$, para esto utilizamos los priors mostrados en la Tabla 4.4. Etiquetamos los diferentes subcasos del modelo de la siguiente manera: Modelo 1, 2, 3, los cuales representan $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\alpha_1 = \beta_1$, respectivamente. Para el análisis de los modelos consideramos dos conjunto de datos observacionales, primero sólo se consideró datos de Supernovas de tipo Ia de la compilación Pantheon, para luego considerar la combinación Supernovas de tipo Ia, cronómetros cósmicos, oscilaciones acústicas de los bariones y radiación cósmica de fondo. Realizamos el análisis con los datos de Pantheon dado que en [39, 40, 60] usan sólo datos de Supernovas tipo Ia (con redshift $z \lesssim 2$) considerando solamente los componentes oscuros del Universo, con interacción

Tabla 5.1: Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia.

Modelo	h	Ω_c	ω	α	β	α_1	β_1
MCE	0.735 ± 0.015	0.257 ± 0.022	-	-	-	-	-
ω CDM	0.735 ± 0.014	0.268 ± 0.021	-1.0280 ± 0.0010	-	-	-	-
Modelo 1	0.735 ± 0.014	$0.57^{+0.15}_{-0.25}$	-	$0.63^{+0.31}_{-0.15}$	$0.795^{+0.19}_{-0.062}$	-	$0.16^{+0.71}_{-0.39}$
Modelo 2	0.735 ± 0.014	0.59 ± 0.23	-	$0.63^{+0.34}_{-0.18}$	$0.68^{+0.29}_{-0.13}$	$-0.17^{+0.17}_{-0.22}$	-
Modelo 3	0.736 ± 0.014	$0.65^{+0.30}_{-0.17}$	-	$0.58^{+0.30}_{-0.23}$	$0.735^{+0.26}_{-0.094}$	$-0.16^{+0.16}_{-0.19}$	$-0.16^{+0.16}_{-0.19}$

entre estos.

Para ambos casos realizamos un análisis bayesiano al comparar los modelos 1, 2 y 3 con el MCE en términos de la evidencia bayesiana según la escala de Jeffreys (ver tabla 4.3).

Los gráficos de contorno para los parámetros de los modelos estudiados, usando en forma conjunta los datos de Pantheon+CC+CMB+BAO, se muestran en el Apéndice A.

Los resultados de los análisis de los modelos estudiados se resumen en las tablas 5.1- 5.4. En las tablas 5.1 y 5.3 presentamos los valores de los parámetros que mejor ajustan los datos observacionales considerados, mientras que en las tablas 5.2 y 5.4 mostramos los resultados del ajuste y análisis de los modelos en comparación con el MCE, considerando el χ^2_{min} , el χ^2_{red} , el logaritmo del factor de Bayes y la interpretación de la evidencia bayesiana.

Considerando sólo los datos para SN tipo Ia de la compilación Pantheon (ver Tabla 5.1), para el MCE, el modelo ω CDM y los modelos 1, 2, 3, obtenemos un valor semejante del parámetro h para cada caso. El valor de Ω_c para los modelos de energía oscura con interacción cosmológica es aproximadamente 0.6, siendo este el doble que el valor obtenido para el MCE y para el modelo ω CDM, mientras que en [88] se obtiene $\Omega_c = 0.3$. La referencia [39] realiza un estudio de un modelo con materia oscura y energía oscura holográfica tipo Ricci con casos de interacción correspondientes al modelo 1, 2 y 3, donde consideran 557 datos de Union2 SN, obteniéndose para estos escenarios un valor de $\Omega_c = 0.27$. En la tabla 5.1 se muestra que el valor de los parámetros holográficos son de $\alpha \approx 0.6$ y $\beta \approx 0.8$, mientras que en las referencias [17, 39, 40, 88] se obtuvo los valores $\alpha \approx 0.8$ y $\beta \approx 0.4$. Por otra parte, los valores de los parámetros de interacción α_1 y β_1 son del orden de $\mathcal{O}(10^{-1})$, sin embargo

Tabla 5.2: Análisis de los modelos usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia.

Modelo	χ^2_{min}	χ^2_{red}	$\ln B$	Interpretación
MCE	1026.8717	0.983	-	-
ω CDM	1026.8415	0.984	-0.089 ± 0.010	No concluyente
Modelo 1	1029.7532	0.988	-1.339 ± 0.073	Débil en contra
Modelo 2	1029.1881	0.987	-1.844 ± 0.101	Débil en contra
Modelo 3	1027.3589	0.986	-2.310 ± 0.021	Débil en contra

en la referencia [39] son del orden de $\mathcal{O}(10^{-2})$, donde sólo se considera los componentes oscuros del Universo, afirmando que existe una pequeña interacción entre estos.

En las tablas 5.2 y 5.4 mostramos el análisis del MCE, el modelo ω CDM, y los modelos 1, 2 y 3, que son objeto de nuestro estudio. Obtenemos el χ^2_{min} con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en las tablas 5.1 y 5.3, y el χ^2_{red} está definido por (4.10). El χ^2_{red} nos indica el ajuste del modelo a los datos disponibles. Las últimas dos columnas muestran, el logaritmo del factor de Bayes ($\ln B$) definido por (4.12), y la interpretación de la evidencia bayesiana (ver tabla 4.3). El análisis bayesiano compara los modelos en estudio (modelo 1, 2 y 3) con el MCE, tomando a este como modelo de referencia. El MCE a pesar de los problemas que presenta (ver Cap. 2), es el modelo que mejor ajusta los datos observacionales [3]. Notamos que $\ln B < 0$ indica que la evidencia favorece al MCE, en caso contrario se tiene evidencia a favor del modelo en estudio frente al MCE.

Desde el punto de vista del análisis bayesiano, el modelo ω CDM al ser comparado con el MCE (ver tablas 5.2 y 5.4), indica que la evidencia es “no concluyente”, esto es, no existe evidencia a favor ni en contra del modelo ω CDM en la descripción de los datos disponibles frente al MCE. En la referencia [51] se realiza el análisis bayesiano para modelos de interacción sin considerar escenarios de holografía, donde muchos de estos modelos presentan evidencia no concluyente (inconclusiva) al ser comparados con el MCE, incluido el modelo ω CDM. Al ser la evidencia bayesiana no concluyente,

Tabla 5.3: Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB.

Modelo	h	Ω_c	ω	α	β	α_1	β_1
MCE	$0.6993^{+0.0077}_{-0.0095}$	$0.234^{+0.011}_{-0.0096}$	-	-	-	-	-
ω CDM	$0.7014^{+0.0050}_{-0.0082}$	$0.2365^{+0.0095}_{-0.0061}$	-1.0280 ± 0.0010	-	-	-	-
Modelo 1	0.717 ± 0.011	0.378 ± 0.052	-	$0.901^{+0.079}_{-0.043}$	$0.802^{+0.14}_{-0.098}$	-	-0.090 ± 0.038
Modelo 2	$0.7216^{+0.0068}_{-0.0089}$	$0.1734^{+0.0091}_{-0.014}$	-	$0.828^{+0.037}_{-0.031}$	$0.216^{+0.026}_{-0.022}$	$-0.0836^{+0.015}_{-0.0086}$	-
Modelo 3	$0.7184^{+0.0088}_{-0.012}$	$0.248^{+0.039}_{-0.079}$	-	$0.943^{+0.054}_{-0.019}$	$0.65^{+0.16}_{-0.23}$	$0.023^{+0.016}_{-0.023}$	$0.023^{+0.016}_{-0.023}$

Tabla 5.4: Análisis de los modelos usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB.

Modelo	χ^2_{min}	χ^2_{red}	$\ln B$	Interpretación
MCE	1039.5638	0.965	-	-
ω CDM	1040.1188	0.967	0.591 ± 0.040	No concluyente
Modelo 1	1069.7579	0.996	-5.381 ± 0.073	Fuerte en contra
Modelo 2	1081.4660	0.999	-10.955 ± 0.009	Fuerte en contra
Modelo 3	1046.0275	0.974	-6.955 ± 0.015	Fuerte en contra

implica que ambos modelos son igual de válidos al describir los datos utilizados.

En las tablas 5.3 y 5.4 consideramos el análisis de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica utilizando el conjunto completo de datos: Pantheon + BAO + CC + CMB. El objetivo de esto es utilizar la mayor cantidad de datos observacionales obtenidos de manera independientes y que representan fenómenos físicos distintos. Pantheon mide Supernovas (Universo actual), BAO posee información de los bariones, los CC son datos independientes del modelo cosmológico, y CMB posee información de la radiación.

En la tabla 5.3 se muestra que el parámetro h presenta una diferencia porcentual menor al 3.5%, de los distintos modelos frente al modelo MCE. Si comparamos el valor de Ω_c para el MCE con los

valores de los otros modelos, la diferencia porcentual máxima es del 61.5 %. Notamos que considerando el conjunto completo de datos, los valores de Ω_c son menores a los valores obtenidos sólo con Pantheon. Los valores obtenidos para los parámetros holográficos α y β son del orden de 1, a excepción del modelo 2, donde se obtiene $\beta \approx 0.2$, valor que se asemeja al obtenido en [85], donde se considera un modelo con energía oscura holográfica tipo Ricci (Ec. 2.35) con interacción en el sector oscuro, usando datos de SN Ia, CMB, y BAO. En la tabla 5.3, también se muestran los valores de los parámetros de interacción α_1 y β_1 , los cuales son del orden de 10^{-2} .

En las tablas 5.2 y 5.4 notamos que $\chi_{red}^2 \approx 1$, por lo cual los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica presentan un buen ajuste a los datos de la compilación Pantheon (ver tabla 5.2) y al conjunto de datos Pantheon+CC+BAO+CMB (ver tabla 5.4). Por ejemplo en la figura 5.1 se muestra como los modelos 1, 2, 3 y el MCE, se ajustan a los datos observacionales del análisis de Cronómetros Cósmicos (24 valores para $H(z)$) representadas por puntos, y las líneas sólidas representan cada uno de los modelos de interacción estudiados, considerando el mejor ajuste de la tabla 5.3.

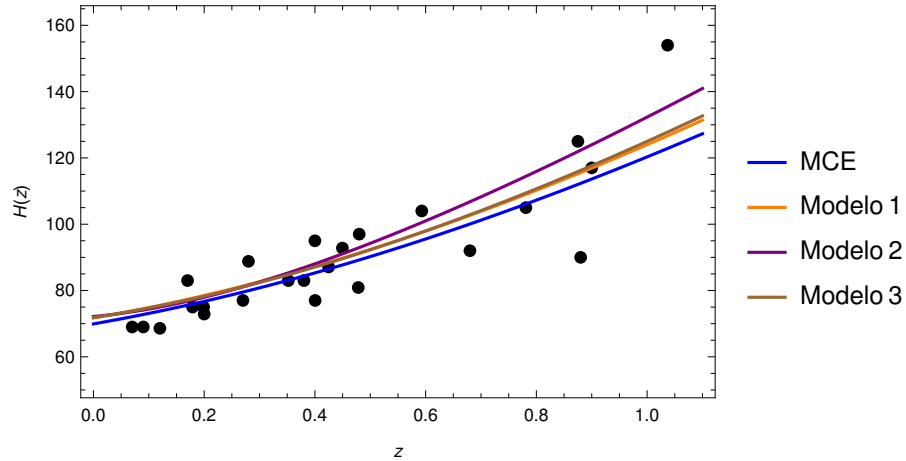


Figura 5.1: Gráfico de la tasa de expansión de Hubble para el MCE (Λ CDM) y para los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica. Consideramos los datos para $H(z)$ del análisis de CC.

Usamos los valores de los parámetros que se muestran en la tabla 5.3 para graficar la función de densidad fraccional (2.26) de los distintos componentes para el MCE en las figuras 5.2, 5.3 y 5.4. Graficamos la función de densidad fraccional de cada componente (3.27)-(3.30) del modelo 1 usando los

valores de mejor ajuste de los parámetros de la tabla 5.3. En la figura 5.2 observamos que la densidad de bariones y de radiación del modelo 1 se comportan en forma semejante al MCE. Los componentes oscuros muestran una clara diferencia en sus densidades, es así que para $z > 1$, la densidad de materia oscura fría presenta valores superiores a 1, y en su contraparte la densidad de energía oscura presenta valores negativos.

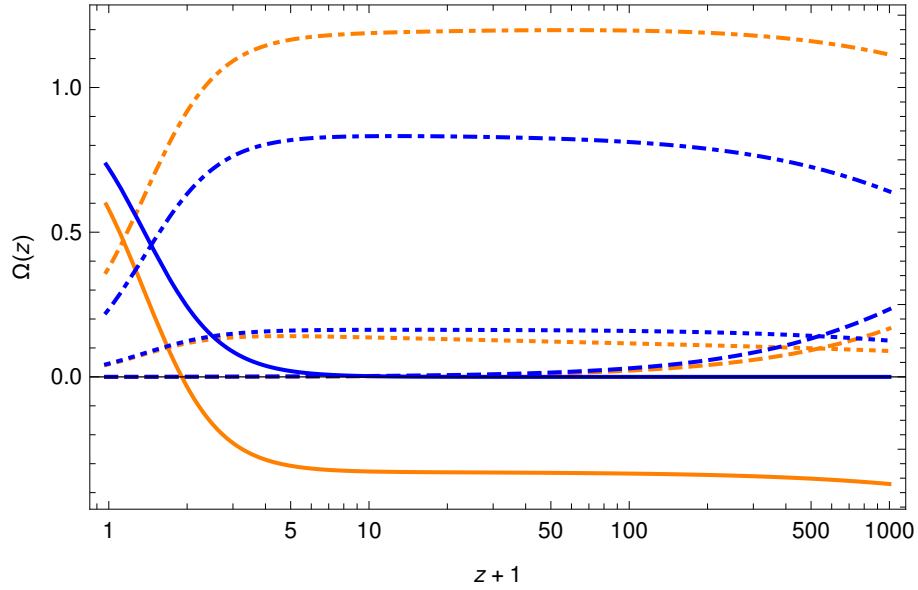


Figura 5.2: Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 1 de interacción (anaranjado) y el MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente.

En la figura 5.3 observamos que la función de densidad fraccional de los distintos componentes del Universo es positiva para el modelo 2, así también, notamos que Ω_x posee una contribución importante en el pasado. La contribución de materia oscura en el marco del modelo 2 es mucho menor comparado con la del MCE, es así que en la época que debería corresponder al dominio de la materia oscura (en el marco del MCE), esta no domina de acuerdo al modelo 2, lo cual generaría un problema para la formación de estructuras. Por otra parte, en la figura 5.3 se muestra que la densidad de los bariones y de la radiación evolucionan en forma distinta al MCE, esto genera problemas en la descripción del universo, dado que se requiere de una cantidad importante de materia oscura y bariones en una época determinada de la evolución, así como en la formación de elementos primordiales que requiere de una

componente importante de radiación. Cada época en la evolución del universo está dominada por un tipo de componente, este dominio determina el desarrollo de fenómenos característicos en cada una de estas épocas.

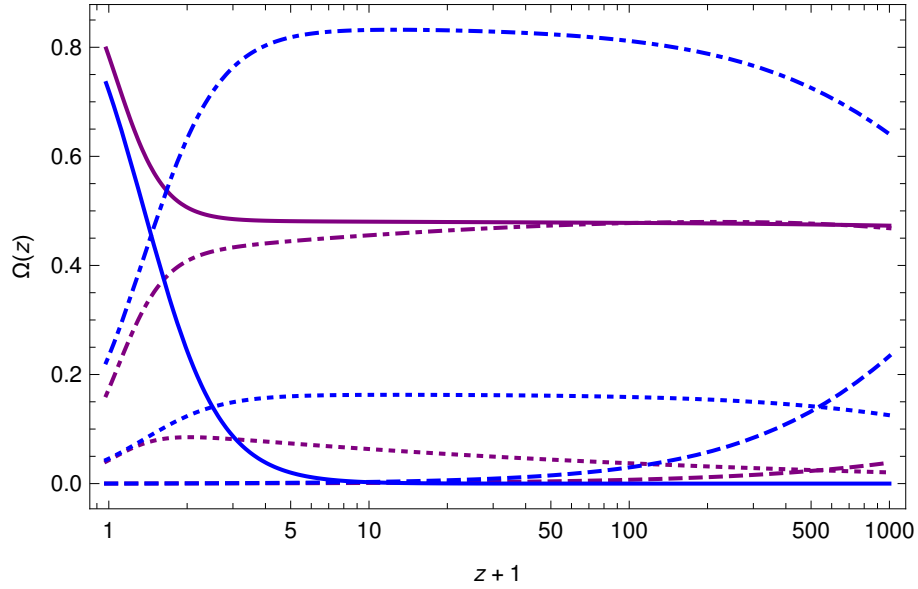


Figura 5.3: Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 2 de interacción (violeta) y el modelo MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente.

Las densidades de energía para el modelo 3 evolucionan en forma semejante al modelo Λ CDM (ver figura 5.4), esto es, los bariones dominan sobre la radiación hasta $z \approx 500$, luego sucede lo contrario entre estos componentes. Mientras que los componentes oscuros del modelo 3 y del MCE, presentan un comportamiento semejante en la evolución del universo. Para $z < 0.5$ las densidades son cercanas a las del MCE, sin embargo a partir de $z \approx 0.5$ estas densidades muestran diferencias en sus valores, la densidad de materia oscura del modelo 3 es mayor que la densidad del MCE para $z \gg 1$, mientras que la densidad de la energía oscura muestra valores menores y negativos.

Notamos que en las figuras 5.2 y 5.4, la densidad de la energía oscura holográfica puede tomar valores negativos. Frente a esto, una opción es restringir nuestro estudio a la región donde esta densidad toma valores positivos, esto es, considerar la evolución de la función de densidad fraccional para $z \lesssim 2$. Sin embargo esta opción la descartamos puesto que en esta investigación deseamos contrastar el modelo

de energía oscura holográfica con interacción cosmológica a la luz de datos observacionales tales como: SN Ia, CC, BAO, CMB; donde los dos últimos tipos de datos consideran la evolución a redshift mayores a 2. Por otra parte, notamos que la densidad de la energía oscura holográfica en la ec. (2.36) está vinculada a una característica geométrica que depende de un término de Ricci generalizado [10–12,14], es así que esta densidad puede tomar valores negativos, puesto que no imponemos condiciones de energía para esta componente.

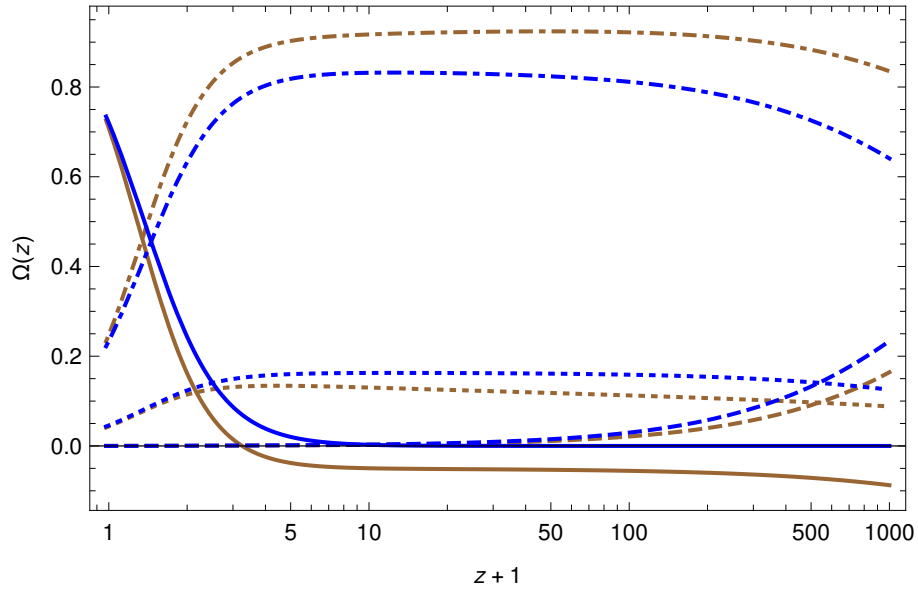


Figura 5.4: Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 3 de interacción (marrón) y el modelo Λ CDM (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente.

La figura 5.5 muestra la evolución del parámetro de desaceleración para el MCE y los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica. Observamos que el valor actual del parámetro de desaceleración para los modelos 1, 2 y 3 se asemeja en gran medida al valor para el MCE. Además, podemos notar que los modelos 1 y 3 se comportan de manera semejante al MCE, mientras que el parámetro de densidad del modelo 2, para $z \rightarrow -1$, se aproxima a -1.8 , este valor es menor que el obtenido para el MCE, produciendo una mayor aceleración a futuro.

Notamos que la figura 5.3 de la función de densidad fraccional de los componentes del universo para el modelo 2, al parecer contradice la evolución del parámetro de desaceleración para $z > 0.5$

(ver figura 5.5) donde observamos que se produce una desaceleración, sin embargo si sumamos las densidades de materia oscura y bariónica, esta supera a la enenergía oscura para $z > 0.5$.

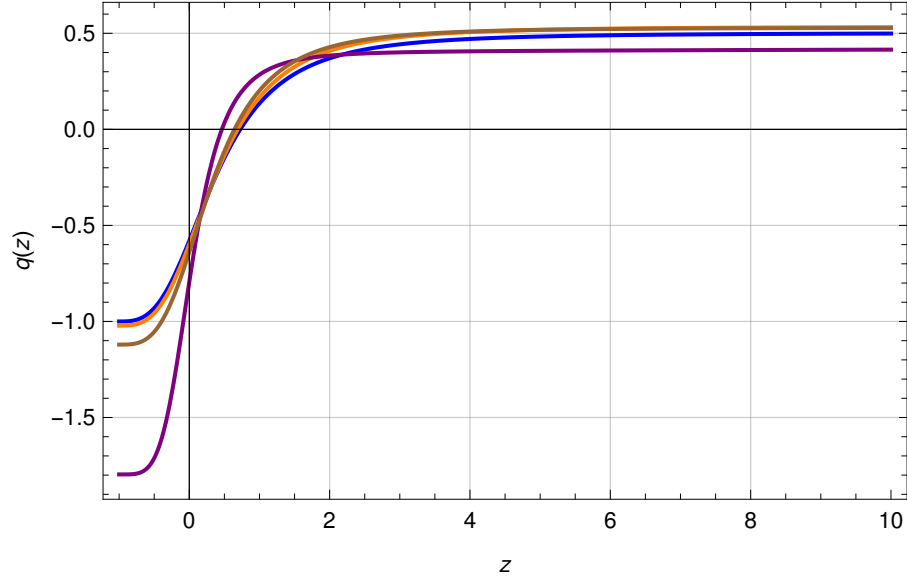


Figura 5.5: Evolución del parámetro de desaceleración para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente.

Por otra parte, los resultados de la evolución de la función “parámetro de coincidencia” para cada uno de los modelos de interacción se observa en la figura 5.6, donde se muestra que sólo el modelo 1 alivia el problema de la coincidencia cosmológica, esto es, cuando $z \rightarrow -1$, el parámetro de coincidencia tiende a una constante positiva, $r \approx 0.1$. Sin embargo los modelos 2 y 3 al igual que el modelo MCE no alivian el problema de la coincidencia. En el modelo 3 de interacción, el parámetro de coincidencia se limita en $r \approx 10^{-4}$, esto se debe a que para $z \lesssim -0.6$ el valor de r es negativo, dado que el figura 5.6 está en escala logarítmica.

Por otro lado, en la figura 5.7 se observa la evolución del término de interacción adimensional $\Gamma/3H^2$ [89] para cada uno de los modelos estudiados. De modo que el modelo 1 cambia de signo en $z \approx 1$, esto es, para valores mayores a este el término es positivo, y para valores menores el término es negativo. Mientras que los modelos 2 y 3 conservan su signo para todo z , así el término de interacción adimensional para el modelo 2 es siempre negativo, y para el modelo 3 es siempre positivo. En (2.37)

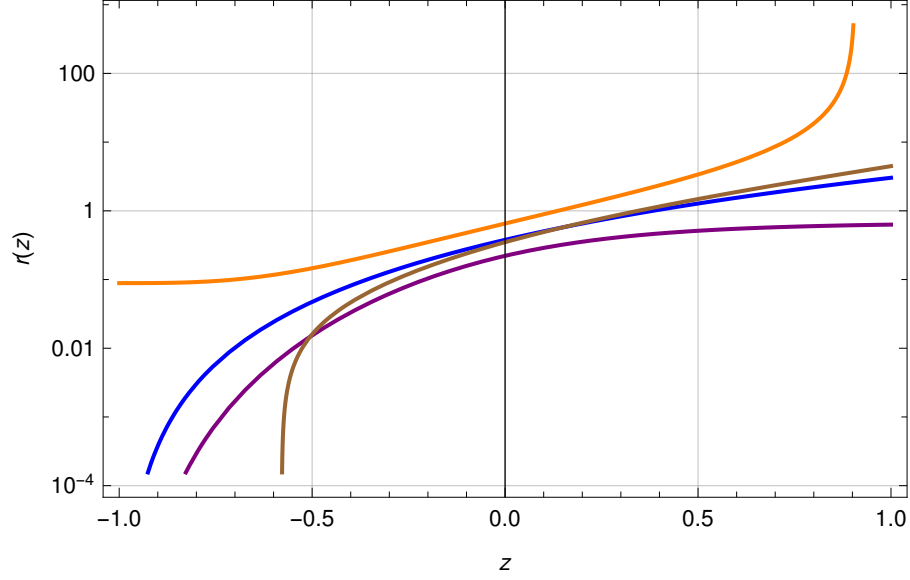


Figura 5.6: Evolución del parámetro de coincidencia para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 5.3. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente.

y (2.38) definimos el término de interacción, donde consideramos que para $\Gamma > 0$, la transferencia de energía se orienta de la materia oscura a la energía oscura, y para $\Gamma < 0$ lo contrario. Notemos que al realizar el estudio de la evolución del término de interacción adimensional para el modelo 1, este cambia de signo, así también este modelo alivia el problema de la coincidencia cosmológica, como se muestra en la figura 5.6.

En cuanto a la comparación bayesiana, los resultados se muestran en las tablas 5.2 y 5.4. De acuerdo al factor de Bayes, la interpretación de la evidencia bayesiana en la escala de Jeffreys nos indica que hay evidencia débil en contra de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica al ser comparados con el MCE, a la luz de los datos de la compilación Pantheon (ver tabla 5.2). Esta evidencia débil en contra de los modelos estudiados, se vuelve fuerte evidencia en contra de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica al ser comparados con el MCE, en vista del análisis conjunto incluyendo datos de Pantheon, CC, CMB y BAO (ver tabla 5.4).

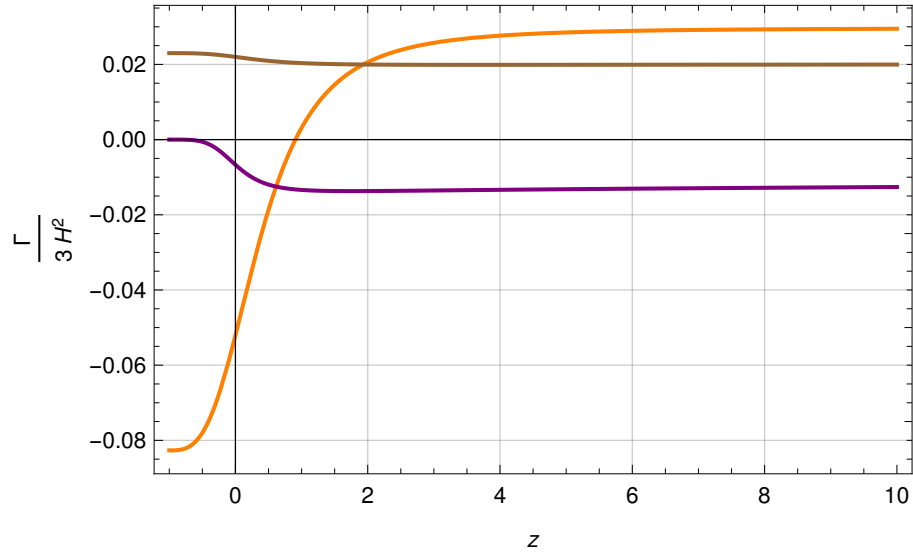


Figura 5.7: Evolución del término de interacción sin dimensiones para los modelos holográficos de interacción, la figura considera el análisis Pantheon + BAO + CC + CMB. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan los Modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Capítulo 6

Conclusiones

Estudiamos un modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica de la forma: $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$, exponiendo tres casos particulares de interacción, cuando $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$ y $\alpha_1 = \beta_1$ que llamamos Modelo 1, Modelo 2 y Modelo 3, respectivamente.

Obtuvimos una solución analítica para los escenarios de energía oscura holográfica con interacción en el sector oscuro (ver Cap. 3). Destacamos que es el primer análisis completo del modelo de energía oscura holografía con interacción cosmológica, en la medida que se empleó los datos de Supernovas tipo Ia, CC, BAO y CMB, para determinar la evolución de los cuatro componentes del Universo en cada escenario estudiado.

La comparación bayesiana favorece al MCE en la mejor descripción de los datos utilizados, frente a los escenarios del modelo propuesto. En la tabla 5.2 observamos que al considerar sólo los datos de Pantheon, obtenemos evidencia débil en contra de los modelos 1, 2 y 3, en comparación con el MCE, es decir, estos modelos son levemente desfavorecidos al ser comparados con el MCE. Por otro lado, en la tabla 5.4 se muestran los resultados para el análisis con el conjunto de datos observacionales, incluyendo SNe Ia de la compilación Pantheon, BAO, CC y CMB. Observamos que al analizar Pantheon + BAO + CC + CMB, encontramos fuerte evidencia que desfavorece al modelo de energía oscura holográfica con interacción, en todos los subcasos.

En las figuras 5.2-5.4 se muestra la evolución de la función de densidad fraccional para los distintos componentes del universo. Notamos que en los modelos 1 y 3, la densidad de la energía oscura holográfica toma valores negativos ($\Omega_x < 0$) en su evolución para $z \gtrsim 2$, siendo esta información

importante en nuestro estudio puesto que contrastamos los modelos con datos de SN Ia, CC, BAO y CMB. En vista del análisis que realizamos, estos modelos no presentan contradicciones dado que la densidad de energía para la energía oscura holográfica se asocia a una característica geométrica, y no impusimos condiciones de energía para esta densidad en particular.

En la figura 5.5 mostramos que la evolución del parámetro de desaceleración para el MCE se asemeja a los modelos estudiados. Mientras que en la figura 5.6 notamos que sólo se alivia el problema de la coincidencia cosmológica en el modelo 1.

En esta investigación se utilizó el análisis completo de los datos descritos en el Cap. 4, sin embargo notamos que el análisis depende de los datos que se usen para el contraste del modelo, dado que considerar datos distintos podría cambiar el resultado.

Un trabajo futuro es analizar el modelo con mayor cantidad de datos, esto es, con el conjunto completo de datos de CMB, incluyendo los datos de formación de estructuras.

Bibliografía

- [1] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team], *Astron. J.* **116**, 1009 (1998) [astro-ph/9805201].
- [2] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project Collaboration], *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999) [astro-ph/9812133].
- [3] N. Aghanim *et al.* [Planck Collaboration], arXiv:1807.06209 [astro-ph.CO].
- [4] C. L. Bennett *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003) [astro-ph/0302207].
- [5] D. N. Spergel *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003) [astro-ph/0302209].
- [6] D. J. Fixsen, *Astrophys. J.* **707**, 916 (2009) [arXiv:0911.1955 [astro-ph.CO]].
- [7] P. de Bernardis *et al.* [Boomerang Collaboration], *Nature* **404**, 955 (2000) [astro-ph/0004404].
- [8] J. Weller and A. M. Lewis, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **346**, 987 (2003) [astro-ph/0307104].
- [9] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 1753 (2006) [hep-th/0603057].
- [10] L. N. Granda and A. Oliveros, *Phys. Lett. B* **669**, 275 (2008) [arXiv:0810.3149 [gr-qc]].

- [11] K. Y. Kim, H. W. Lee and Y. S. Myung, Gen. Rel. Grav. **43**, 1095 (2011) [arXiv:0812.4098 [gr-qc]].
- [12] S. b. Chen and J. l. Jing, Phys. Lett. B **679**, 144 (2009) [arXiv:0904.2950 [gr-qc]].
- [13] C. Gao, F. Wu, X. Chen and Y. G. Shen, Phys. Rev. D **79**, 043511 (2009) [arXiv:0712.1394 [astro-ph]]; C. J. Feng and X. Zhang, Phys. Lett. B **680**, 399 (2009) [arXiv:0904.0045 [gr-qc]].
- [14] L. N. Granda, W. Cardona and A. Oliveros, arXiv:0910.0778 [hep-th].
- [15] S. del Campo, J. C. Fabris, R. Herrera and W. Zimdahl, Phys. Rev. D **83**, 123006 (2011) [arXiv:1103.3441 [astro-ph.CO]].
- [16] S. Lepe and F. Pena, Eur. Phys. J. C **69**, 575 (2010) [arXiv:1005.2180 [hep-th]].
- [17] F. Arevalo, P. Cifuentes, S. Lepe and F. Peña, Astrophys. Space Sci. **352**, 899 (2014) [arXiv:1308.5007 [gr-qc]].
- [18] A. Einstein, Annalen der Physik, **49**, 769 (1916).
- [19] A. Einstein, Annalen der Physik, **17**, 891 (1905).
- [20] Ray D’Inverno, *Introducing Einstein’s Relativity*, Oxford University Press (1992).
- [21] O. Gron & S. Hervik, *Einstein’s General Theory of Relativity*, Springer (2007).
- [22] B. Ryden, *Introduction to Cosmology*, Ohio State University Press, (2006).
- [23] A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1917**, 142 (1917).
- [24] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).
- [25] M. Hobson, G. Efstathiou, and A. Lasenby, *General Relativity: an introduction for physicists*, Cambridge University Press (2006).
- [26] K. I. Nagao, arXiv:1805.02472 [astro-ph.IM].

- [27] R. R. Caldwell, M. Kamionkowski and N. N. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **91**, 071301 (2003) [astro-ph/0302506].
- [28] D. Gorbunov and V. Rubakov, *Introduction to the theory of the early universe: Hot Big Bang Theory*, World Scientific (2011).
- [29] S. Weinberg, *Cosmology*, Oxford (2008).
- [30] H. E. S. Velten, R. F. vom Marttens and W. Zimdahl, Eur. Phys. J. C **74**, no. 11, 3160 (2014) [arXiv:1410.2509 [astro-ph.CO]].
- [31] L. P. Chimento, A. S. Jakubi, D. Pavon and W. Zimdahl, Phys. Rev. D **67**, 083513 (2003) [astro-ph/0303145].
- [32] D. Pavon, J. Phys. A **40**, 6865 (2007) [gr-qc/0610008].
- [33] A. G. Riess *et al.*, Astrophys. J. **861**, no. 2, 126 (2018) [arXiv:1804.10655 [astro-ph.CO]].
- [34] G. 't Hooft, Conf. Proc. C **930308**, 284 (1993) [gr-qc/9310026];
- [35] L. Susskind, J. Math. Phys. **36**, 6377 (1995) [hep-th/9409089];
- [36] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **49**, 1912 (1994) [gr-qc/9307035].
- [37] J. M. Maldacena, Int. J. Theor. Phys. **38**, 1113 (1999), Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998) [hep-th/9711200]; W. Fischler and L. Susskind, hep-th/9806039; R. Bousso, Rev. Mod. Phys. **74**, 825 (2002) [hep-th/0203101].
- [38] E. K. Li, Y. Zhang, J. L. Geng and P. F. Duan, Astrophys. Space Sci. **355**, no. 1, 187 (2015) [arXiv:1503.06645 [physics.gen-ph]].
- [39] T. F. Fu, J. F. Zhang, J. Q. Chen and X. Zhang, Eur. Phys. J. C **72**, 1932 (2012) [arXiv:1112.2350 [astro-ph.CO]].
- [40] L. P. Chimento, M. I. Forte and M. G. Richarte, AIP Conf. Proc. **1471**, 39 (2012) [arXiv:1206.0179 [gr-qc]].

- [41] A. Oliveros and M. A. Acero, *Astrophys. Space Sci.* **357**, no. 1, 12 (2015) [arXiv:1412.7244 [hep-th]].
- [42] A. G. Cohen, D. B. Kaplan and A. E. Nelson, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4971 (1999) [hep-th/9803132].
- [43] M. Li, *Phys. Lett. B* **603**, 1 (2004) [hep-th/0403127].
- [44] W. Zimdahl, J. C. Fabris, S. del Campo and R. Herrera, *AIP Conf. Proc.* **1647**, 13 (2015) [arXiv:1403.1103 [astro-ph.CO]].
- [45] D. Pavon and W. Zimdahl, *Phys. Lett. B* **628**, 206 (2005) [gr-qc/0505020].
- [46] Y. Z. Ma, Y. Gong and X. Chen, *Eur. Phys. J. C* **69**, 509 (2010) [arXiv:0901.1215 [astro-ph.CO]].
- [47] R. Brustein and G. Veneziano, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5695 (2000) [hep-th/9912055].
- [48] T. K. Mathew, J. Suresh and D. Divakaran, *Int. J. Mod. Phys. D* **22**, 1350056 (2013) [arXiv:1207.5886 [astro-ph.CO]]; P. Pankunni and T. K. Mathew, *Int. J. Mod. Phys. D* **23**, 1450024 (2014) [arXiv:1309.3136 [astro-ph.CO]].
- [49] N. Mahata and S. Chakraborty, *Mod. Phys. Lett. A* **30**, no. 27, 1550134 (2015) [arXiv:1511.07955 [gr-qc]].
- [50] F. Arevalo, A. Cid and J. Moya, *Eur. Phys. J. C* **77**, no. 8, 565 (2017) [arXiv:1610.09330 [astro-ph.CO]].
- [51] A. Cid, B. Santos, C. Pigozzo, T. Ferreira and J. Alcaniz, *JCAP* **1903**, no. 03, 030 (2019) [arXiv:1805.02107 [astro-ph.CO]].
- [52] L. Amendola, *Phys. Rev. D* **62**, 043511 (2000) [astro-ph/9908023].
- [53] W. Zimdahl and D. Pavon, *Phys. Lett. B* **521**, 133 (2001) [astro-ph/0105479].
- [54] L. P. Chimento, *Phys. Rev. D* **81**, 043525 (2010) [arXiv:0911.5687 [astro-ph.CO]].

- [55] P. C. Ferreira, J. C. Carvalho and J. S. Alcaniz, Phys. Rev. D **87**, no. 8, 087301 (2013) [arXiv:1212.2492 [astro-ph.CO]].
- [56] B. Wang, E. Abdalla, F. Atrio-Barandela and D. Pavon, Rept. Prog. Phys. **79**, no. 9, 096901 (2016) [arXiv:1603.08299 [astro-ph.CO]].
- [57] F. Arevalo, A. P. R. Bacalhau and W. Zimdahl, Class. Quant. Grav. **29**, 235001 (2012) [arXiv:1112.5095 [astro-ph.CO]].
- [58] F. E. M. Costa and J. S. Alcaniz, Phys. Rev. D **81**, 043506 (2010) [arXiv:0908.4251 [astro-ph.CO]].
- [59] M. Cataldo, F. Arevalo and P. Minning, JCAP **1002**, 024 (2010) [arXiv:1002.3415 [astro-ph.CO]].
- [60] S. Chattopadhyay and A. Pasqua, Indian J. Phys. **87**, 1053 (2013).
- [61] M. Moresco *et al.*, JCAP **1605**, no. 05, 014 (2016) [arXiv:1601.01701 [astro-ph.CO]].
- [62] D. M. Scolnic *et al.*, Astrophys. J. **859**, no. 2, 101 (2018) [arXiv:1710.00845 [astro-ph.CO]].
- [63] F. Beutler *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **416**, 3017 (2011) [arXiv:1106.3366 [astro-ph.CO]].
- [64] A. J. Ross, L. Samushia, C. Howlett, W. J. Percival, A. Burden and M. Manera, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **449**, no. 1, 835 (2015) [arXiv:1409.3242 [astro-ph.CO]].
- [65] M. Ata *et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **473**, no. 4, 4773 (2018) [arXiv:1705.06373 [astro-ph.CO]].
- [66] S. Alam *et al.* [BOSS Collaboration], Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **470**, no. 3, 2617 (2017) [arXiv:1607.03155 [astro-ph.CO]].
- [67] H. du Mas des Bourboux *et al.*, Astron. Astrophys. **608**, A130 (2017) [arXiv:1708.02225 [astro-ph.CO]].

- [68] D. J. Eisenstein *et al.* [SDSS Collaboration], *Astrophys. J.* **633**, 560 (2005) [astro-ph/0501171].
- [69] D. J. Eisenstein and W. Hu, *Astrophys. J.* **496**, 605 (1998) [astro-ph/9709112].
- [70] J. Evslin, A. A. Sen and Ruchika, *Phys. Rev. D* **97**, no. 10, 103511 (2018) [arXiv:1711.01051 [astro-ph.CO]].
- [71] R. Jimenez and A. Loeb, *Astrophys. J.* **573**, 37 (2002) [astro-ph/0106145].
- [72] L. Verde, P. Protopapas and R. Jimenez, *Phys. Dark Univ.* **5-6**, 307 (2014) [arXiv:1403.2181 [astro-ph.CO]].
- [73] M. Moresco *et al.*, *JCAP* **1208**, 006 (2012) [arXiv:1201.3609 [astro-ph.CO]].
- [74] D. Scolnic *et al.*, *Astrophys. J.* **815**, no. 2, 117 (2015) [arXiv:1508.05361 [astro-ph.IM]].
- [75] M. Sako *et al.* [SDSS Collaboration], *Publ. Astron. Soc. Pac.* **130**, 064002 (2018) [arXiv:1401.3317 [astro-ph.CO]].
- [76] A. Conley *et al.* [SNLS Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 1 (2011) [arXiv:1104.1443 [astro-ph.CO]]. J. Guy *et al.* [SNLS Collaboration], *Astron. Astrophys.* **523**, A7 (2010) [arXiv:1010.4743 [astro-ph.CO]]. M. Betoule *et al.* [SDSS Collaboration], *Astron. Astrophys.* **552**, A124 (2013) [arXiv:1212.4864 [astro-ph.CO]].
- [77] R. C. Bohlin, K. D. Gordon and P.-E. Tremblay, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **126**, 711 (2014) [arXiv:1406.1707 [astro-ph.IM]].
- [78] A. R. Liddle, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **377**, L74 (2007) [astro-ph/0701113].
- [79] A. Lewis and S. Bridle, *Phys. Rev. D* **66**, 103511 (2002) [astro-ph/0205436].
- [80] P. Mukherjee, D. Parkinson and A. R. Liddle, *Astrophys. J.* **638**, L51 (2006) [astro-ph/0508461].
- [81] J. Skilling, *Bayesian Analysis* **1**, no. 4, 833 (2006).

- [82] F. Feroz, M. P. Hobson and M. Bridges, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **398**, 1601 (2009) [arXiv:0809.3437 [astro-ph]].
- [83] F. Feroz, M. P. Hobson, E. Cameron and A. N. Pettitt, arXiv:1306.2144 [astro-ph.IM].
- [84] R. Trotta, Contemp. Phys. **49**, 71 (2008) [arXiv:0803.4089 [astro-ph]].
- [85] M. Suwa and T. Nihei, Phys. Rev. D **81**, 023519 (2010) [arXiv:0911.4810 [astro-ph.CO]].
- [86] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **192**, 18 (2011) [arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]].
- [87] G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, T. Pinto, O. Pisanti and P. D. Serpico, Nucl. Phys. B **729**, 221 (2005) [hep-ph/0506164].
- [88] X. Zhang, Phys. Rev. D **79**, 103509 (2009) [arXiv:0901.2262 [astro-ph.CO]].
- [89] F. Arevalo, A. Cid, L. P. Chimento and P. Mella, arXiv:1901.04300 [gr-qc].