UNIVERSIDAD DE PIURA

REPOSITORIO INSTITUCIONAL PIRHUA

MODELACIÓN Y CONTROL AVANZADO DE UN SISTEMA DE AIRE ACONDICIONADO PARA AHORRO DE CONSUMO ENERGÉTICO

Pedro Pablo Mogollón Vilca

Piura, junio de 2016

FACULTAD DE INGENIERÍA

Máster en Ingeniería Mecánico – Eléctrica con mención en Automática y Optimización

Esta obra está bajo una licencia
Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Perú
Repositorio institucional PIRHUA – Universidad de Piura

U N I V E R S I D A D D E P I U R A

FACULTAD DE INGENIERÍA

"Modelación y control avanzado de un sistema de aire acondicionado para ahorro de consumo energético"

Tesis para optar el Grado de Máster en
Ingeniería Mecánico – Eléctrica con mención en Automática y Optimización

Pedro Pablo Mogollón Vilca

Asesor: Mgtr. José José Manrique Silupú

Piura, Junio 2016

A Dios.

A mi esposa Jessica, a mi hijo Joaquín, a mi familia por su compresión, y al Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica (CONCYTEC) por la oportunidad de participar en el programa de maestría IME.

Prólogo

En las últimas décadas, el avance científico experimentado en la industria del acondicionamiento del aire se ha difundido enormemente a nivel mundial, este indicador demuestra que para abordar el estudio de un sistema de aire acondicionado, es de gran importancia realizar una adecuada recopilación de información científica, para seguir la correcta investigación de los fundamentos, procesos, elementos, dispositivos y sistemas implicados en el acondicionamiento del aire.

Los sistemas de aire acondicionado cumplen un rol fundamental en la comodidad de las personas, y su empleo es de gran importancia en la refrigeración industrial para el acondicionamiento de productos orgánicos e inorgánicos.

En el Perú, la gran mayoría de dispositivos y sistemas de aire acondicionado que se utilizan en los hogares, complejos residenciales y plantas industriales, tienen una considerable antigüedad de diseño y funcionamiento, esto origina que el consumo de energía sea elevado debido a picos prolongados de potencia consumida en el compresor, y que exista por ende una desactualización en la automatización de estos sistemas.

Debido a lo mencionado anteriormente, surge la iniciativa de investigar y analizar una estrategia que permita aplicar un mejor control dentro de los procesos termodinámicos involucrados en los sistemas de aire acondicionado.

En la actualidad, los sistemas que producen un mayor consumo de energía tienen un control mínimo de tipo On/Off, generándose pérdidas significativas de energía a pesar de existir una óptima sintonización en este tipo de controladores (Wemhoff, 2012).

Las estrategias planteadas actualmente se fundamentan en métodos de control de tipo: predictivo basado en modelación (Afram, 2014), robusto (Huang, 2009), multivariable desacoplado (Qi, 2009), difuso (Aprea, 2004), digital (Piedrahita-Velásquez, 2014).

El principal objetivo de estos y otros métodos de control es conseguir que en los sistemas de aire acondicionado el ahorro de energía sea lo mayor posible (Bhaskoro, 2013). Mediante esta y demás literatura científica, se aprecia que las diversas metodologías de control avanzado constituyen una excelente alternativa para el ahorro de energía.

Para el acondicionamiento del aire se establecen determinadas condiciones de temperatura y humedad, ya que el aire adquiere nuevos estados de temperatura y humedad (distintos a los iniciales) por medio de la circulación de este a través de los distintos dispositivos de tratamiento. Mediante el adecuado acondicionamiento del aire se logra cumplir con los estándares de confort en las personas (Oliveira, 2015).

Dentro de los parámetros que influyen en el acondicionamiento del aire, los más resaltantes son: la temperatura del aire, la humedad del aire, el movimiento del aire, la calidad del aire, la temperatura de los objetos circundantes (Whitman & Johnson, 2000). Sin embargo, de los parámetros antes mencionados usualmente se controlan sólo tres parámetros: temperatura, humedad y movimiento del aire, los cuales serán de gran importancia durante el desarrollo de esta investigación.

En primer lugar y sobre todas las cosas, expreso mi infinito agradecimiento a Dios, ya que sin Él nada somos. A mi esposa e hijo, Jessica y Joaquín, por su amor y compresión. A mis padres y hermanos, por sus consejos y ayuda.

Agradezco también al Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica (CONCYTEC) por la oportunidad de participar en el programa de maestría IME. Al Dr. Ing. William Ipanaqué y al Mgtr. José José Manrique Silupú, por sus exigencias y orientación durante el periodo de la maestría. A la Universidad de Piura, por la formación profesional.

Finalmente a mis amigos José Carlos Oliden y Edward Yamunaqué por su agradable amistad y colaboración académica.

Resumen

El laboratorio de Sistemas Automáticos de Control (SAC) de la Universidad de Piura se encarga de entre muchas funciones, el aplicar métodos de control a sistemas físicos que representen distintas realidades de la industria peruana y mundial, que permitan facilitar la labor del operario o del usuario final.

Es así que se inició con el estudio e investigación de métodos de control en sistemas de acondicionamiento de aire, un tema que a través de esta tesis pretende fundamentar las bases para posteriores investigaciones referentes a estos temas.

Para sistemas de aire acondicionado se necesita conocer todo el funcionamiento que hay detrás de cada uno de los procesos que lo componen, y también su aplicación que en este caso es referente al confort humano en el acondicionamiento del aire.

Es fundamental el proceso de la modelación matemática del sistema físico, mediante leyes termodinámicas que permitan comprender mejor el comportamiento dinámico del sistema. Luego es conveniente representar al sistema de forma conveniente para el posterior control del mismo, es aquí donde la representación en el espacio de estados cumple un rol transcendental ya que permite representar al sistema de forma no lineal y luego de modo linealizada.

Las simulaciones del modelo linealizado son muy importantes para comprender el comportamiento del sistema físico real y compararlo con otras investigaciones realizadas referente al acondicionamiento del aire para tener una referencia del adecuado comportamiento.

Los algoritmos de control se realizaron en Matlab, que permiten controlar cada proceso que constituye al sistema mediante un técnica de control denominada control multivariable descentralizado (o también llamado desacoplado), cada proceso que conforma al sistema fue sintonizado de acuerdo al comportamiento que presentaba a lazo abierto. Es importante la buena sintonización del controlador aplicado ya que para sistemas de este tipo la inestabilidad es un punto crítico que puede representar problemas al momento del control.

Índice

Introducción 1

Capítulo 1. Fundamentos 3

1.1. Acondicionamiento del aire 3
1.2. Comodidad humana 5
1.3. Confort térmico del ser humano 6
1.4. Sistemas de acondicionamiento de aire 8
1.4.1. Sistemas autónomos 8
1.4.2. Sistemas todo refrigerante 8
1.4.3. Sistemas todo agua 9
1.4.4. Sistemas todo aire 10
1.4.5. Sistemas aire-agua 11
1.4.6. Sistema en estudio 11

Capítulo 2. Modelación matemática de un sistema de aire acondicionado 15

2.1. Introducción 15
2.2. Balance general de masa para un volumen de control 15
2.3. Balance general de energía para un volumen de control 16
2.4. Descripción del sistema 17
2.5. Modelo matemático del sistema 18
2.6. Balance general de masa y de energía en la habitación 18
2.6.1. Balance general de masa en la habitación 19
2.6.2. Balance general de energía en la habitación 21
2.7. Balance general de energía en la región seca del evaporador 26
2.8. Balance general de energía en la región húmeda del evaporador 31
2.9. Balance general de energía en la pared del evaporador 36
2.10. Relación termodinámica entre la temperatura y la humedad en $1a$ 41
2.11. Balance general para el modelo matemático del sistema completo 41

Capítulo 3. Modelo matemático representado en el espacio de estados 43

3.1. Modelo matemático no lineal 43
3.1.1. Simplificación del modelo matemático no lineal 44
3.2. Sistema de ecuaciones no lineales en el espacio de estados 50
3.2.1. Caso a: sistema variante con el tiempo 50
3.2.2. Caso b: sistema invariante con el tiempo 51
3.2.3. Modelo matemático en estudio 52
3.3. Linealización de Lyapunov y estabilidad local 55

3.4. Linealización de Lyapunov para el modelo en estudio 59
3.4.1. Cálculo de la matriz A 62
3.4.2. Cálculo de la matriz B 85
3.4.3. Cálculo de las matrices C y D 93

Capítulo 4. Simulación del modelo matemático 95

4.1. Representación en el espacio de estados 95
4.2. Parámetros y punto de operación del modelo matemático 96
4.3. Estabilidad del modelo matemático 97
4.3.1. Autovalores del modelo matemático 98
4.4. Simulación del modelo matemático 99
4.5. Comparación del modelo matemático 103

Capítulo 5. Control multivariable del modelo matemático 107

5.1. Tipos de control para sistemas de aire acondicionado 107
5.1.1. Control de compresor 107
5.1.2. Control mediante el flujo de las válvulas 108
5.1.3. Control mediante el flujo de aire de suministro en las compuertas 108
5.2. Controlador PID 109
5.3. Medidas de interacción 110
5.3.1. Matriz de transferencia 110
5.3.2. "Condition number" 110
5.3.3. Matriz RGA 111
5.3.4. Índice de Niederlinski 111
5.4. Análisis de las medidas de interacción del modelo del sistema 112
5.5. Control multivariable descentralizado 113
5.6. Control descentralizado para el modelo del sistema 113
5.6.1. Esquema de control 113
5.6.2. Desacopladores 114
5.6.3. Sintonización de los controladores 117
5.6.4. Control descentralizado con desacopladores para el modelo del sistema 120
5.6.5. Control descentralizado con adición de disturbios 123

Conclusiones 127

Referencias 129

Anexos 131

Introducción

En el primer capítulo se realiza un repaso de los conocimientos básicos referidos al acondicionamiento del aire. Se hace referencia a la aplicación específica que es el confort humano en sistemas de este tipo, y los tipos de sistemas que se emplean comúnmente en la industria.

En el segundo capítulo se realiza un análisis profundo sobre el sistema físico para hallar el modelo matemático que permita representar la dinámica del sistema, esto se logra mediante el uso de las leyes fundamentales y principios básicos de termodinámica.

El tercer capítulo permite representar el modelo matemático hallado anteriormente mediante el espacio de estados, ya que tanto para el modelo no lineal como para el modelo lineal se puede conseguir su representación para un mejor análisis de la dinámica completa del sistema.

En el cuarto capítulo se realizan las simulaciones que permiten conocer el comportamiento del sistema a lazo abierto mediante cambios en las variables manipuladas. Además se toma como referencia una investigación científica anterior para comparar los resultados y comprobar que la dinámica representada es correcta y se comporta de manera adecuada.

En el quinto capítulo se hace referencia a la estrategia de control utilizada, es decir mediante el control descentralizado se pretende controlar las dos variables de salida, temperatura y humedad, por medio de las dos variables manipuladas, flujo de refrigerante y flujo de aire. También se hace un breve repaso a los métodos de control en sistemas de aire acondicionado. Además se hace una evaluación de las medidas de interacción que presenta el modelo en estudio.

Capítulo 1

Fundamentos

1.1. Acondicionamiento del aire

Se denomina acondicionamiento del aire al conjunto de procesos que permiten la transformación adecuada de las propiedades termodinámicas del aire que está localizado en el interior de un recinto (Torres Pucachaqui, 2008).

Mediante la circulación del aire por determinados dispositivos de tratamiento se consigue el cambio adecuado en las propiedades del aire, permitiendo por consiguiente el cumplimiento de las condiciones termodinámicas deseadas por el usuario.

En la Figura 1 se ilustra el recorrido que típicamente sigue el aire a través de los dispositivos de tratamiento que existen en los sistemas de aire acondicionado de uso común. En este caso, se muestra un sistema de tipo "split" (o también llamado sistema separado) operando en modo de enfriamiento.

Dentro del conjunto de procesos definido anteriormente como acondicionamiento del aire se incluyen: el calentamiento simple (aumento de la temperatura), el enfriamiento simple (disminución de la temperatura), la humidificación (adición de humedad) y la deshumidificación (reducción de la humedad). En determinados casos se requiere del desempeño de dos o más de estos procesos para lograr que el aire de un recinto tenga los niveles de temperatura y humedad deseados por el usuario.

En la Figura 2 se muestran, mediante una carta psicrométrica, algunos de los procesos de acondicionamiento del aire mencionados anteriormente, así como sus variantes.

Para el adecuado acondicionamiento del aire se necesita de un sistema que permita modificar pertinentemente las condiciones termodinámicas del aire que se encuentra ubicado en el interior de un recinto. Este sistema está constituido por un conjunto de dispositivos que posibilitan tanto el adecuado tratamiento del aire como el control de determinados parámetros termodinámicos, como lo son: la temperatura, la humedad y la calidad del aire, realizando este control de manera independiente de las condiciones climatológicas.

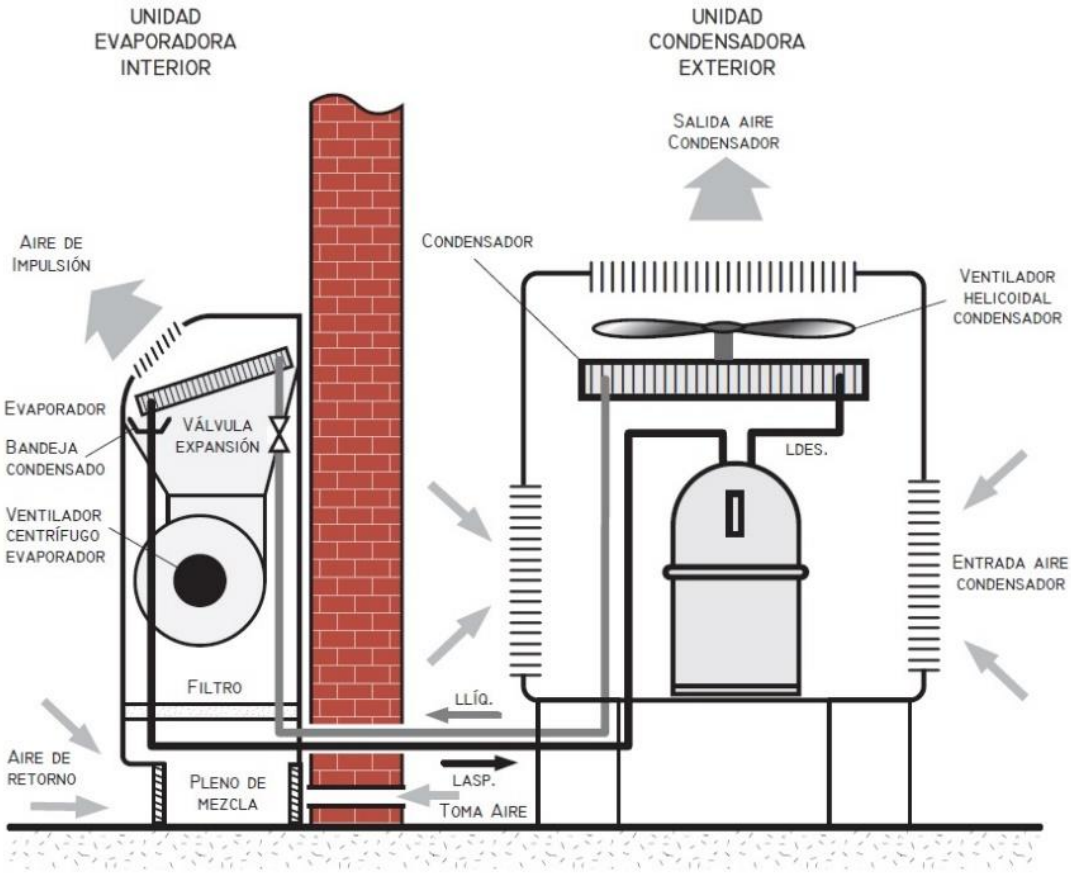

Figura 1. Sistema de aire acondicionado tipo "split"
Fuente: Quadri, 2001

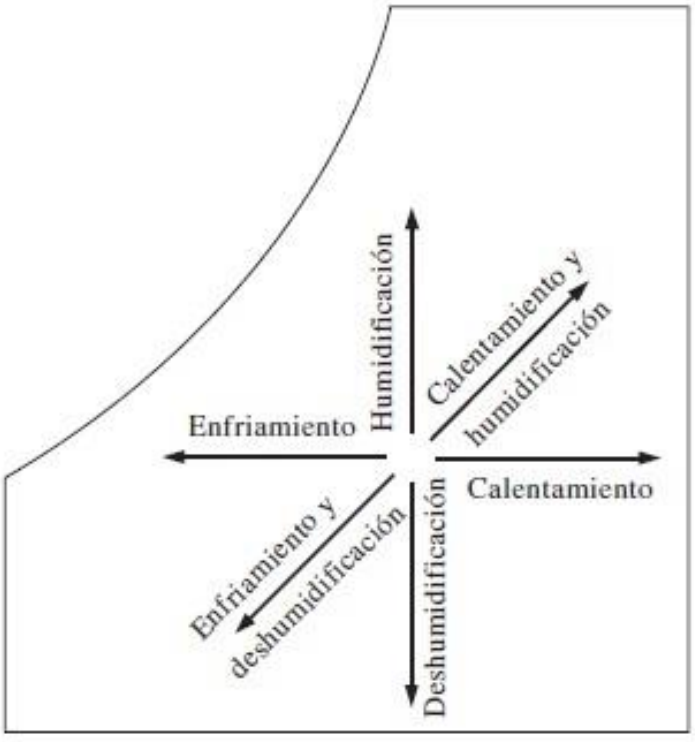

Figura 2. Algunos procesos para el acondicionamiento del aire
Fuente: Çengel & Boles, 2012

1.2. Comodidad humana

Una característica inherente de los seres humanos es que necesitan sentirse cómodos, es decir, desenvolverse dentro de un medio que les proporcione un ambiente de confort. Sin embargo, este ambiente confortable no se consigue fácilmente, ya que los requerimientos para la comodidad del cuerpo humano y las condiciones climatológicas que experimenta un medio no son compatibles en muchos de los casos (Çengel & Boles, 2014).

Los sistemas de aire acondicionado están diseñados para cumplir con los requerimientos que el cuerpo humano necesita para sentirse cómodo, es decir, estos sistemas deben satisfacer las necesidades termodinámicas que el cuerpo demanda para que una persona se desenvuelva adecuadamente dentro de un ambiente determinado.

En termodinámica, el cuerpo humano puede representarse como una máquina térmica que tiene como entrada de energía al alimento ingerido durante el día, y como salida de energía a la generación de calor de desecho.

La velocidad de generación de calor de desecho que expulsa el cuerpo depende principalmente del nivel de actividad que realiza la persona. Esta tasa de calor es fundamental en la comodidad de una persona, ya que un cuerpo experimentará una sensación de comodidad si se encuentra en un medio en el cual se pueda disipar este calor de desecho de manera adecuada, tal como se aprecia en la Figura 3.

Figura 3. Disipación adecuada del calor excedente de una persona
Fuente: Çengel & Boles, 2009

1.3. Confort térmico del ser humano

El confort térmico del ser humano o simplemente llamado confort humano, es el conjunto equilibrado de sensaciones placenteras que percibe el cuerpo por medio del ambiente o zona que le rodea (Mendoza Alba, 2007).

Estas sensaciones son producidas gracias a una atmósfera confortable, la cual se encarga de impedir que el cuerpo capte de manera consciente cualquier incomodidad que se pueda producir dentro del ambiente en donde se desenvuelve la persona.

El ser humano alcanza una sensación de comodidad cuando se encuentra en un lugar que cumpla con la función de disipar el calor de desecho almacenado en el cuerpo, en cantidades y velocidades adecuadas, y mediante un proceso de transferencia de calor.

En un determinado lugar se puede conseguir un clima confortable mediante la manipulación directa o indirecta de determinados parámetros. Tal como se muestra en la Figura 4, los parámetros más influyentes en el confort humano son: la temperatura del aire, la humedad del aire, el movimiento del aire, la calidad del aire, la temperatura de los objetos circundantes, la vestimenta que usan los ocupantes, el metabolismo de cada persona, entre otros.

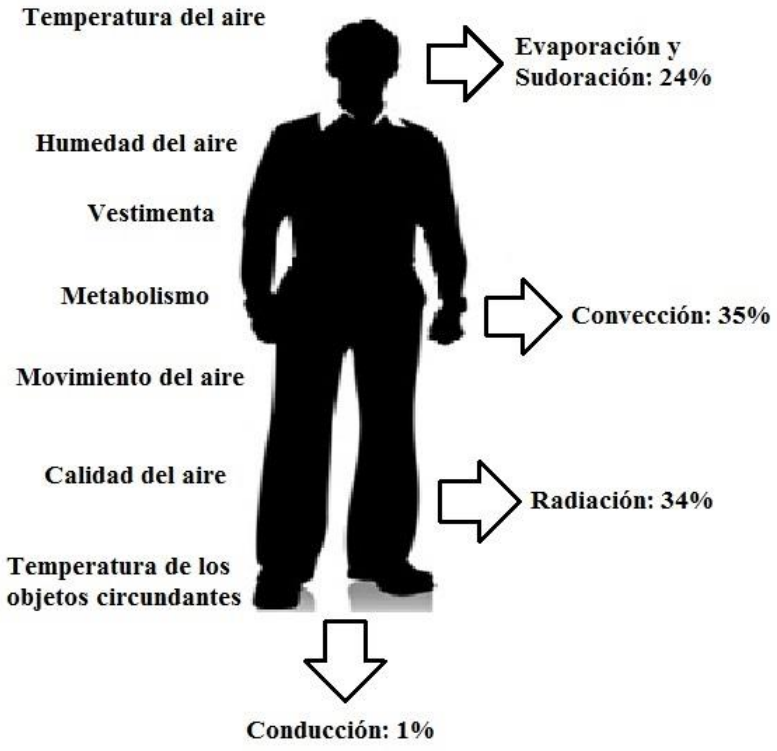

Figura 4. Parámetros más influyentes en el confort humano
Fuente: Elaboración propia

Para el diseño de un sistema de aire acondicionado se necesita cumplir con los estándares para el confort que los ocupantes solicitan. Este requerimiento o necesidad se consigue fundamentalmente mediante el control de tres de los parámetros antes mencionados: temperatura, humedad y movimiento del aire dentro del ambiente, los cuales se muestran en la Figura 5.

Figura 5. Parámetros controlados dentro de un ambiente
Fuente: Elaboración propia

Durante una temporada de invierno, la temperatura del aire dentro del ambiente debe aumentar con el fin de reducir la pérdida de calor en el cuerpo de los ocupantes. Y de manera opuesta, durante una temporada de verano, la temperatura del aire en el recinto debe disminuir para aumentar la pérdida de calor en el cuerpo de las personas.

La humedad también tiene un efecto favorable para el confort de las personas, ya que actúa directamente sobre la cantidad de calor que el cuerpo humano puede expulsar mediante la evaporación del sudor. La humedad alta retarda esta expulsión de calor, por eso en época de invierno, la humedad debe elevarse para disminuir la pérdida de calor corporal en las personas. De manera opuesta, la humedad baja acelera este rechazo de calor, por eso en época de verano, la humedad debe bajarse para aumentar la pérdida de calor en el cuerpo de los ocupantes.

El movimiento del aire es otro parámetro importante en la comodidad humana. Durante el verano, el aumento del movimiento del aire dentro del recinto contribuye en elevar la expulsión del calor corporal, elimina el aire caliente que se forma alrededor de la piel y lo remplaza por aire fresco. Durante el invierno, se procede en sentido contrario, es decir, debe disminuirse el movimiento del aire para que la pérdida de calor corporal sea lo menor posible, lo que permite mantener el cuerpo confortable y sin ninguna percepción de frío.

El movimiento del aire tiene que ser lo suficientemente preciso para poder aumentar o disminuir la expulsión del calor corporal en la cantidad correcta, y de manera apacible para no ser percibido por los ocupantes.

1.4. Sistemas de acondicionamiento de aire

Los sistemas de acondicionamiento de aire se pueden clasificar según el tipo de acondicionamiento que experimentan, es decir, mediante esta clasificación estos sistemas se agrupan según el procedimiento a través del cual se consigue el enfriamiento o calentamiento del recinto que se quiere ambientar.

1.4.1. Sistemas autónomos

Un sistema autónomo es un dispositivo compacto de expansión directa. Tal como se aprecia en la Figura 6, estos sistemas se instalan típicamente en ventanas, paredes o en el mismo recinto que se desea acondicionar, generalmente no emplean conductos, ya que para la distribución del aire se usan rejillas. Para el proceso de calentamiento del recinto (calefacción) se añade a lo mencionado anteriormente, dispositivos de calefacción como una bomba de calor o resistencias eléctricas.

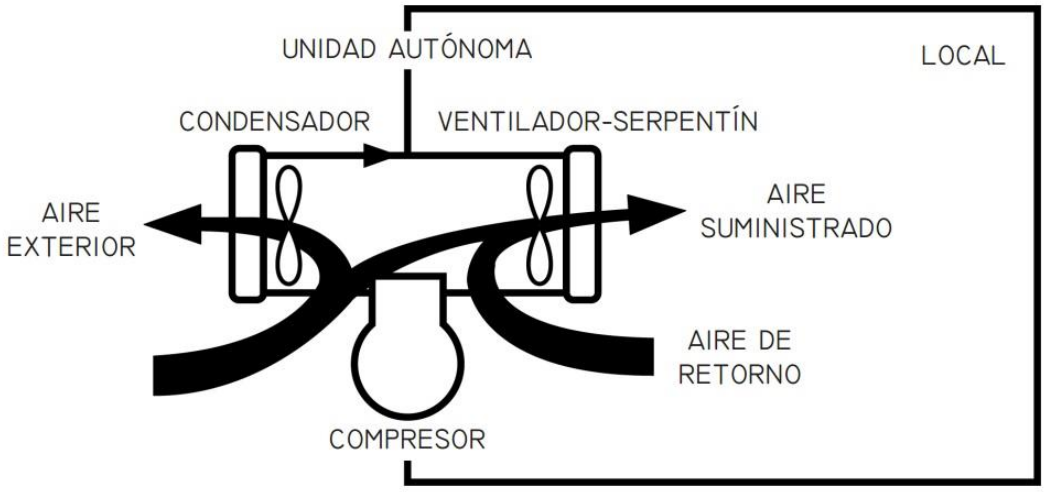

Figura 6. Diagrama de un sistema autónomo
Fuente: Quadri, 2001

1.4.2. Sistemas todo refrigerante

Un sistema todo refrigerante, comúnmente llamado sistema separado o “split system”, está constituido por dos unidades empaquetadas, es decir, una unidad evaporadora y una unidad condensadora. La unidad evaporadora consta de: un serpentín de expansión directa y un ventilador de suministro que hace recircular el aire que se encuentra dentro del local. La unidad condensadora se alimenta mediante un fluido refrigerante que se traslada por medio de cañerías desde esta unidad hacia la unidad evaporadora. Por lo general, la unidad condensadora se encuentra ubicada alrededor de la zona exterior. En la Figura 7 se muestra un típico sistema todo refrigerante o “split system” operando en modo de enfriamiento.

Figura 7. Diagrama de un sistema todo refrigerante
Fuente: http://www.arkigrafico.com

1.4.3. Sistemas todo agua

En la Figura 8 se muestra un sistema de tipo todo agua para la calefacción o refrigeración de uno o varios recintos. Este sistema, conocido también como sistema hidrónico, se encarga de distribuir agua caliente (para un proceso de calentamiento) o agua fría (para un proceso de enfriamiento) desde una planta central hasta cada recinto. El agua se calienta o se enfría en un equipo de calefacción o de refrigeración respectivamente (1). Mediante una bomba (2) se hace circular el agua (caliente o fría) hasta cada recinto mediante el empleo de tuberías (3). Al interior de cada recinto se encuentra instalada una unidad ventilador-serpentín (4), que se encarga de realizar el intercambio de calor entre el agua (caliente o fría) y el aire circundante que se desea acondicionar.

El agua gracias a sus valores de calor específico y de densidad, valores que son mucho mayores en comparación con las mismas propiedades que posee el aire, permiten que se necesite de menor volumen de fluido refrigerante (agua) para conseguir la misma cantidad de transferencia de calor que posibilite el adecuado acondicionamiento del recinto o recintos. Como resultado, el área de la sección transversal de la tubería utilizada es mucho menor para sistemas todo agua que para otros sistemas, por ello, estos sistemas son muy útiles cuando el espacio es una limitación.

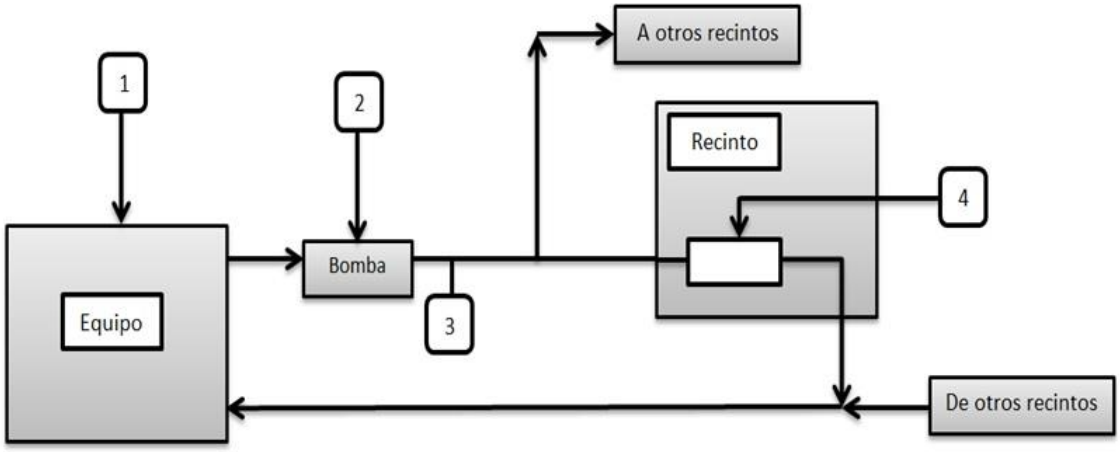

Figura 8. Diagrama de un sistema todo agua
Fuente: Elaboración propia

1.4.4. Sistemas todo aire

En la Figura 9 se muestra el diagrama para un típico sistema todo aire operando en modo de calentamiento o enfriamiento. La característica principal de este sistema es que la unidad de tratamiento de aire (1) está ubicada fuera del recinto que se desea acondicionar. Por ello, el único fluido que ingresa al recinto es el aire que ha sido previamente acondicionado (2). El aire se traslada por todo el sistema mediante tuberías de ingreso y de retorno (3).

Este tipo de sistemas son muy utilizados en lugares en donde las condiciones de control se mantienen constantes, es decir, los controles de la temperatura y de la humedad no son muy exigentes.

Las desventajas que surgen al usar este tipo de sistemas son básicamente dos. La primera desventaja es debido a las dimensiones del equipo, ya que como todo el sistema es grande y pesado, la instalación deber ser en una zona con una estructura rígida y espaciosa.
La segunda desventaja deriva de que si la unidad de tratamiento de aire está alejada del recinto que se desea acondicionar, los costos de operatividad aumentan considerablemente, debido a que la instalación de todo el sistema es más trabajosa, especialmente la instalación de las tuberías.

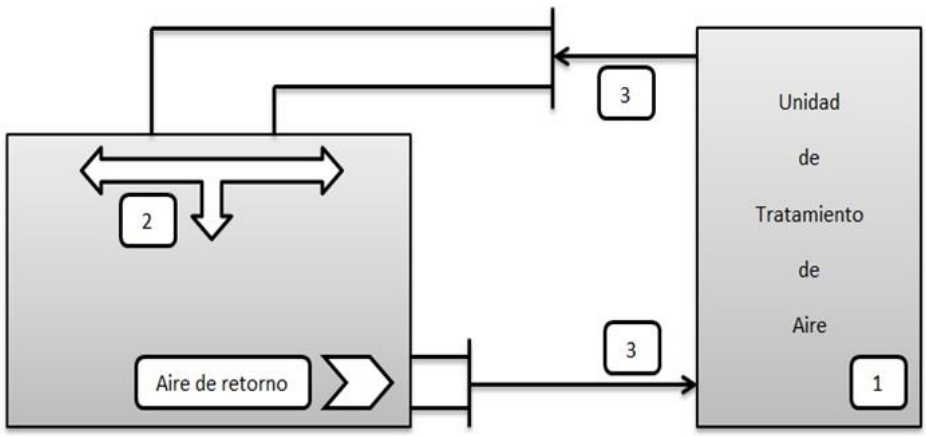

Figura 9. Diagrama de un sistema todo aire
Fuente: Elaboración propia

1.4.5. Sistemas aire-agua

En la Figura 10 se muestra el diagrama típico para un sistema aire-agua operando en modo de calentamiento o de enfriamiento para la calefacción o refrigeración de uno o varios recintos.

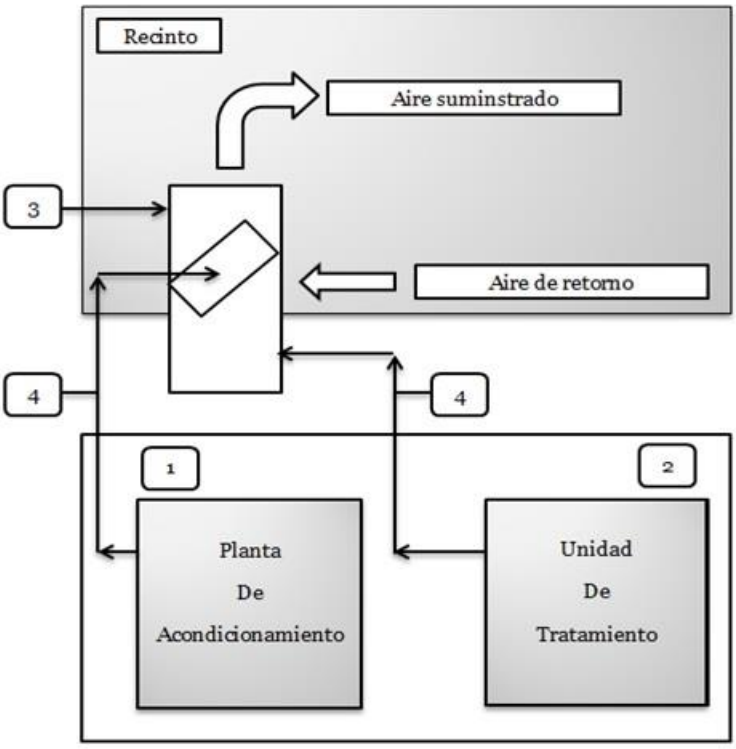

Figura 10. Diagrama de un sistema aire-agua
Fuente: Elaboración propia

En este sistema, la distribución tanto del agua (caliente o fría) como del aire acondicionado, provienen desde un equipo central, y mediante un sistema de tuberías (4) llega hasta cada recinto individual que se desea acondicionar.

El equipo central se divide en dos sistemas: una planta de acondicionamiento (1) que se encarga de almacenar el agua (caliente o fría), y una unidad de tratamiento (2) para el aire acondicionado (caliente o frío). Dentro de cada recinto se encuentra una unidad terminal (3) que cumple con la función de calentar o enfriar cada habitación. Se puede emplear como un tipo de unidad terminal a un sistema ventilador-serpentín, o bien, se puede inyectar el aire acondicionado directamente a cada uno de los recintos.

1.4.6. Sistema en estudio

El sistema que se estudia en esta tesis es un sistema todo refrigerante de expansión directa, mencionado anteriormente en el apartado 1.4.2. En los sistemas todo refrigerante de expansión directa, el fluido refrigerante enfría directamente el aire interior y que luego se distribuye a cada uno de los recintos mediante los serpentines que conforman al sistema, siendo esta la manera más efectiva de conseguir el objetivo de enfriar y deshumectar el aire, ya que se obtiene un intercambio directo entre el aire y el refrigerante.

Los sistemas de aire acondicionado todo refrigerante de expansión directa son considerablemente utilizados en edificios y complejos habitacionales de magnitud pequeña y mediana. Comparándolos con los sistemas de tipo todo agua, que emplean agua fría como refrigerante, el uso de los sistemas todo refrigerante de expansión directa es ventajoso, porque su instalación y configuración es más sencilla, también son más eficientes energéticamente hablando, y por lo general su adquisición y posterior mantenimiento es de menor costo (Brodrick & Gilbride, 2002).

En la Figura 11 se muestra un típico sistema de aire acondicionado todo refrigerante de expansión directa o conocido también como "split system of direct expansion" operando en modo de enfriamiento.

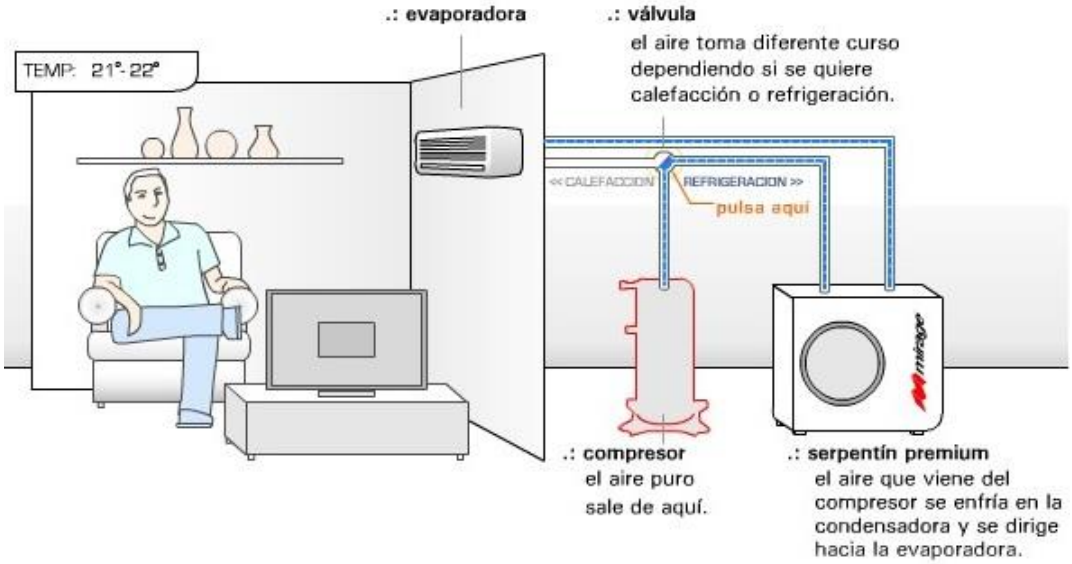

Figura 11. Diagrama del sistema en estudio
Fuente: http://esiatecamachalco.foroactivo.com

El sistema en estudio se ha basado en un equipo de aire acondicionado (diseñado por la empresa Mitsubishi Electric y de tipo "split system of direct expansion") de modelo MSY-GE18NA. En la Figura 12 se muestra la unidad interior (unidad evaporadora) del equipo de aire acondicionado MSY-GE18NA. Y en la Figura 13 se muestra la unidad exterior (unidad condensadora) del equipo de aire acondicionado MUZ-GE09NA.

La habitación que se requiere acondicionar se trata de una oficina de reuniones ubicada en el Laboratorio de Sistemas Automáticos y de Control (SAC) perteneciente a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Piura (Udep), y que tiene un volumen aproximado de 60 m^3.

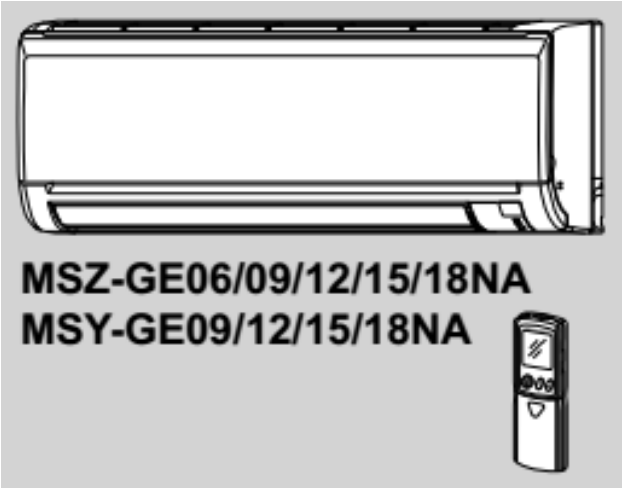

Figura 12. Unidad interior modelo MSY-GE18NA
Fuente: Catálogo Mitsubishi Electric

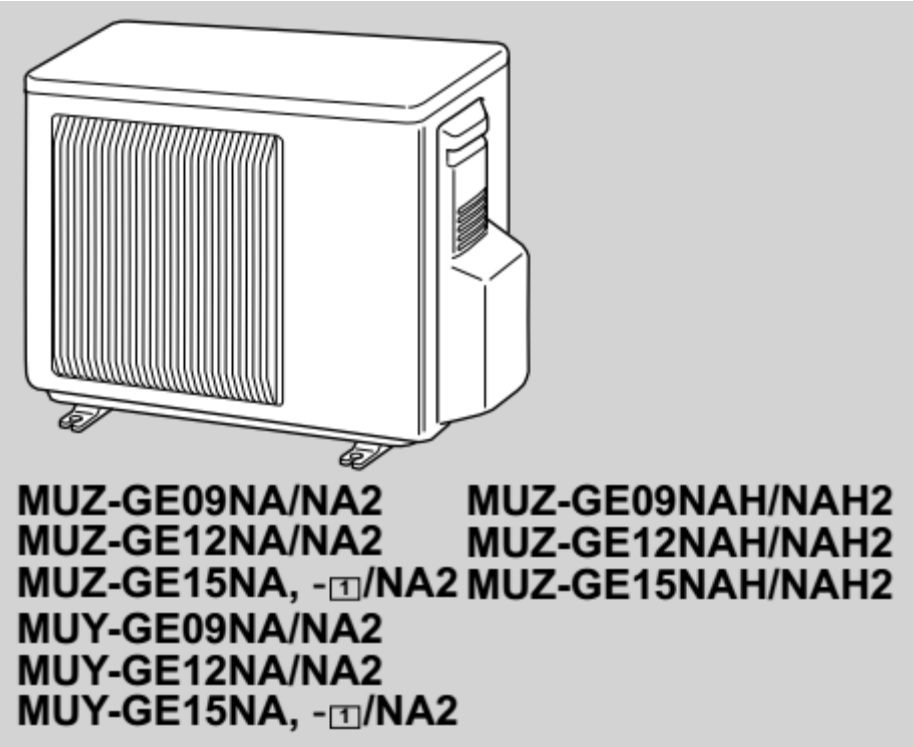

Figura 13. Unidad exterior modelo MUZ-GE09NA
Fuente: Catálogo Mitsubishi Electric

Capítulo 2

Modelación matemática de un sistema de aire acondicionado

2.1. Introducción

En los últimos años, los sistemas de aire acondicionado de expansión directa (sistemas de tipo todo refrigerante) han sido ampliamente empleados en edificios y complejos habitacionales de escala pequeña y mediana. En comparación con los equipos centrales de aire acondicionado que emplean agua fría como refrigerante (sistemas todo agua), el empleo de los sistemas de expansión directa es ventajoso, ya que su instalación y configuración es más sencilla, son más eficientes energéticamente hablando, y por lo general su adquisición y posterior mantenimiento es de menor costo.

En los Estados Unidos, según estadísticas del Departamento de Energía, los sistemas de aire acondicionado de expansión directa (unidades empaquetadas de azotea) representan aproximadamente el 60% de la capacidad de acondicionamiento instalada total, ya sea tanto para el calentamiento como para el enfriamiento en edificios y/o complejos habitacionales (Brodrick & Gilbride, 2002).

2.2. Balance general de masa para un volumen de control

El principio de conservación de la masa para un volumen de control se puede enunciar de la siguiente manera: el intercambio neto de masa hacia o desde el volumen de control durante un intervalo de tiempo Δt es igual al cambio neto (incremento o disminución) en la masa total que se encuentra dentro del volumen de control durante el mismo intervalo de tiempo Δt (Çengel & Boles, 2014).

El principio de conservación de la masa para un volumen de control se puede expresar en forma de tasa (razón de cambio) mediante la ecuación (2.1). Generalmente se hace referencia a la ecuación (2.1) como el balance general de masa para un volumen de control, y se puede aplicar a cualquier volumen de control en el que se produce alguna clase de proceso.

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_{j=1}^{j} \dot{m}_{ent,vc,j} - \sum_{k=1}^{k} \dot{m}_{sal,vc,k} \tag{2.1}$$

Donde:

dm_{vc}/dt: Es la rapidez de cambio de la masa con respecto al tiempo del fluido que se encuentra dentro de las fronteras del volumen de control (kg/s).

$\dot{m}_{ent,vc,j}$: Es el flujo másico del fluido que está entrando al volumen de control a través de la entrada j (kg/s).

$\dot{m}_{sal,vc,k}$: Es el flujo másico del fluido que está saliendo del volumen de control a través de la salida k (kg/s).

2.3. Balance general de energía para un volumen de control

El principio de conservación de la energía para un volumen de control se puede expresar de la siguiente manera: el cambio neto (incremento o disminución) de la energía total dentro de un volumen de control en el que se lleva a cabo un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que ingresa y la energía total que sale del volumen de control durante dicho proceso (Çengel & Boles, 2012).

El principio de conservación de la energía para un volumen de control se puede enunciar en forma de tasa (razón de cambio) mediante la ecuación (2.2). Generalmente se hace referencia a la ecuación (2.2) como el balance general de energía para un volumen de control, y se puede aplicar a cualquier tipo de volumen de control que experimenta cualquier clase de proceso.

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{net,vc} - \dot{W}_{net,vc} + \sum_{j=1}^{j} \dot{m}_{ent,vc,j} \cdot \left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2} \right) \\ - \sum_{k=1}^{k} \dot{m}_{sal,vc,k} \cdot \left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2} \right) \\ = \frac{d}{dt} \left(m_{vc} \cdot \left[u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \right] \right) \end{aligned} \tag{2.2}$$

Donde:

$\dot{Q}_{net,vc}$: Es la tasa de transferencia neta de energía en forma de calor que se da entre el volumen de control y sus alrededores (kW).

$\dot{W}_{net,vc}$: Es la tasa de transferencia neta de energía en forma de trabajo que se da entre el volumen de control y sus alrededores (kW).

$\dot{m}_{ent,vc,j}$: Es el flujo másico del fluido que está entrando al volumen de control a través de la entrada j (kg/s).

$h_{ent,vc,j}$: Es la entalpía específica del fluido que está entrando al volumen de control a través de la entrada j (kJ/kg).

$g \cdot z_{ent,vc,j}$: Es la energía potencial específica del fluido que está entrando al volumen de control a través de la entrada j (kJ/kg).

$V_{ent,vc,j}^2/2$: Es la energía cinética específica del fluido que está entrando al volumen de control a través de la entrada j (kJ/kg).

$\dot{m}_{sal,vc,k}$: Es el flujo másico del fluido que está saliendo del volumen de control a través de la salida k (kg/s).

$h_{sal,vc,k}$: Es la entalpía específica del fluido que está saliendo del volumen de control a través de la salida k (kJ/kg).

$g \cdot z_{sal,vc,k}$: Es la energía potencial específica del fluido que está saliendo del volumen de control a través de la salida k (kJ/kg).

$V^2_{sal,vc,k}/2$: Es la energía cinética específica del fluido que está saliendo del volumen de control a través de la salida k (kJ/kg).

m_{vc}: Es la masa del fluido que se encuentra dentro de las fronteras del volumen de control (kg).

u_{vc}: Es la energía interna específica del fluido que se encuentra dentro de las fronteras del volumen de control (kJ/kg).

$g \cdot z_{vc}$: Es la energía potencial específica del fluido que se encuentra dentro de las fronteras del volumen de control (kJ/kg).

$V^2_{vc}/2$: Es la energía cinética específica del fluido que se encuentra dentro de las fronteras del volumen de control (kJ/kg).

g: Es la aceleración de la gravedad (m/s^2).

2.4. Descripción del sistema

El sistema de aire acondicionado de expansión directa se compone principalmente de dos partes, es decir, de un sistema de refrigeración de expansión directa (zona del refrigerante) y de un sistema de distribución de aire (zona del aire). El diagrama esquemático simplificado de este sistema se muestra en la Figura 14.

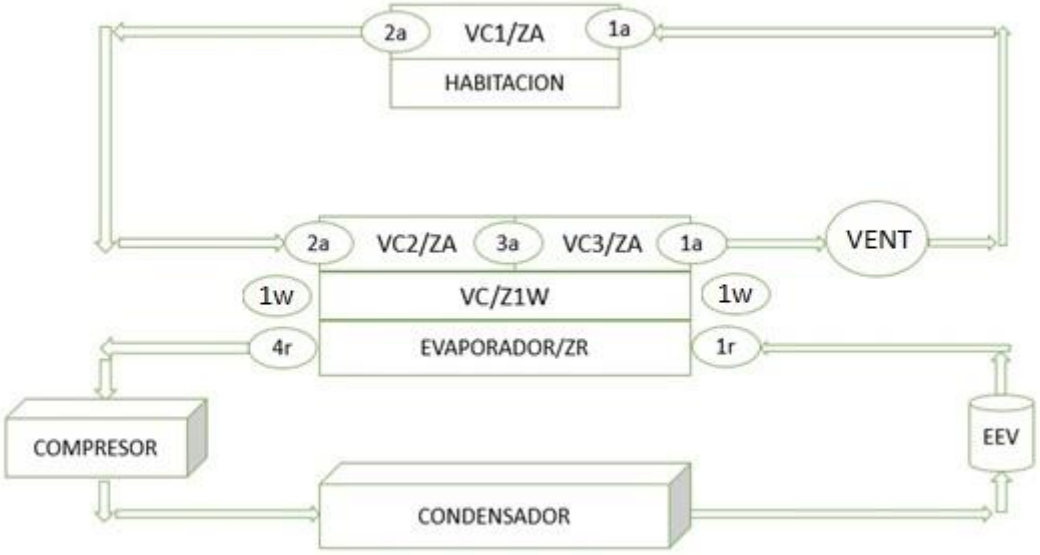

Figura 14. Diagrama de un sistema de aire acondicionado de expansión directa
Fuente: Elaboración propia

Donde:

$vc1, za$: Es el volumen de control de la habitación en la zona de aire

$vc2, za$: Es el volumen de control de la región seca del evaporador en la zona de aire

$vc3, za$: Es el volumen de control de la región húmeda del evaporador en la zona de aire

$vc, z1w$: Es el volumen de control de la pared del evaporador

Los componentes principales en el sistema de refrigeración de expansión directa incluyen: un compresor de velocidad variable, una válvula de expansión, un evaporador de expansión directa que consiste en una rejilla de ventilación (de tubo con aletas), y un condensador que consiste en una placa compacta (de tubo con aletas) refrigerada por aire.

El evaporador se coloca en el interior del conducto de aire de suministro (habitación), para trabajar como un serpentín de expansión directa (refrigeración por aire). El fluido de trabajo para el sistema de refrigeración fue el refrigerante R22, y para el sistema de distribución se trabajó como fluido al aire interior.

El sistema de distribución de aire incluye una red de conductos de distribución de aire con compuertas para el aire de retorno (aire recirculando). En el interior del espacio, existen cargas debidas al calor sensible y para la humedad (calor latente).

2.5. Modelo matemático del sistema

El modelo matemático dinámico para el sistema se deriva principalmente de los principios de la conservación de la masa y de la energía. Los siguientes supuestos fueron hechos para el desarrollo del modelo matemático: (1) perfecto mezclado del aire en el interior de todos los intercambiadores de calor y en el espacio térmico, y no hay admisión de aire puro (o fresco) al sistema; (2) dos regiones en el lado (zona) del aire del evaporador de expansión directa, es decir, la región de refrigeración seca y la región de refrigeración húmeda; y (3) pérdidas térmicas despreciables en los conductos de aire.

2.6. Balance general de masa y de energía en la habitación

En el sistema a modelar, la temperatura y el contenido de humedad del aire que sale del serpentín de refrigeración de expansión directa, como se muestra en la Figura 14, fueron T_{1a} y W_{1a}, respectivamente. Con la suposición de perfecto mezclado de aire, la temperatura del aire T_{2a}, y el contenido de humedad del aire W_{2a}, que dejan el espacio acondicionado, pueden ser considerados como iguales a aquellos en el espacio térmico acondicionado (es decir, T_{2a} y W_{2a}, se pueden considerar, respectivamente, iguales a: la temperatura del aire T y el contenido de humedad del aire W, presentes en el interior del espacio acondicionado, según la Figura 15.

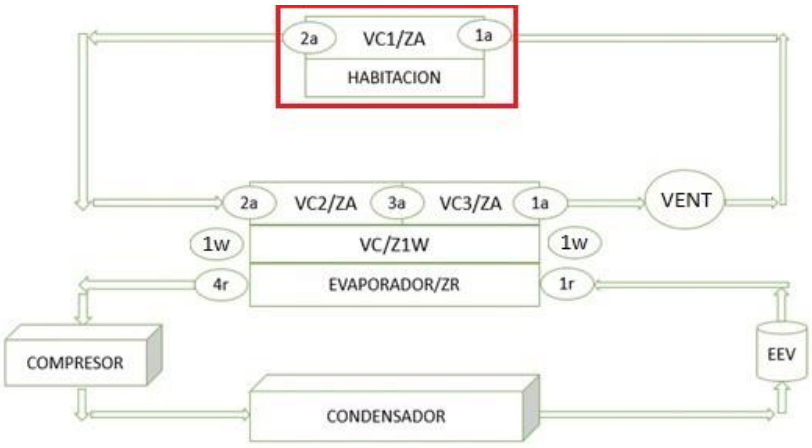

Figura 15. Volumen de control de la habitación en la zona de aire
Fuente: Elaboración propia

2.6.1. Balance general de masa en la habitación

En el balance general de masa en la habitación se ha desarrollado la siguiente nomenclatura:

Tabla 1. Nomenclatura utilizada para el balance general de masa en la habitación

$\rho_{vc1,za}$:	Es la densidad del aire en el volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
$V_{vc1,za}$:	Es el volumen que ocupa el aire en el volumen de control $vc1, za$ (m^3).
dW_{2a}/dt:	Es la rapidez de cambio de la humedad específica con respecto al tiempo del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ $(kg/kg_{aire\ seco} \cdot s)$.
ρ_{1a}:	Es la densidad del aire que entra al volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
f:	Es el flujo volumétrico de aire en el volumen de control $vc1, za$ (m^3/seg).
W_{1a}:	Es la humedad específica del aire que entra al volumen de control $vc1, za$ $(kg/kg_{aire\ seco})$.
ρ_{2a}:	Es la densidad del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
W_{2a}:	Es la humedad específica del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ $(kg/kg_{aire\ seco})$.
$\dot{M}_{load}$:	Es una carga por humedad debido al calor latente que hay dentro del volumen de control $vc1, za$ (kg/s).

Fuente: Elaboración propia

El principio de conservación de la masa (balance general de masa) establece:

$$\frac{d(m_{vc})}{dt} = \sum_{j=1}^{j} \dot{m}_{ent,vc,j} - \sum_{k=1}^{k} \dot{m}_{sal,vc,k} \tag{2.3}$$

La ecuación (2.3) se puede escribir respecto de la masa de vapor de agua que contiene el aire húmedo de la habitación, estableciéndose un balance general de la masa de vapor para el volumen de control de la habitación en la zona de aire $(vc1, za)$:

$$\frac{d(mv_{vc1,za})}{dt} = \sum_{j=1}^{j} \dot{m}v_{ent,vc,j} - \sum_{k=1}^{k} \dot{m}v_{sal,vc,k} \tag{2.4}$$

Para el volumen de control de la habitación en la zona de aire $(vc1, za)$ sólo existe una entrada y una salida. Por lo tanto, la ecuación (2.4) queda:

$$\frac{d(mv_{vc1,za})}{dt} = \dot{m}v_{ent,vc,1} - \dot{m}v_{sal,vc,1} + \dot{m}v_{int} \tag{2.5}$$

Se establecen las siguientes relaciones:

$$\begin{gathered} \dot{m}v_{ent,vc,1} = \dot{m}v_{ent,vc1,za} = \dot{m}v_{1a} \\ \dot{m}v_{sal,vc,1} = \dot{m}v_{sal,vc1,za} = \dot{m}v_{2a} \\ \dot{m}v_{int} = \dot{M}_{load} \end{gathered} \tag{2.6}$$

Usando las relaciones dadas en la ecuación (2.6), el balance de masa para el vapor de agua contenido en el aire húmedo del volumen de control $(vc1, za)$ queda:

$$\frac{d(mv_{vc1,za})}{dt} = \dot{m}v_{1a} - \dot{m}v_{2a} + \dot{M}_{load} \tag{2.7}$$

La humedad específica del aire se define como la relación entre la cantidad de masa de vapor de agua (mv) que contiene un kilogramo de masa de aire (ma), es decir:

$$W = \frac{mv}{ma} = \frac{\dot{m}v}{\dot{m}a} \tag{2.8}$$

Mediante las definiciones dadas en la ecuación (2.8), se establecen las relaciones que hay entre la masa de vapor de agua que contiene una masa de aire, es decir:

$$\begin{aligned} mv &= ma \cdot W \\ \dot{m}v &= \dot{m}a \cdot W \end{aligned} \tag{2.9}$$

Entonces, los términos descritos en la ecuación (2.7) se relacionan mediante la ecuación (2.9) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} mv_{vc1,za} &= ma_{vc1,za} \cdot W_{vc1,za} \\ \dot{m}v_{1a} &= \dot{m}a_{1a} \cdot W_{1a} \\ \dot{m}v_{2a} &= \dot{m}a_{2a} \cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{2.10}$$

Quedando, el balance de masa para el vapor de agua contenido en el aire húmedo del volumen de control $(vc1, za)$ como:

$$\frac{d(ma_{vc1,za} \cdot W_{vc1,za})}{dt} = (\dot{m}a_{1a} \cdot W_{1a}) - (\dot{m}a_{2a} \cdot W_{2a}) + (\dot{M}_{load}) \tag{2.11}$$

Se puede establecer una relación entre la masa de aire (ma) y el volumen (V) que ocupa esa misma masa de aire mediante:

$$\begin{aligned} ma &= \rho \cdot V \\ \dot{m}a &= \rho \cdot f \end{aligned} \tag{2.12}$$

Entonces, los términos de la ecuación (2.11), se relacionan mediante la ecuación (2.12) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} ma_{vc1,za} &= \rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \\ \dot{m}a_{1a} &= \rho_{1a} \cdot f_{1a} \\ \dot{m}a_{2a} &= \rho_{2a} \cdot f_{2a} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Usando las relaciones de la ecuación (2.13), la ecuación (2.11), se modifica a:

$$\frac{d}{dt}(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot W_{vc1,za}) = (\rho_{1a} \cdot f_{1a} \cdot W_{1a}) - (\rho_{2a} \cdot f_{2a} \cdot W_{2a}) + (\dot{M}_{load}) \tag{2.14}$$

También se pueden establecer las siguientes consideraciones:

$$\begin{aligned} \rho_{vc1,za} &= cte \\ V_{vc1,za} &= cte \\ W_{vc1,za} &\cong W_{2a} \\ f_{1a} \cong f_{2a} &\cong f \end{aligned} \tag{2.15}$$

Finalmente, el balance de masa para el vapor de agua contenido en el volumen de control $(vc1, za)$ es:

$$\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}\right) \cdot \frac{d}{dt}(W_{2a}) = (\rho_{1a} \cdot f \cdot W_{1a}) - (\rho_{2a} \cdot f \cdot W_{2a}) + \left(\dot{M}_{load}\right) \tag{2.16}$$

2.6.2. Balance general de energía en la habitación

En el balance general de energía en la habitación se desarrolló la siguiente nomenclatura:

Tabla 2. Nomenclatura utilizada para el balance general de energía en la habitación

k_{spl}:	Es el coeficiente del calor generado por el ventilador de suministro (kJ/m^3).
f:	Es el flujo volumétrico de aire en el volumen de control $vc1, za$ (m^3/seg).
$\dot{Q}_{load}$:	Es una carga por calor debido al calor sensible que hay dentro del volumen de control $vc1, za$ (kW).
$C_{p,1a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que entra al volumen de control $vc1, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
T_{1a}:	Es la temperatura del aire que entra al volumen de control $vc1, za$ $(℃)$.
ρ_{1a}:	Es la densidad del aire que entra al volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
$C_{p,2a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
T_{2a}:	Es la temperatura del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ $(℃)$.
ρ_{2a}:	Es la densidad del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
$\rho_{vc1,za}$:	Es la densidad del aire en el volumen de control $vc1, za$ (kg/m^3).
$V_{vc1,za}$:	Es el volumen que ocupa el aire en el volumen de control $vc1, za$ (m^3).
$C_{v,vc1,za}$:	Es el calor específico a volumen constante del aire en el volumen de control $vc1, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
dT_{2a}/dt:	Es la rapidez de cambio de la temperatura con respecto al tiempo del aire que sale del volumen de control $vc1, za$ $(℃/s)$.

Fuente: Elaboración propia

El principio de conservación de la energía (balance general de energía) establece:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{net,vc} - \dot{W}_{net,vc} + \sum_{j=1}^{j} \dot{m}_{ent,vc,j} \cdot \left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right) \\ - \sum_{k=1}^{k} \dot{m}_{sal,vc,k} \cdot \left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right) \\ = \frac{d}{dt}\left(m_{vc} \cdot \left[u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right]\right) \end{aligned} \tag{2.17}$$

La transferencia neta de energía en forma de calor se expresa como:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \sum_{p=1}^{p} \dot{Q}_{ent,vc,p} - \sum_{q=1}^{q} \dot{Q}_{sal,vc,q} + \sum_{r=1}^{r} \dot{Q}_{int,vc,r} \tag{2.18}$$

Se considera que sólo existe un calor de entrada al volumen de control $vc1, za$, es decir:

$$\sum_{p=1}^{p} \dot{Q}_{ent,vc,p} \cong \dot{Q}_{ent,vc,1} \tag{2.19}$$

Se asume que la transferencia de calor hacia el exterior es mínima o nula (no hay filtraciones de calor desde el interior hacia el exterior del volumen de control $vc1, za$, es decir:

$$\sum_{q=1}^{q} \dot{Q}_{sal,vc,q} \cong 0 \tag{2.20}$$

Se considera que sólo existe un calor generado en el interior del volumen de control $vc1, za$, es decir:

$$\sum_{r=1}^{r} \dot{Q}_{int,vc,r} \cong \dot{Q}_{int,vc,1} \tag{2.21}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor se reduce a:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \dot{Q}_{ent,vc,1} + \dot{Q}_{int,vc,1} \tag{2.22}$$

El calor de entrada al volumen de control $\dot{Q}_{ent,vc,1}$, se refiere al aumento de calor en $vc1, za$ debido al ventilador de suministro que se encuentra en el evaporador y hace circular el aire dentro de la habitación. Este aumento de calor generado por el ventilador de suministro aumenta con el incremento del caudal de aire mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{ent,vc,1} = \dot{Q}_{vent} = \left(k_{spl} \cdot f\right) \tag{2.23}$$

El calor generado en el interior de la habitación, es una carga debido al calor sensible que hay dentro del volumen de control $vc1, za$, es decir:

$$\dot{Q}_{int,vc,1} = \dot{Q}_{load} \tag{2.24}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor en el volumen de control $vc1, za$ es:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \left(k_{spl} \cdot f\right) + \left(\dot{Q}_{load}\right) \tag{2.25}$$

La transferencia neta de energía en forma de trabajo se expresa como:

$$\dot{W}_{net,vc} = \sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} - \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \tag{2.26}$$

Para el volumen de control $vc1, za$ no existe ninguna forma de trabajo que se intercambie con el exterior, es decir:

$$\sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} \cong 0 \tag{2.27}$$
$$\sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \cong 0$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de trabajo en el volumen de control $vc1, za$ es aproximadamente cero:

$$\dot{W}_{net,vc} \cong 0 \tag{2.28}$$

La ecuación (2.17) para el balance general de energía queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} (k_{spl} \cdot f) + (\dot{Q}_{load}) + \sum_{j=1}^{j} \left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2} \right) \cdot (\dot{m}_{ent,vc,j}) \right] \\ - \sum_{k=1}^{k} \left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2} \right) \cdot (\dot{m}_{sal,vc,k}) \right] \\ = \frac{d}{dt} \left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \right) \right] \end{aligned} \tag{2.29}$$

Se mencionó que para el volumen de control $vc1, za$ sólo hay una entrada y una salida, es decir:

$$\begin{aligned} (k_{spl} \cdot f) + (\dot{Q}_{load}) + \left[\left(h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \right) \cdot (\dot{m}_{ent,vc,1}) \right] \\ - \left[\left(h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2} \right) \cdot (\dot{m}_{sal,vc,1}) \right] \\ = \frac{d}{dt} \left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \right) \right] \end{aligned} \tag{2.30}$$

En general, para balances de energía en dispositivos de acondicionamiento de aire, las unidades de la entalpías y de la energía interna son mucho mayores que las unidades de la energía cinética y de la energía potencial que intervienen en esos balances (Çengel & Boles, 2009).

Entonces, según lo mencionado anteriormente se puede considerar que:

$$h_{ent,vc,1} \gg g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \tag{2.31}$$
$$h_{sal,vc,1} \gg g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2}$$
$$u_{vc} \gg g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}$$

Según la ecuación (2.31), se puede deducir:

$$h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \cong h_{ent,vc,1} \tag{2.32}$$
$$h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2} \cong h_{sal,vc,1}$$
$$u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \cong u_{vc}$$

Mediante la ecuación (2.32), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.30) queda de la siguiente forma:

$$\left(k_{spl} \cdot f\right) + \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(h_{ent,vc,1} \cdot \dot{m}_{ent,vc,1}\right) - \left(h_{sal,vc,1} \cdot \dot{m}_{sal,vc,1}\right) = \frac{d}{dt}(m_{vc} \cdot u_{vc}) \tag{2.33}$$

Mediante la Figura 15, se establecen las siguientes relaciones:

$$h_{ent,vc,1} = h_{ent,vc1,za} = h_{1a} \tag{2.34}$$
$$h_{sal,vc,1} = h_{sal,vc1,za} = h_{2a}$$
$$u_{vc} = u_{vc1,za}$$

Se estableció que el flujo másico entrante es:

$$\dot{m}_{ent,vc,1} = \dot{m}a_{ent,vc1,za} = \dot{m}a_{1a} \tag{2.35}$$
$$\dot{m}a_{1a} = \rho_{1a} \cdot f_{1a} = \rho_{1a} \cdot f$$

Se estableció que el flujo másico saliente es:

$$\dot{m}_{sal,vc,1} = \dot{m}a_{sal,vc1,za} = \dot{m}a_{2a} \tag{2.36}$$
$$\dot{m}a_{2a} = \rho_{2a} \cdot f_{2a} = \rho_{2a} \cdot f$$

Se estableció que el flujo másico en el volumen de control es:

$$m_{vc} = ma_{vc1,za} \tag{2.37}$$
$$ma_{vc1,za} = \rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}$$

Usando las relaciones mencionadas en las ecuaciones (2.35), (2.36) y (2.37), el balance de energía para el volumen de control $vc1, za$ queda:

$$\begin{aligned}\left(k_{spl} \cdot f\right) + \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(h_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) - \left(h_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f\right) \\ = \frac{d}{dt}\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot u_{vc1,za}\right)\end{aligned} \tag{2.38}$$

Para gases ideales se puede establecer una relación: entre la entalpía de un gas ideal y su temperatura, y entre la energía interna de un gas ideal y su temperatura (Çengel & Boles, 2009), es decir:

$$\begin{aligned}h \cong C_p \cdot T \\ u \cong C_v \cdot T\end{aligned} \tag{2.39}$$

Según las relaciones establecidas en la ecuación (2.39), se puede afirmar que:

$$\begin{aligned}h_{1a} \cong C_{p,1a} \cdot T_{1a} \\ h_{2a} \cong C_{p,2a} \cdot T_{2a} \\ u_{vc1,za} \cong C_{v,vc1,za} \cdot T_{vc1,za}\end{aligned} \tag{2.40}$$

Usando lo establecido en la ecuación (2.40), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.38) se denota como:

$$\begin{aligned}\left(k_{vent} \cdot f\right) + \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) - \left(C_{p,2a} \cdot T_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f\right) \\ = \frac{d}{dt}\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za} \cdot T_{vc1,za}\right)\end{aligned} \tag{2.41}$$

Como se describió anteriormente, existen términos que son aproximadamente constante en el tiempo, es decir:

$$\begin{aligned}\rho_{vc1,za} = cte \\ V_{vc1,za} = cte \\ C_{v,vc1,za} = cte \\ T_{vc1,za} \cong T_{2a}\end{aligned} \tag{2.42}$$

Finalmente, el balance de energía para el volumen de control $(vc1, za)$ es:

$$\begin{aligned}\left(k_{vent} \cdot f\right) + \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) - \left(C_{p,2a} \cdot T_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f\right) \\ = \rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za} \cdot \frac{d}{dt}\left(T_{2a}\right)\end{aligned} \tag{2.43}$$

2.7. Balance general de energía en la región seca del evaporador

En el balance general de energía en la región seca del evaporador se desarrolló la siguiente nomenclatura:

Tabla 3. Nomenclatura utilizada para el balance de energía en la región seca del evaporador

$\alpha_{vc2,za}$:	Es el coeficiente de transferencia de calor por convección en el volumen de control $vc2, za$ $(kW/m^2 \cdot ℃)$.
$A_{vc2,za}$:	Es el área ocupada por el aire en el volumen de control $vc2, za$ (m^2).
T_{2a}:	Es la temperatura del aire que entra al volumen de control $vc2, za$ (℃).
T_{3a}:	Es la temperatura del aire que sale del volumen de control $vc2, za$ (℃).
T_{1w}:	Es la temperatura de la pared del evaporador (℃).
$C_{p,2a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que entra al volumen de control $vc2, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
ρ_{2a}:	Es la densidad del aire que entra al volumen de control $vc2, za$ (kg/m^3).
f:	Es el flujo volumétrico de aire en el volumen de control $vc2, za$ (m^3/seg).
$C_{p,3a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que sale del volumen de control $vc2, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
ρ_{3a}:	Es la densidad del aire que sale del volumen de control $vc2, za$ (kg/m^3).
$\rho_{vc2,za}$:	Es la densidad del aire en el volumen de control $vc2, za$ (kg/m^3).
$V_{vc2,za}$:	Es el volumen que ocupa el aire en el volumen de control $vc2, za$ (m^3).
$C_{v,vc2,za}$:	Es el calor específico a volumen constante en el volumen de control $vc2, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.

Fuente: Elaboración propia

En la zona de aire del evaporador, con la suposición de que no hay admisión de aire puro (o fresco), tanto la temperatura del aire como el contenido de humedad del aire, que ingresan al evaporador son determinadas como T_{2a} y W_{2a}, respectivamente. La temperatura del aire disminuye a lo largo de la pared del evaporador, y es igual a T_{3a} al final de la región de refrigeración seca, como se muestra en la Figura 16. Puesto que la región de refrigeración seca $(vc2, za)$ es generalmente pequeña, la temperatura de toda la pared del evaporador se supone a la misma temperatura T_{1w}.

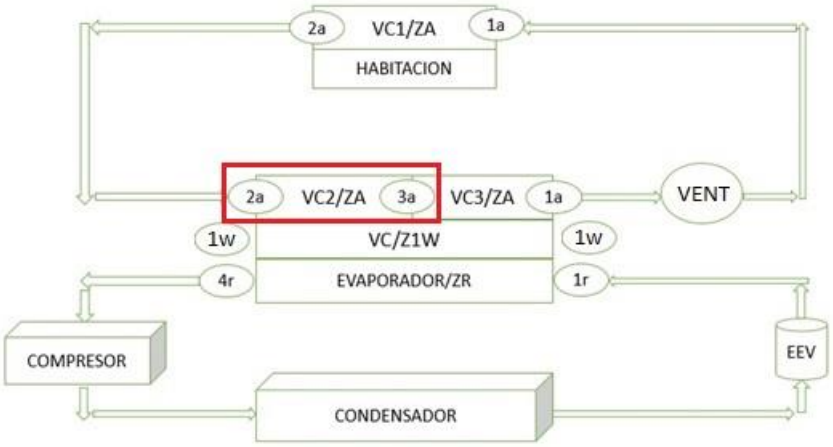

Figura 16. Volumen de control de la región seca del evaporador en la zona de aire
Fuente: Elaboración propia

Aplicando el principio del balance de energía en la región de refrigeración seca en el lado (zona) del aire cedido (producido) se establece que:

$$\dot{Q}_{net,vc} - \dot{W}_{net,vc} + \sum_{j=1}^{j}\left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{ent,vc,j}\right)\right] - \sum_{k=1}^{k}\left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{sal,vc,k}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \tag{2.44}$$

La transferencia neta de energía en forma de calor se expresa como:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \sum_{p=1}^{p} \dot{Q}_{ent,vc,p} - \sum_{q=1}^{q} \dot{Q}_{sal,vc,q} + \sum_{r=1}^{r} \dot{Q}_{int,vc,r} \tag{2.45}$$

Se considera que no existe ningún calor de entrada al volumen de control $vc2, za$:

$$\sum_{p=1}^{p} \dot{Q}_{ent,vc,p} \cong 0 \tag{2.46}$$

Se asume que existe una transferencia de calor desde $vc2, za$ hacia $vc, z1w$, es decir:

$$\sum_{q=1}^{q} \dot{Q}_{sal,vc,q} \cong \dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.47}$$

Se considera que no existe un calor generado en el interior del volumen de control $vc2, za$, es decir:

$$\sum_{r=1}^{r} \dot{Q}_{int,vc,r} \cong 0 \tag{2.48}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor se reduce a:

$$\dot{Q}_{net,vc} = -\dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.49}$$

El calor de salida del volumen de control $vc2, za$ se refiere a la transferencia de calor generada debido a las diferencias de temperaturas desde $vc2, za$ hacia $vc, z1w$. Esta transferencia de calor se da principalmente en forma de convección y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{sal,vc,1} = \dot{Q}_{conv,vc,1} = \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.50}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor en el volumen de control $vc1, za$ es:

$$\dot{Q}_{net,vc} = -\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.51}$$

La transferencia neta de energía en forma de trabajo se expresa como:

$$\dot{W}_{net,vc} = \sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} - \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \tag{2.52}$$

Para el volumen de control $vc2, za$ no existe ninguna forma de trabajo que se intercambie con el exterior, es decir:

$$\sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} \cong 0; \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \cong 0 \tag{2.53}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de trabajo en el volumen de control $vc2, za$ es aproximadamente cero:

$$\dot{W}_{net,vc} \cong 0 \tag{2.54}$$

La ecuación para el balance general de energía queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{j} \left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{ent,vc,j}\right)\right] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{k} \left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{sal,vc,k}\right)\right] \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.55}$$

Como se mencionó anteriormente, para el volumen de control $vc2, za$ sólo hay una entrada y una salida:

$$\begin{aligned} &-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \left[\left(h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{ent,vc,1}\right)\right] \\ &\quad - \left[\left(h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{sal,vc,1}\right)\right] \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.56}$$

En general, para balances de energía en dispositivos de acondicionamiento de aire las unidades de entalpías y energías internas son mucho mayores que la energía cinética y potencial que intervienen en este balance (Çengel & Boles, 2014). Entonces, se puede considerar que:

$$h_{ent,vc,1} \gg g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \qquad (2.57)$$
$$h_{sal,vc,1} \gg g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2}$$
$$u_{vc} \gg g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}$$

Según la ecuación (2.57), se puede deducir que:

$$h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \cong h_{ent,vc,1} \qquad (2.58)$$
$$h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2} \cong h_{sal,vc,1}$$
$$u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \cong u_{vc}$$

Mediante la ecuación (2.58), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.56) queda de la siguiente manera:

$$-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + \left(h_{ent,1} \cdot \dot{m}_{ent,1}\right) \qquad (2.59)$$
$$-\left(h_{sal,1} \cdot \dot{m}_{sal,1}\right) = \frac{d(m_{vc} \cdot u_{vc})}{dt}$$

Según la Figura 16, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$h_{ent,vc,1} = h_{ent,vc2,za} = h_{2a} \qquad (2.60)$$
$$h_{sal,vc,1} = h_{sal,vc12za} = h_{3a}$$
$$u_{vc} = u_{vc2,za}$$

Se estableció que el flujo másico entrante es:

$$\dot{m}_{ent,vc,1} = \dot{m}a_{ent,vc2,za} = \dot{m}a_{2a} \qquad (2.61)$$
$$\dot{m}a_{2a} = \rho_{2a} \cdot f_{2a} = \rho_{2a} \cdot f$$

Se estableció que el flujo másico saliente es:

$$\dot{m}_{sal,vc,1} = \dot{m}a_{sal,vc2,za} = \dot{m}a_{3a} \qquad (2.62)$$
$$\dot{m}a_{3a} = \rho_{3a} \cdot f_{3a} = \rho_{3a} \cdot f$$

Se estableció que el flujo másico en el volumen de control es:

$$m_{vc} = ma_{vc2,za} \qquad (2.63)$$
$$ma_{vc2,za} = \rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za}$$

Mediante las relaciones de las ecuaciones (2.60), (2.61), (2.62), y (2.63), el balance de energía para el volumen de control $vc2, za$ queda:

$$-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(h_{2a}\cdot\rho_{2a}\cdot f)-(h_{3a}\cdot\rho_{3a}\cdot f) = \frac{d}{dt}(\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot u_{vc2,za}) \tag{2.64}$$

Para gases ideales se puede establecer una relación: entre la entalpía de un gas ideal y su temperatura, y entre la energía interna de un gas ideal y su temperatura (Çengel & Boles, 2009), es decir:

$$h \cong C_p \cdot T \qquad u \cong C_v \cdot T \tag{2.65}$$

Según las relaciones establecidas en la ecuación (2.65), se puede establecer que:

$$h_{2a} \cong C_{p,2a}\cdot T_{2a} \qquad h_{3a} \cong C_{p,3a}\cdot T_{3a} \qquad u_{vc2,za} \cong C_{v,vc2,za}\cdot T_{vc2,za} \tag{2.66}$$

Usando lo establecido en la ecuación (2.66), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.64) se denota como:

$$-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(C_{p,2a}\cdot T_{2a}\cdot\rho_{2a}\cdot f)-(C_{p,3a}\cdot T_{3a}\cdot\rho_{3a}\cdot f) = \frac{d}{dt}(\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\cdot T_{vc2,za}) \tag{2.67}$$

Como se describió anteriormente existen términos que son aproximadamente constante en el tiempo, es decir:

$$\rho_{vc2,za} = cte \qquad V_{vc2,za} = cte \qquad C_{v,vc2,za} = cte \qquad T_{vc2,za} \cong T_{3a} \tag{2.68}$$

Finalmente, el balance de energía para el volumen de control $vc2, za$ es:

$$-\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(C_{p,2a}\cdot T_{2a}\cdot\rho_{2a}\cdot f)-(C_{p,3a}\cdot T_{3a}\cdot\rho_{3a}\cdot f) = \rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\cdot\frac{d}{dt}(T_{3a}) \tag{2.69}$$

2.8. Balance general de energía en la región húmeda del evaporador

En el balance general de energía en la región húmeda del evaporador se desarrolló la siguiente nomenclatura:

Tabla 4. Nomenclatura utilizada para el balance de energía en la región húmeda del evaporador

$\alpha_{vc3,za}$:	Es el coeficiente de transferencia de calor por convección en el volumen de control $vc3, za$ $(kW/m^2 \cdot ℃)$.
$A_{vc3,za}$:	Es el área ocupada por el aire en el volumen de control $vc3, za$ (m^2).
T_{3a}:	Es la temperatura del aire que entra al volumen de control $vc3, za$ (℃).
T_{1a}:	Es la temperatura del aire que sale del volumen de control $vc3, za$ (℃).
T_{1w}:	Es la temperatura de la pared del evaporador (℃).
$C_{p,3a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que entra al volumen de control $vc3, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
ρ_{3a}:	Es la densidad del aire que entra al volumen de control $vc3, za$ (kg/m^3).
f:	Es el flujo volumétrico de aire en el volumen de control $vc3, za$ (m^3/seg).
$C_{p,1a}$:	Es el calor específico a presión constante del aire que sale del volumen de control $vc3, za$ $(kJ/kg \cdot ℃)$.
ρ_{1a}:	Es la densidad del aire que sale del volumen de control $vc3, za$ (kg/m^3).
$\rho_{vc3,za}$:	Es la densidad del aire en el volumen de control $vc3, za$ (kg/m^3).
$V_{vc3,za}$:	Es el volumen que ocupa el aire en el volumen de control $vc3, za$ (m^3).
h_{fg}:	Es el calor latente de vaporización del agua (kJ/kg).
W_{3a}:	Es la humedad específica del aire que entra al volumen de control $vc3, za$ $(kg/kg_{aire\ seco})$.
W_{2a}:	Es la humedad específica del aire que entra al volumen de control $vc2, za$ $(kg/kg_{aire\ seco})$.
W_{1a}:	Es la humedad específica del aire que sale del volumen de control $vc3, za$ $(kg/kg_{aire\ seco})$.

Fuente: Elaboración propia

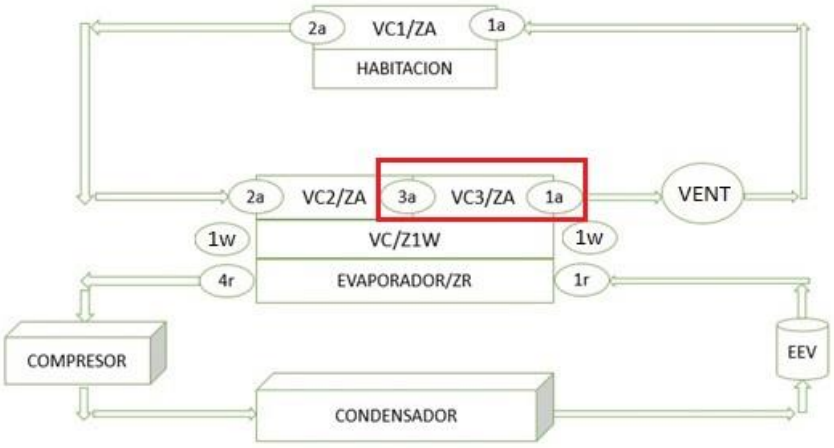

Figura 17. Volumen de control de la región húmeda del evaporador en la zona de aire
Fuente: Elaboración propia

En la región de refrigeración húmeda, no hay solamente transferencia de calor sensible entre el aire y la pared del evaporador, sino que también existe transferencia de calor latente (entre el aire y la pared del evaporador).

La refrigeración del aire junto con la deshumidificación, tienen lugar principalmente en la región de refrigeración húmeda, como se muestra en la Figura 17. Por lo tanto, el balance de energía en la región de refrigeración húmeda, puede ser escrito en la forma de entalpía.

$$\dot{Q}_{net,vc} - \dot{W}_{net,vc} + \sum_{j=1}^{j}\left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right)\cdot\left(\dot{m}_{ent,vc,j}\right)\right] - \sum_{k=1}^{k}\left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right)\cdot\left(\dot{m}_{sal,vc,k}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc})\cdot\left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \tag{2.70}$$

La transferencia neta de energía en forma de calor se expresa como:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \sum_{p=1}^{p}\dot{Q}_{ent,vc,p} - \sum_{q=1}^{q}\dot{Q}_{sal,vc,q} + \sum_{r=1}^{r}\dot{Q}_{int,vc,r} \tag{2.71}$$

Se considera que no existe ningún calor de entrada al volumen de control $vc3, za$:

$$\sum_{p=1}^{p}\dot{Q}_{ent,vc,p} \cong 0 \tag{2.72}$$

Se asume que existe una transferencia de calor desde $vc3, za$ hacia $vc, z1w$:

$$\sum_{q=1}^{q}\dot{Q}_{sal,vc,q} \cong \dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.73}$$

Se considera que no existe un calor generado en el interior del volumen de control $vc3, za$:

$$\sum_{r=1}^{r}\dot{Q}_{int,vc,r} \cong 0 \tag{2.74}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor se reduce a:

$$\dot{Q}_{net,vc} = -\dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.75}$$

El calor de salida del volumen de control $vc3, za$ se refiere a la transferencia de calor generada debido a las diferencias de temperaturas desde $vc3, za$ hacia $vc, z1w$. Esta transferencia de calor se da principalmente en forma de convección y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{sal,vc,1} = \dot{Q}_{conv,vc,1} = \left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.76}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor en el volumen de control $vc3, za$ es:

$$\dot{Q}_{net,vc} = -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.77}$$

La transferencia neta de energía en forma de trabajo se expresa como:

$$\dot{W}_{net,vc} = \sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} - \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \tag{2.78}$$

Para el volumen de control $vc3, za$ no existe ninguna forma de trabajo que se intercambie con el exterior, es decir:

$$\sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} \cong 0; \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \cong 0 \tag{2.79}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de trabajo en el volumen de control $vc3, za$ es aproximadamente cero:

$$\dot{W}_{net,vc} \cong 0 \tag{2.80}$$

La ecuación para el balance general de energía queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{j}\left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{ent,vc,j}\right)\right] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{k}\left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{sal,vc,k}\right)\right] \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[\left(m_{vc}\right) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.81}$$

Como se mencionó anteriormente, para el volumen de control $vc3, za$ sólo hay una entrada y una salida:

$$\begin{aligned} &-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \left[\left(h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{ent,vc,1}\right)\right] \\ &\quad - \left[\left(h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2}\right) \cdot \left(\dot{m}_{sal,vc,1}\right)\right] \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[\left(m_{vc}\right) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.82}$$

En general, para balances de energía en dispositivos de acondicionamiento de aire las unidades de entalpías y energías internas son mucho mayores que la energía cinética y potencial que intervienen en este balance. Entonces, se puede considerar que:

$$h_{ent,vc,1} \gg g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \tag{2.83}$$
$$h_{sal,vc,1} \gg g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2}$$
$$u_{vc} \gg g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}$$

Según la ecuación (2.83), se puede deducir que:

$$h_{ent,vc,1} + g \cdot z_{ent,vc,1} + \frac{V_{ent,vc,1}^2}{2} \cong h_{ent,vc,1} \tag{2.84}$$
$$h_{sal,vc,1} + g \cdot z_{sal,vc,1} + \frac{V_{sal,vc,1}^2}{2} \cong h_{sal,vc,1}$$
$$u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \cong u_{vc}$$

Mediante la ecuación (2.84), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.82) queda de la siguiente forma:

$$-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + \left(h_{ent,vc,1} \cdot \dot{m}_{ent,vc,1}\right) \tag{2.85}$$
$$-\left(h_{sal,1} \cdot \dot{m}_{sal,1}\right) = \frac{d}{dt}(m_{vc} \cdot u_{vc})$$

Se establecen las siguientes relaciones teniendo en cuenta que en este balance de energía se considera a la humedad contenida en el volumen de control $vc3, za$. Entonces, se establece la entalpía húmeda a la entrada y a la salida del volumen de control $vc3, za$, además de la energía interna en base húmeda en el volumen de control $vc3, za$. Por lo tanto:

$$h_{ent,vc,1} = hw_{ent,vc3,za} = hw_{3a} \tag{2.86}$$
$$h_{sal,vc,1} = hw_{sal,vc3,za} = hw_{1a}$$
$$u_{vc} = uw_{vc2,za} = hw_{vc2,za} - p_{vc2,za} \cdot v_{vc2,za}$$

Se estableció que el flujo másico entrante es:

$$\dot{m}_{ent,vc,1} = \dot{m}a_{ent,vc3,za} = \dot{m}a_{3a} \tag{2.87}$$
$$\dot{m}a_{3a} = \rho_{3a} \cdot f_{3a} = \rho_{3a} \cdot f$$

Se estableció que el flujo másico saliente es:

$$\dot{m}_{sal,vc,1} = \dot{m}a_{sal,vc3,za} = \dot{m}a_{1a} \tag{2.88}$$
$$\dot{m}a_{1a} = \rho_{1a} \cdot f_{1a} = \rho_{1a} \cdot f$$

Se estableció que la masa en el volumen de control es:

$$m_{vc} = ma_{vc3,za} \qquad (2.89)$$
$$ma_{vc3,za} = \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za}$$

Mediante las relaciones mostradas en las ecuaciones (2.86), (2.87), (2.88) y (2.89), el balance de energía para el volumen de control $vc3, za$ queda:

$$-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + (hw_{3a} \cdot \rho_{3a} \cdot f) \qquad (2.90)$$
$$- (hw_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f) = \frac{d}{dt}\left(\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot uw_{vc3,za}\right)$$

En el acondicionamiento del aire se puede establecer una ecuación que relacione la entalpía (en base húmeda) del aire con la temperatura y humedad que tenga ese mismo aire, es decir:

$$hw \cong C_p \cdot T + h_{fg} \cdot W \qquad (2.91)$$

Según la relación establecida en la ecuación (2.91), se puede deducir que:

$$hw_{3a} \cong C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{3a} \qquad (2.92)$$
$$hw_{1a} \cong C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}$$
$$hw_{vc3,za} \cong C_{p,vc3,za} \cdot T_{vc3,za} + h_{fg} \cdot W_{vc3,za}$$

Además, se resuelve la derivada de la energía interna en base húmeda como:

$$\frac{d}{dt}\left(uw_{vc3,za}\right) = \frac{d}{dt}\left(hw_{vc3,za}\right) - \frac{d}{dt}\left(p_{vc3,za} \cdot v_{vc3,za}\right) \qquad (2.93)$$

Teniendo en cuenta que el segundo término de la ecuación (2.93) es una doble derivada que se resuelve como el producto de dos funciones. Además, la presión en el volumen de control $vc3, za$ es constante, y el cambio de densidad (o de volumen específico) en este volumen de control es insignificante, se tiene:

$$\frac{d}{dt}\left(uw_{vc3,za}\right) \cong \frac{d}{dt}\left(hw_{vc2,za}\right) \cong \frac{d}{dt}\left(C_{p,vc3,za} \cdot T_{vc3,za} + h_{fg} \cdot W_{vc3,za}\right) \qquad (2.94)$$

Usando lo establecido en las ecuaciones (2.92) y (2.94), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.90) queda como:

$$-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \qquad (2.95)$$
$$+ \left(\left[C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{3a}\right] \cdot \rho_{3a} \cdot f\right)$$
$$- \left(\left[C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right] \cdot \rho_{1a} \cdot f\right)$$
$$= \frac{d}{dt}\left(\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,vc3,za} \cdot T_{vc3,za} + h_{fg} \cdot W_{vc3,za}\right]\right)$$

Como se describió anteriormente existen términos que son aproximadamente constante en el tiempo, es decir:

$$\begin{gathered}\rho_{vc3,za} = cte \\ V_{vc3,za} = cte \\ C_{p,vc3,za} = cte \\ T_{vc3,za} \cong T_{1a} \\ W_{vc3,za} \cong W_{1a} \\ W_{3a} \cong W_{2a}\end{gathered} \tag{2.96}$$

Finalmente, el balance de energía para el volumen de control $vc3, za$ es:

$$\begin{aligned}-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) &+ \left(\left[C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right] \cdot \rho_{3a} \cdot f\right) \\ &- \left(\left[C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right] \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) \\ &= \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a} \cdot \frac{d}{dt}(T_{1a}) + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg} \cdot \frac{d}{dt}(W_{1a})\end{aligned} \tag{2.97}$$

2.9. Balance general de energía en la pared del evaporador

Para el balance general de energía en la pared del evaporador se desarrolló la siguiente nomenclatura:

Tabla 5. Nomenclatura utilizada para el balance de energía en la pared del evaporador

$\alpha_{vc3,za}$:	Es el coeficiente de transferencia de calor por convección en el volumen de control $vc3, za$ $(kW/m^2 \cdot ℃)$
$A_{vc3,za}$:	Es el área ocupada por el aire en el volumen de control $vc3, za$ (m^2)
T_{3a}:	Es la temperatura del aire que entra al volumen de control $vc3, za$ (℃).
T_{1a}:	Es la temperatura del aire que sale del volumen de control $vc3, za$ (℃).
T_{1w}:	Es la temperatura de la pared del evaporador (℃).
$\alpha_{vc2,za}$:	Es el coeficiente de transferencia de calor por convección en el volumen de control $vc2, za$ $(kW/m^2 \cdot ℃)$
$A_{vc2,za}$:	Es el área ocupada por el aire en el volumen de control $vc2, za$ (m^2)
T_{2a}:	Es la temperatura del aire que entra al volumen de control $vc2, za$ (℃).
$\dot{m}_r$:	Es el flujo másico de refrigerante en el volumen de control $evap, zr$.
h_{1r}:	Es la entalpía del refrigerante que entra al volumen de control $evap, zr$.
h_{4r}:	Es la entalpía del refrigerante que sale del volumen de control $evap, zr$.
$\rho_{vc,z1w}$:	Es la densidad de la pared del evaporador (kg/m^3).
$V_{vc,z1w}$:	Es el volumen que ocupa la pared del evaporador (m^3).
$C_{vc,z1w}$:	Es el calor específico de la pared del evaporador $(kJ/kg \cdot ℃)$.

Fuente: Elaboración propia

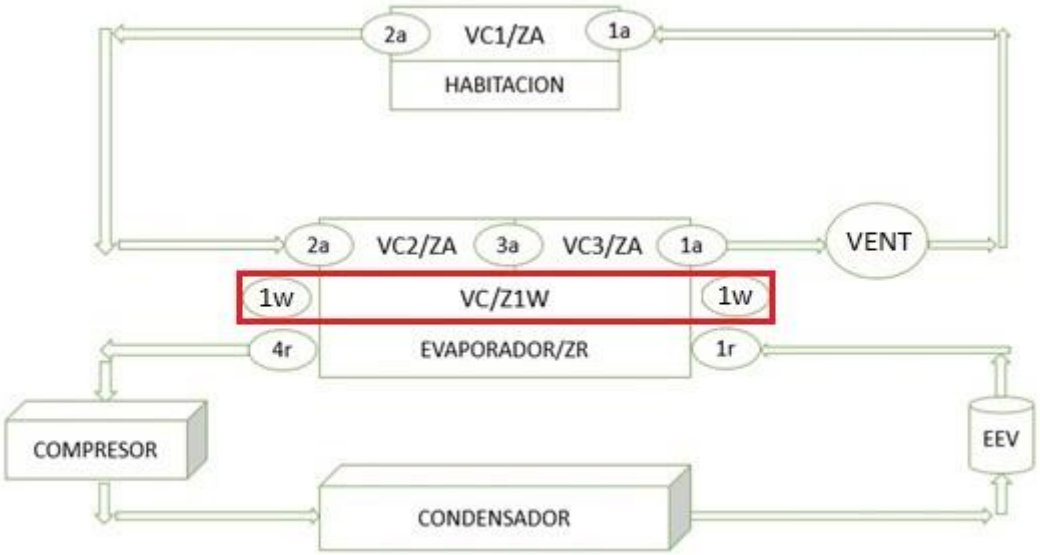

Figura 18. Volumen de control para la pared del evaporador
Fuente: Elaboración propia

Según el balance general de energía para la Figura 18, se tiene:

$$\dot{Q}_{net,vc} - \dot{W}_{net,vc} + \sum_{j=1}^{j}\left[\left(h_{ent,vc,j} + g \cdot z_{ent,vc,j} + \frac{V_{ent,vc,j}^2}{2}\right)\cdot\left(\dot{m}_{ent,vc,j}\right)\right] - \sum_{k=1}^{k}\left[\left(h_{sal,vc,k} + g \cdot z_{sal,vc,k} + \frac{V_{sal,vc,k}^2}{2}\right)\cdot\left(\dot{m}_{sal,vc,k}\right)\right] = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc})\cdot\left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \tag{2.98}$$

La transferencia neta de energía en forma de calor se expresa como:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \sum_{p=1}^{p}\dot{Q}_{ent,vc,p} - \sum_{q=1}^{q}\dot{Q}_{sal,vc,q} + \sum_{r=1}^{r}\dot{Q}_{int,vc,r} \tag{2.99}$$

Se considera que existen calores de entrada al volumen de control $vc, z1w$ provenientes del volumen de control $vc2, za$ y del volumen de control $vc3, za$:

$$\sum_{p=1}^{p}\dot{Q}_{ent,vc,p} \cong \dot{Q}_{ent,vc,1} + \dot{Q}_{ent,vc,2} \tag{2.100}$$

Se asume que existe una transferencia de calor desde $vc, z1w$ hacia $evap, zr$:

$$\sum_{q=1}^{q}\dot{Q}_{sal,vc,q} \cong \dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.101}$$

Se considera que no existe un calor generado en el interior del volumen de control $vc, z1w$:

$$\sum_{r=1}^{r} \dot{Q}_{int,vc,r} \cong 0 \tag{2.102}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor se reduce a:

$$\dot{Q}_{net,vc} = \dot{Q}_{ent,vc,1} + \dot{Q}_{ent,vc,2} - \dot{Q}_{sal,vc,1} \tag{2.103}$$

El calor de salida del volumen de control $vc3, za$, se refiere a la transferencia de calor generada debido a las diferencias de temperaturas desde $vc3, za$ hacia $vc, z1w$. Esta transferencia de calor se da principalmente en forma de convección y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{sal,vc,1} = \dot{Q}_{conv,vc,1} = \left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.104}$$

El calor de salida del volumen de control $vc2, za$, se refiere a la transferencia de calor generada debido a las diferencias de temperaturas desde $vc2, za$ hacia $vc, z1w$. Esta transferencia de calor se da principalmente en forma de convección y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{sal,vc,2} = \dot{Q}_{conv,vc,2} = \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \tag{2.105}$$

El calor de salida que va desde el volumen de control $vc, z1w$ hacia el volumen de control $evap, zr$ es generado debido a las diferencias de temperaturas, es decir:

$$\dot{Q}_{sal,vc,1} = (\dot{m}_r \cdot [h_{1r} - h_{4r}]) \tag{2.106}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de calor en el volumen de control $vc, z1w$ es:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{net,vc} = & \left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ & + \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ & - (\dot{m}_r \cdot [h_{1r} - h_{4r}]) \end{aligned} \tag{2.107}$$

La transferencia neta de energía en forma de trabajo se expresa como:

$$\dot{W}_{net,vc} = \sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} - \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \tag{2.108}$$

Para el volumen de control $vc, z1w$ no existe ninguna forma de trabajo que se intercambie con el exterior, es decir:

$$\sum_{y=1}^{y} \dot{W}_{sal,vc,y} \cong 0; \sum_{z=1}^{z} \dot{W}_{ent,vc,z} \cong 0 \tag{2.109}$$

Entonces, la transferencia neta de energía en forma de trabajo en el volumen de control $vc, z1w$ es aproximadamente cero:

$$\dot{W}_{net,vc} \cong 0 \tag{2.110}$$

La ecuación para el balance general de energía queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad - (\dot{m}_r \cdot [h_{1r} - h_{4r}]) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{j} \left[\left(h_{ent,j} + g \cdot z_{ent,j} + \frac{V_{ent,j}^2}{2}\right) \cdot (\dot{m}_{ent,j})\right] \\ &\quad - \sum_{k=1}^{k} \left[\left(h_{sal,k} + g \cdot z_{sal,k} + \frac{V_{sal,k}^2}{2}\right) \cdot (\dot{m}_{sal,k})\right] \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.111}$$

Para el volumen de control $vc, z1w$ no hay una entrada ni una salida de flujo ya que es una pared donde sólo ocurre transferencia de calor, es decir:

$$\begin{aligned} &-\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ &\quad + \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) - (\dot{m}_r \cdot [h_{1r} - h_{4r}]) \\ &\quad = \frac{d}{dt}\left[(m_{vc}) \cdot \left(u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{2.112}$$

En general, para balances de energía en dispositivos de acondicionamiento de aire, las unidades de entalpía y de energía interna son mucho mayores que la energía cinética y potencial que intervienen en este balance. Entonces, se puede considerar que:

$$u_{vc} \gg g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \tag{2.113}$$

Según la ecuación (2.113), se puede deducir:

$$u_{vc} + g \cdot z_{vc} + \frac{V_{vc}^2}{2} \cong u_{vc} \tag{2.114}$$

Mediante la ecuación (2.114), el balance de energía mostrado en la ecuación (2.112)*(2.29)* queda de la siguiente manera:

$$\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) + \left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) - (\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]) = \frac{d}{dt}(m_{vc}\cdot u_{vc}) \tag{2.115}$$

Además, se establecen la siguiente relación:

$$u_{vc} = u_{vc,z1w} = C_{vc,z1w}\cdot T_{1w} \tag{2.116}$$

Entonces, el balance de energía para el volumen de control $vc, z1w$ queda:

$$\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) + \left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) - (\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]) = \frac{d}{dt}\left(\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\cdot T_{1w}\right) \tag{2.117}$$

Como se describió anteriormente, existen términos que son aproximadamente constante en el tiempo, es decir:

$$\begin{aligned}\rho_{vc,z1w} &= cte\\ V_{vc,z1w} &= cte\\ C_{vc,z1w} &= cte\end{aligned} \tag{2.118}$$

Finalmente, el balance de energía para el volumen de control $vc, z1w$ es:

$$\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) + \left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right) - (\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]) = \rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\cdot\frac{d(T_{1w})}{dt} \tag{2.119}$$

2.10. Relación termodinámica entre la temperatura y la humedad en $1a$

El aire de suministro que sale del evaporador se asume que es 95% saturado $(\emptyset)$, es decir, el aire que sale del evaporador, posee una humedad relativa de 95% (Qi & Deng, 2009).

La relación entre el contenido de humedad específica del aire (W_{1a}) y la temperatura del aire (T_{1a}), se puede derivar mediante el trazado y posterior ajuste de una curva para una humedad relativa de 95% en la carta psicrométrica, es decir:

$$W_{1a} = (a_{1a} \cdot T_{1a}^2) + (b_{1a} \cdot T_{1a}) + (c_{1a}) \tag{2.120}$$

Por lo tanto, derivando la ecuación (2.120):

$$\frac{dW_{1a}}{dt} = ([2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}] + b_{1a}) \cdot \frac{dT_{1a}}{dt} \tag{2.121}$$

2.11. Balance general para el modelo matemático del sistema completo

Teniendo en cuenta al sistema completo, se pueden establecer las siguientes ecuaciones que relacionan a los puntos importantes mostrados en la Figura 19. Las ecuaciones que modelan al sistema son:

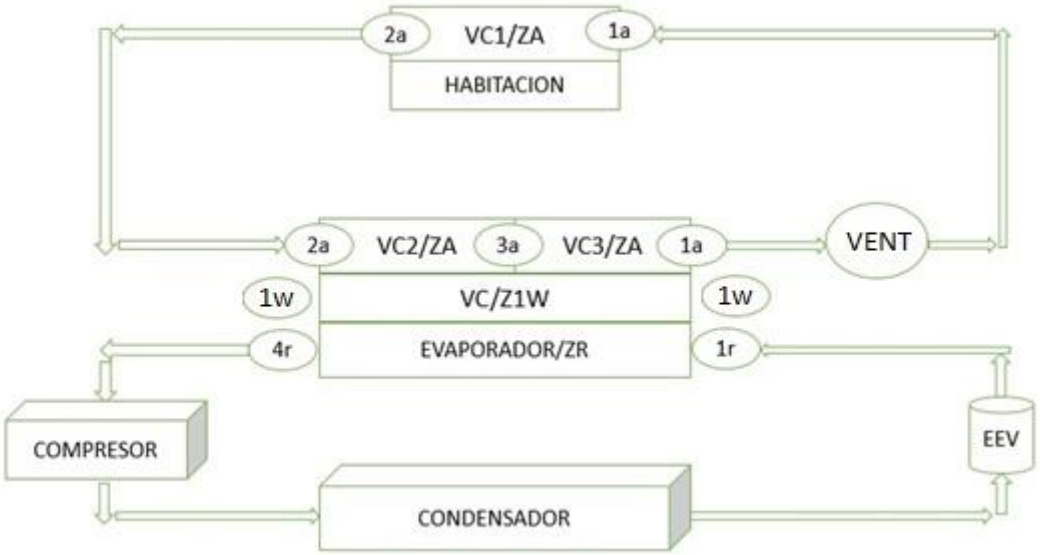

Figura 19. Esquema total para el modelado del sistema de aire acondicionado
Fuente: Elaboración propia

-En $vc1, za$

$$\begin{aligned}(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}) \cdot \frac{dT_{2a}}{dt} \\ = (\dot{Q}_{load}) + (k_{spl} \cdot f) + (\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a} \cdot T_{1a}) \\ - (\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a} \cdot T_{2a})\end{aligned} \tag{2.122}$$

$$(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}) \cdot \frac{dW_{2a}}{dt} = (\dot{M}_{load}) + (W_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f) - (W_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f) \tag{2.123}$$

-En $vc2, za$

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\right)\cdot\frac{dT_{3a}}{dt}&\\ =-\left(h_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)&\\ +\left(\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a}\right)-\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a}\right)&\end{aligned} \tag{2.124}$$

-En $vc3, za$

$$\begin{aligned}-\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+\left(\left[C_{p,3a}\cdot T_{3a}+h_{fg}\cdot W_{2a}\right]\cdot\rho_{3a}\cdot f\right)&\\ -\left(\left[C_{p,1a}\cdot T_{1a}+h_{fg}\cdot W_{1a}\right]\cdot\rho_{1a}\cdot f\right)&\\ =\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\cdot\frac{d}{dt}(T_{1a})+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\cdot\frac{d}{dt}(W_{1a})&\end{aligned} \tag{2.125}$$

-En $vc, z1w$

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\right)\cdot\frac{dT_{1w}}{dt}&\\ =\left(h_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)&\\ +\left(h_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)&\\ -\left(\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]\right)&\end{aligned} \tag{2.126}$$

-Relación termodinámica entre W_{1a} y T_{1a}

$$W_{1a}=(a_{1a}\cdot T_{1a}^2)+(b_{1a}\cdot T_{1a})+c_{1a} \tag{2.127}$$

$$\frac{dW_{1a}}{dt}=([2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a})\cdot\frac{dT_{1a}}{dt}$$

$$\left(\frac{1}{[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a}}\right)\cdot\frac{dW_{1a}}{dt}=\frac{dT_{1a}}{dt}$$

Capítulo 3

Modelo matemático representado en el espacio de estados

3.1. Modelo matemático no lineal

En el capítulo 2 se dedujeron las ecuaciones diferenciales que hacen referencia al modelo matemático no lineal que representa al sistema de aire acondicionado en estudio (sistema todo refrigerante de expansión directa). En las ecuaciones siguientes se muestran de forma resumida, todas las ecuaciones diferenciales no lineales que representan la dinámica del modelo matemático del sistema de aire acondicionado.

-En $vc1, za$ se cumple:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}\right) \cdot \frac{dT_{2a}}{dt} \\ = \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(k_{spl} \cdot f\right) + \left(\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a} \cdot T_{1a}\right) \\ - \left(\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a} \cdot T_{2a}\right)\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}\right) \cdot \frac{dW_{2a}}{dt} = \left(\dot{M}_{load}\right) + \left(W_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) - \left(W_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f\right) \tag{3.2}$$

-En $vc2, za$ se cumple:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}\right) \cdot \frac{dT_{3a}}{dt} \\ = -\left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{2a} + T_{3a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) \\ + \left(\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a} \cdot T_{2a}\right) - \left(\rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a} \cdot T_{3a}\right)\end{aligned} \tag{3.3}$$

-En $vc3, za$ se cumple:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}\right) \cdot \frac{dT_{1a}}{dt} + \left(\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} \\ = -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + \left(\rho_{3a} \cdot f\right) \\ \cdot \left(C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - \left(\rho_{1a} \cdot f\right) \cdot \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.4}$$

-En $vc, z1w$ se cumple:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\right)\cdot\frac{dT_{1w}}{dt} &= \left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)\\ &+\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)-\left(\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]\right)\end{aligned} \tag{3.5}$$

-Se establecieron unas relaciones termodinámicas entre W_{1a} y T_{1a}, es decir:

$$W_{1a}=(a_{1a}\cdot T_{1a}^2)+(b_{1a}\cdot T_{1a})+(c_{1a}) \tag{3.6}$$

$$\frac{dW_{1a}}{dt}=([2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a})\cdot\frac{dT_{1a}}{dt}$$

$$\frac{dT_{1a}}{dt}=\left(\frac{1}{[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a}}\right)\cdot\frac{dW_{1a}}{dt}$$

3.1.1. Simplificación del modelo matemático no lineal

A continuación se explica detalladamente la simplificación que se lleva a cabo en cada una de las ecuaciones diferenciales que componen al modelo matemático no lineal.

En $vc3, za$ se cumple:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\right)\cdot\frac{dT_{1a}}{dt}+\left(\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\right)\cdot\frac{dW_{1a}}{dt} &= -\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(\rho_{3a}\cdot f)\\ \cdot\left(C_{p,3a}\cdot T_{3a}+h_{fg}\cdot W_{2a}\right)-(\rho_{1a}\cdot f)\cdot\left(C_{p,1a}\cdot T_{1a}+h_{fg}\cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.7}$$

Si se utiliza una de las relaciones termodinámicas mostradas en la ecuación (3.6), es decir:

$$\frac{dW_{1a}}{dt}=([2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a})\cdot\frac{dT_{1a}}{dt} \tag{3.8}$$

Utilizando la ecuación (3.8) dentro de la ecuación (3.7), se tiene:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\right)\cdot\frac{dT_{1a}}{dt}+\left(\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\right)\cdot([2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a})\cdot\frac{dT_{1a}}{dt} &= -\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(\rho_{3a}\cdot f)\\ \cdot\left(C_{p,3a}\cdot T_{3a}+h_{fg}\cdot W_{2a}\right)-(\rho_{1a}\cdot f)\cdot\left(C_{p,1a}\cdot T_{1a}+h_{fg}\cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.9}$$

Por lo tanto, la ecuación diferencial no lineal para T_{1a} es:

$$\begin{aligned}\left(\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\right]+\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\right]\cdot[(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a})+b_{1a}]\right)\cdot\frac{dT_{1a}}{dt} &= -\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(\rho_{3a}\cdot f)\\ \cdot\left(C_{p,3a}\cdot T_{3a}+h_{fg}\cdot W_{2a}\right)-(\rho_{1a}\cdot f)\cdot\left(C_{p,1a}\cdot T_{1a}+h_{fg}\cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.10}$$

Por otro lado, utilizando otra de las relaciones termodinámicas mostradas en la ecuación (3.6), es decir:

$$\left(\frac{1}{[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}] + b_{1a}}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} = \frac{dT_{1a}}{dt} \tag{3.11}$$

Y sabiendo que la ecuación diferencial no lineal para T_{1a} es:

$$\begin{aligned} &\left([\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}] + [\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}] \cdot [(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}) + b_{1a}]\right) \cdot \frac{dT_{1a}}{dt} \\ &= -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + (\rho_{3a} \cdot f) \\ &\cdot \left(C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - (\rho_{1a} \cdot f) \cdot \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$

Usando la ecuación (3.11) dentro de la ecuación (3.12), se tiene:

$$\begin{aligned} &\left([\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}] + [\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}] \cdot [(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}) + b_{1a}]\right) \\ &\cdot \left(\frac{1}{[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}] + b_{1a}}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} \\ &= -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + (\rho_{3a} \cdot f) \\ &\cdot \left(C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - (\rho_{1a} \cdot f) \cdot \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right) \end{aligned} \tag{3.13}$$

Por lo tanto, la ecuación diferencial no lineal para W_{1a} es:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{[\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}] + [\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}] \cdot [(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}) + b_{1a}]}{[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}] + b_{1a}}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} \\ &= -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + (\rho_{3a} \cdot f) \\ &\cdot \left(C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - (\rho_{1a} \cdot f) \cdot \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right) \end{aligned} \tag{3.14}$$

Se procede a ordenar cada una de las ecuaciones diferenciales no lineales que conforman al modelo matemático que representa al sistema de aire acondicionado:

-Para T_{1a}

$$\begin{aligned} &\left([\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}] + [\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}] \cdot [(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a}) + b_{1a}]\right) \cdot \frac{dT_{1a}}{dt} \\ &= -\left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[\left(\frac{T_{3a} + T_{1a}}{2}\right) - T_{1w}\right]\right) + (\rho_{3a} \cdot f) \\ &\cdot \left(C_{p,3a} \cdot T_{3a} + h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - (\rho_{1a} \cdot f) \cdot \left(C_{p,1a} \cdot T_{1a} + h_{fg} \cdot W_{1a}\right) \end{aligned} \tag{3.15}$$

-Para T_{2a}

$$\begin{aligned} &\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}\right) \cdot \frac{dT_{2a}}{dt} \\ &= \left(\dot{Q}_{load}\right) + \left(k_{spl} \cdot f\right) + \left(\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a} \cdot T_{1a}\right) \\ &- \left(\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a} \cdot T_{2a}\right) \end{aligned} \tag{3.16}$$

-Para T_{3a}

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\right)\cdot\frac{dT_{3a}}{dt} &= -\left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)\\ &+\left(\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a}\right)-\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a}\right)\end{aligned} \tag{3.17}$$

-Para T_{1w}

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\right)\cdot\frac{dT_{1w}}{dt} &= \left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{2a}+T_{3a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)\\ &+\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)\\ &-\left(\dot{m}_r\cdot[h_{1r}-h_{4r}]\right)\end{aligned} \tag{3.18)(3.5}$$

-Para W_{1a}

$$\begin{aligned}\left(\frac{\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\right]+\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\right]\cdot[(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a})+b_{1a}]}{[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}]+b_{1a}}\right)\cdot\frac{dW_{1a}}{dt} &= -\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot\left[\left(\frac{T_{3a}+T_{1a}}{2}\right)-T_{1w}\right]\right)+(\rho_{3a}\cdot f)\\ &\cdot\left(C_{p,3a}\cdot T_{3a}+h_{fg}\cdot W_{2a}\right)-(\rho_{1a}\cdot f)\cdot\left(C_{p,1a}\cdot T_{1a}+h_{fg}\cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.19}$$

-Para W_{2a}

$$\left(\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\right)\cdot\frac{dW_{2a}}{dt}=\left(\dot{M}_{load}\right)+(W_{1a}\cdot\rho_{1a}\cdot f)-(W_{2a}\cdot\rho_{2a}\cdot f) \tag{3.20}$$

Posteriormente, se expanden y se ordenan cada una de las ecuaciones diferenciales no lineales que constituyen al modelo matemático del sistema de aire acondicionado.

-Para T_{1a}:

Se expande la ecuación (3.15), es decir:

$$\begin{aligned}\left(\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}\right]+\left[\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}\right]\cdot[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}]\right)\cdot\frac{dT_{1a}}{dt} &= -\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{3a}\right)-\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{1a}\right)\\ &+\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{1w}\right)+\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a}\right)\\ &+\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}\cdot W_{2a}\right)-\left(\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}\cdot T_{1a}\right)-\left(\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}\cdot W_{1a}\right)\end{aligned} \tag{3.21}$$

Y después se ordena la ecuación (3.21), es decir:

$$\begin{aligned}\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left(C_{p,1a}+h_{fg}\cdot[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}]\right)\cdot\frac{dT_{1a}}{dt} &= -\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}\right)\cdot T_{1a}\\ &-\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\right)\cdot T_{3a}+\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\right)\\ &\cdot T_{1w}-\left(\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}\right)\cdot W_{1a}+\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}\right)\cdot W_{2a}\end{aligned} \tag{3.22}$$

-Para T_{2a}:

Se expande la ecuación (3.16), es decir:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}\right)\cdot\frac{dT_{2a}}{dt}\\ =\left(\dot{Q}_{load}\right)+\left(k_{spl}\cdot f\right)+\left(\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}\cdot T_{1a}\right)-\left(\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a}\right)\end{aligned}\tag{3.23}$$

Y después se ordena la ecuación (3.23), es decir:

$$\begin{aligned}\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}\cdot\frac{dT_{2a}}{dt}\\ =\left(\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}\right)\cdot T_{1a}-\left(\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\right)\cdot T_{2a}+\left(k_{spl}\right)\cdot f+\left(\dot{Q}_{load}\right)\end{aligned}\tag{3.24}$$

-Para T_{3a}:

Se expande la ecuación (3.17), es decir:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\right)\cdot\frac{dT_{3a}}{dt}\\ =-\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{2a}\right)-\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{3a}\right)\\ +\left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{1w}\right)+\left(\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a}\right)\\ -\left(\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a}\right)\end{aligned}\tag{3.25}$$

Y después se ordena la ecuación (3.25), es decir:

$$\begin{aligned}\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}\cdot\frac{dT_{3a}}{dt}\\ =-\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}\right)\cdot T_{2a}\\ -\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}\right)\cdot T_{3a}\\ +\left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\right)\cdot T_{1w}\end{aligned}\tag{3.26}$$

-Para T_{1w}:

Se expande la ecuación (3.18)(3.5), es decir:

$$\begin{aligned}\left(\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}\right)\cdot\frac{dT_{1w}}{dt}\\ =\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{2a}\right)+\left(0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{3a}\right)\\ -\left(\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}\cdot T_{1w}\right)+\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{3a}\right)\\ +\left(0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{1a}\right)-\left(\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{1w}\right)\\ -\left(\dot{m}_r\cdot h_{1r}\right)+\left(\dot{m}_r\cdot h_{4r}\right)\end{aligned}\tag{3.27}$$

Y después se ordena la ecuación (3.27), es decir:

$$\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w} \cdot \frac{dT_{1w}}{dt} = \left(0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}\right) \cdot T_{1a} + \left(0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}\right) \cdot T_{2a} + \left(0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}\right) \cdot T_{3a} - \left(\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}\right) \cdot T_{1w} - (h_{1r} - h_{4r}) \cdot \dot{m}_r \tag{3.28}$$

-Para W_{1a}:

Se expande la ecuación (3.19), es decir:

$$\left(\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} = -\left(0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot T_{3a}\right) - \left(0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot T_{1a}\right) + \left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot T_{1w}\right) + \left(\rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a} \cdot T_{3a}\right) + \left(\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg} \cdot W_{2a}\right) - \left(\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a} \cdot T_{1a}\right) - \left(\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg} \cdot W_{1a}\right) \tag{3.29}$$

Y después se ordena la ecuación (3.29), es decir:

$$\left(\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}\right) \cdot \frac{dW_{1a}}{dt} = -\left(0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}\right) \cdot T_{1a} - \left(0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}\right) \cdot T_{3a} + \left(\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}\right) \cdot T_{1w} - \left(\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}\right) \cdot W_{1a} + \left(\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}\right) \cdot W_{2a} \tag{3.30}$$

-Para W_{2a}:

Se expande la ecuación (3.20), es decir:

$$\left(\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}\right) \cdot \frac{dW_{2a}}{dt} = \left(\dot{M}_{load}\right) + \left(W_{1a} \cdot \rho_{1a} \cdot f\right) - \left(W_{2a} \cdot \rho_{2a} \cdot f\right) \tag{3.31}$$

Y después se ordena la ecuación (3.31), es decir:

$$\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot \frac{dW_{2a}}{dt} = \left(\rho_{1a} \cdot f\right) \cdot W_{1a} - \left(\rho_{2a} \cdot f\right) \cdot W_{2a} + \left(\dot{M}_{load}\right) \tag{3.32}$$

Finalmente, se despeja el término de derivación en cada una de las ecuaciones diferenciales no lineales que constituyen al modelo matemático, es decir, en las ecuaciones (3.22), (3.24), (3.26), (3.28), (3.30) y (3.32). Por lo tanto, se conforma un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que representada al modelo matemático del sistema de aire acondicionado mediante las ecuaciones (3.33), (3.34), (3.35), (3.36), (3.37) y (3.38) que se muestran a continuación.

-Para T_{1a}

$$\frac{dT_{1a}}{dt} = -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a} \tag{3.33}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

-Para T_{2a}

$$\frac{dT_{2a}}{dt} = \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a} \tag{3.34}$$
$$+\left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f + \left(\frac{\dot{Q}_{load}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right)$$

-Para T_{3a}

$$\frac{dT_{3a}}{dt} = -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} - \rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{2a} \tag{3.35}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{1w}$$

-Para T_{1w}

$$\frac{dT_{1w}}{dt} = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a} + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a} \tag{3.36}$$
$$+\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$-\left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r$$

-Para W_{1a}

$$\frac{dW_{1a}}{dt} = -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a} - \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a} + \left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w} - \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a} + \left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a} \tag{3.37}$$

-Para W_{2a}

$$\frac{dW_{2a}}{dt} = \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{2a} + \left(\frac{\dot{M}_{load}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \tag{3.38}$$

3.2. Sistema de ecuaciones no lineales en el espacio de estados

La representación en el espacio de estados de un modelo matemático de un sistema físico se describe mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado que se relacionan por medio de ecuaciones diferenciales de primer orden que forman en conjunto una ecuación diferencial matricial de primer orden. Para no depender del número de entradas, salidas y estados, las variables son representadas mediante vectores y las ecuaciones diferenciales algebraicas se escriben en forma matricial.

La representación en espacio de estados tiene la ventaja de representar de manera compacta sencilla un sistema a modelar y el posterior análisis para sistemas con múltiples entradas y salidas.

3.2.1. Caso a: sistema variante con el tiempo

En el caso de sistemas no lineales la representación en el espacio de estados se determina mediante las siguientes ecuaciones matriciales para sistemas variantes con el tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) \end{aligned} \tag{3.39}$$

Se contemplan n estados:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

Con r entradas (variables manipuladas):

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

Con m salidas (variables de salida):

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

Las funciones de estado y las funciones de salida se declaran mediante:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix} \tag{3.43}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix} \tag{3.44}$$

3.2.2. Caso b: sistema invariante con el tiempo

En el caso de sistemas no lineales la representación en el espacio de estados se determina mediantes las siguientes ecuaciones matriciales para sistemas invariantes con el tiempo:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \\ \boldsymbol{y} &= g(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{3.45}$$

Se contemplan n estados:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \tag{3.46}$$

Con r entradas (variables manipuladas):

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \tag{3.47}$$

Con m salidas (variables de salida):

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

Las funciones de estado y las funciones de salida se declaran mediante:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

3.2.3. Modelo matemático en estudio

El modelo matemático en estudio es invariante con el tiempo (no existen términos que sean explícitamente dependientes del tiempo), por ende, se tiene el caso b de un sistema no lineal en el espacio de estados. Es decir, se tiene un modelo matemático:

-Con 6 estados:

$$n = 6 \tag{3.51}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1a}(t) \\ T_{2a}(t) \\ T_{3a}(t) \\ T_{1w}(t) \\ W_{1a}(t) \\ W_{2a}(t) \end{bmatrix}$$

-Con 2 entradas (variables manipuladas):

$$r = 2 \tag{3.52}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ \dot{m}_r(t) \end{bmatrix}$$

-Las funciones de estado son:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1,0,x_3,x_4,x_5,x_6;u_1,0) \\ f_2(x_1,x_2,0{,}0{,}0{,}0;u_1,0) \\ f_3(0,x_2,x_3,x_4,0{,}0;u_1,0) \\ f_4(x_1,x_2,x_3,x_4,0{,}0;0,u_2) \\ f_5(x_1,0,x_3,x_4,x_5,x_6;u_1,0) \\ f_6(0{,}0{,}0{,}0,x_5,x_6;u_1,0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \\ f_2(T_{1a},T_{2a},0{,}0{,}0{,}0;f,0) \\ f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) \\ f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r) \\ f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \\ f_6(0{,}0{,}0{,}0,W_{1a},W_{2a};f,0) \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \quad (3.54)\\ = -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1a} \\ -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{3a} \\ +\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1w} \\ -\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{1a} \\ +\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0{,}0{,}0{,}0;f,0) \quad (3.55)\\ = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ -\left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ +\left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f+\left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right) \\ \cdot\dot{Q}_{load} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) \quad (3.56)\\ = -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ +\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned}$$

$$f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r) \tag{3.57}$$
$$= \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$+ \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a}$$
$$+ \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$- \left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$- \left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r$$

$$f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.58}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$- \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+ \left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$- \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+ \left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a}$$

$$f_6(0{,}0{,}0{,}0, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.59}$$
$$= \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{2a}$$
$$+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot \dot{M}_{load}$$

-Con 2 salidas (variables de salida):

$$m = 2 \tag{3.60}$$
$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{2a}(t) \\ W_{2a}(t) \end{bmatrix}$$

-Las funciones de salida son:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, 0,0,0,0; u_1, 0) \\ g_2(0,0,0,0, x_5, x_6; u_1, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) \\ g_2(0,0,0,0, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \end{bmatrix} \tag{3.61}$$

Siendo:

$$\begin{aligned} g_1(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) &= \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \\ &\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.62}$$

$$\begin{aligned} g_2(0,0,0,0, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) &= \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot W_{2a} \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za}}\right) \cdot \dot{M}_{load} \end{aligned} \tag{3.63}$$

3.3. Linealización de Lyapunov y estabilidad local

El método de linealización de Lyapunov se refiere al análisis de la estabilidad local. Dado que todos los sistemas físicos pueden ser considerados no-lineales en algún grado, este método sirve como justificación para el uso de las técnicas lineales en sistemas no-lineales.

La linealización del sistema (caso b):

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{3.64}$$

En torno al punto de operación en estado estacionario $(\boldsymbol{u_{op}}, \boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{y_{op}})$ está dada por:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{A} \cdot \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B} \cdot \Delta\boldsymbol{u} \\ \Delta\boldsymbol{y} &= \boldsymbol{C} \cdot \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D} \cdot \Delta\boldsymbol{u} \end{aligned} \tag{3.65}$$

Donde:

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\ u=u_{op}}} \tag{3.66}$$

$$dim(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n}$$

$$\boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\ u=u_{op}}}$$

$$dim(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{r}$$

$$\boldsymbol{C} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\ u=u_{op}}}$$

$$dim(\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$$

$$\boldsymbol{D} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\substack{x=x_{p}\\ u=u_{p}}}$$

$$dim(\boldsymbol{D}) = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{r}$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \Delta\boldsymbol{x} &= \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_{op}} \\ \Delta\boldsymbol{u} &= \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u_{op}} \\ \Delta\boldsymbol{y} &= \boldsymbol{y} - \boldsymbol{y_{op}} \end{aligned} \tag{3.67}$$

Además $\Delta\boldsymbol{x}, \Delta\boldsymbol{u}$ *y* $\Delta\boldsymbol{y}$, son variaciones de $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$ e $\boldsymbol{y}$, respectivamente, en torno al punto de operación en estado estacionario dado por $(\boldsymbol{u_{op}}, \boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{y_{op}})$. Nótese que en el caso no lineal, el punto $(\boldsymbol{u_{op}}, \boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{y_{op}})$ satisface las igualdades:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{0} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{u_{op}}) \\ \boldsymbol{y_{op}} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{u_{op}}) \end{aligned} \tag{3.68}$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \tag{3.69}$$

$$= \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,n-1} & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,n-1} & A_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n-1,1} & A_{n-1,2} & \cdots & A_{n-1,n-1} & A_{n-1,n} \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \cdots & A_{n,n-1} & A_{n,n} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \tag{3.70}$$

$$= \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_{n-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_n(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & \cdots & B_{1,r-1} & B_{1,r} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & \cdots & B_{2,r-1} & B_{2,r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{n-1,1} & B_{n-1,2} & \cdots & B_{n-1,r-1} & B_{n-1,r} \\ B_{n,1} & B_{n,2} & \cdots & B_{n,r-1} & B_{n,r} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \tag{3.71}$$

$$= \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_{n-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_n}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & \cdots & C_{1,n-1} & C_{1,n} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \cdots & C_{2,n-1} & C_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m-1,1} & C_{m-1,2} & \cdots & C_{m-1,n-1} & C_{m-1,n} \\ C_{m,1} & C_{m,2} & \cdots & C_{m,n-1} & C_{m,n} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \tag{3.72}$$

$$= \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_{m-1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \cdots & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_{r-1}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial g_m(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_r}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} D_{1,1} & D_{1,2} & \cdots & D_{1,r-1} & D_{1,r} \\ D_{2,1} & D_{2,2} & \cdots & D_{2,r-1} & D_{2,r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{m-1,1} & D_{m-1,2} & \cdots & D_{m-1,r-1} & D_{m-1,r} \\ D_{m,1} & D_{m,2} & \cdots & D_{m,r-1} & D_{m,r} \end{bmatrix}$$

3.4. Linealización de Lyapunov para el modelo en estudio

Se tiene un modelo matemático:

-Con 6 estados:

$$n = 6 \tag{3.73}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1a}(t) \\ T_{2a}(t) \\ T_{3a}(t) \\ T_{1w}(t) \\ W_{1a}(t) \\ W_{2a}(t) \end{bmatrix}$$

-Con 2 entradas (variables manipuladas):

$$r = 2 \tag{3.74}$$

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_{r-1}(t) \\ u_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ \dot{m}_r(t) \end{bmatrix}$$

-Con 2 salidas (variables de salida):

$$m = 2 \tag{3.75}$$

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_{m-1}(t) \\ y_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{2a}(t) \\ W_{2a}(t) \end{bmatrix}$$

-Siendo $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})$:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ \vdots \\ f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, 0, x_3, x_4, x_5, x_6; u_1, 0) \\ f_2(x_1, x_2, 0,0,0,0; u_1, 0) \\ f_3(0, x_2, x_3, x_4, 0,0; u_1, 0) \\ f_4(x_1, x_2, x_3, x_4, 0,0; 0, u_2) \\ f_5(x_1, 0, x_3, x_4, x_5, x_6; u_1, 0) \\ f_6(0,0,0,0, x_5, x_6; u_1, 0) \end{bmatrix} \tag{3.76}$$

$$= \begin{bmatrix} f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \\ f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) \\ f_3(0, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0,0; f, 0) \\ f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0,0; 0, \dot{m}_r) \\ f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \\ f_6(0,0,0,0, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \end{bmatrix}$$

$$f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.77}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

$$f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) \tag{3.78}$$
$$= \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a}$$
$$+\left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right)$$
$$\cdot \dot{Q}_{load}$$

$$f_3(0, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0,0; f, 0) \tag{3.79}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} - \rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{2a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za} \cdot V_{vc2,za} \cdot C_{v,vc2,za}}\right) \cdot T_{1w}$$

$$f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0,0; 0, \dot{m}_r) \tag{3.80}$$
$$= \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$+\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a}$$
$$+\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$-\left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r$$

$$f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \tag{3.81}$$
$$= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{2a}$$

$$f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) \tag{3.82}$$
$$=\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a}-\left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a}$$
$$+\left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load}$$

-Siendo $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})$:

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})=\begin{bmatrix} g_1(x_1,x_2,\dots,x_n;u_1,u_2,\dots,u_r)\\ g_2(x_1,x_2,\dots,x_n;u_1,u_2,\dots,u_r)\\ \vdots\\ g_m(x_1,x_2,\dots,x_n;u_1,u_2,\dots,u_r)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} g_1(x_1,x_2,0,0,0,0;u_1,0)\\ g_2(0,0,0,0,x_5,x_6;u_1,0)\end{bmatrix} \tag{3.83}$$
$$=\begin{bmatrix} g_1(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)\\ g_2(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)\end{bmatrix}$$

$$g_1(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) \tag{3.84}$$
$$=\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a}$$
$$+\left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f+\left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)$$
$$\cdot \dot{Q}_{load}$$

$$g_2(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \tag{3.85}$$

-Siendo $\boldsymbol{x_{op}}$ y $\boldsymbol{u_{op}}$:

$$\boldsymbol{x_{op}} = \begin{bmatrix} x_{1,op}(t) \\ x_{2,op}(t) \\ \vdots \\ x_{n-1,op}(t) \\ x_{n,op}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,op}(t) \\ x_{2,op}(t) \\ x_{3,op}(t) \\ x_{4,op}(t) \\ x_{5,op}(t) \\ x_{6,op}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{1a,op}(t) \\ T_{2a,op}(t) \\ T_{3a,op}(t) \\ T_{1w,op}(t) \\ W_{1a,op}(t) \\ W_{2a,op}(t) \end{bmatrix} \tag{3.86}$$

$$\boldsymbol{u_{op}} = \begin{bmatrix} u_{1,op}(t) \\ u_{2,op}(t) \\ \vdots \\ u_{r-1,op}(t) \\ u_{r,op}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1,op}(t) \\ u_{2,op}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{op}(t) \\ \dot{m}_{r,op}(t) \end{bmatrix}$$

3.4.1. Cálculo de la matriz $\boldsymbol{A}$

En el modelo en estudio se considera:

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.87}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & A_{1,4} & A_{1,5} & A_{1,6} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & A_{2,4} & A_{2,5} & A_{2,6} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & A_{3,4} & A_{3,5} & A_{3,6} \\ A_{4,1} & A_{4,2} & A_{4,3} & A_{4,4} & A_{4,5} & A_{4,6} \\ A_{5,1} & A_{5,2} & A_{5,3} & A_{5,4} & A_{5,5} & A_{5,6} \\ A_{6,1} & A_{6,2} & A_{6,3} & A_{6,4} & A_{6,5} & A_{6,6} \end{bmatrix} \tag{3.88}$$

-Cálculo del elemento $A_{1,1}$

Por definición

$$A_{1,1} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.89}$$

Si

$$
\begin{aligned}
&f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \\
&\quad = -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a} \\
&\quad - \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a} \\
&\quad + \left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w} \\
&\quad - \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a} \\
&\quad + \left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}
\end{aligned}
\tag{3.90}
$$

Entonces

$$
\begin{aligned}
&A_{1,1} \\
&= -\left(\frac{\left[0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f_{op} \cdot C_{p,1a}\right] \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\
&+ \left(\frac{2 \cdot h_{fg} \cdot a_{1a} \cdot T_{3a,op} \cdot \left[0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f_{op} \cdot C_{p,3a}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\
&- \left(\frac{2 \cdot h_{fg} \cdot a_{1a} \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot T_{1w,op}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\
&+ \left(\frac{2 \cdot h_{fg}^2 \cdot a_{1a} \cdot f_{op} \cdot \left[\rho_{1a} \cdot W_{1a,op} - \rho_{3a} \cdot W_{2a,op}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]^2}\right)
\end{aligned}
\tag{3.91}
$$

-Cálculo del elemento $A_{1,2}$

Por definición

$$
A_{1,2} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial T_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.92}
$$

Si

$$f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.93}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces, f_1 no depende de T_{2a}

$$A_{1,2} = 0 \tag{3.94}$$

-Cálculo del elemento $A_{1,3}$

Por definición

$$A_{1,3} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_3}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial T_{3a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.95}$$

Si

$$f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.96}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{1,3} = -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f_{op} \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a})\right]}\right) \tag{3.97}$$

-Cálculo del elemento $A_{1,4}$

Por definición

$$A_{1,4} = \frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_4}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \frac{\partial f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{1w}}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.98}$$

Si

$$\begin{aligned} f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1w} \\ &-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{1a} \\ &+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.99}$$

Entonces

$$A_{1,4} = \left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.100}$$

-Cálculo del elemento $A_{1,5}$

Por definición

$$A_{1,5} = \frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_5}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \frac{\partial f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial W_{1a}}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.101}$$

Si

$$f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.102}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{1,5} = -\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f_{op} \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.103}$$

-Cálculo del elemento $A_{1,6}$

Por definición

$$A_{1,6} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.104}$$

Si

$$f_1(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.105}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot (2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a})\right]}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{1,6} = \left(\frac{\rho_{3a} \cdot f_{op} \cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.106}$$

-Cálculo del elemento $A_{2,1}$

Por definición

$$A_{2,1} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.107}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.108}$$

Entonces

$$A_{2,1} = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right) \tag{3.109}$$

-Cálculo del elemento $A_{2,2}$

Por definición

$$A_{2,2} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)}{\partial T_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.110}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.111}$$

Entonces

$$A_{2,2} = -\left(\frac{\rho_{2a} \cdot f_{op} \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \tag{3.112}$$

-Cálculo del elemento $A_{2,3}$

Por definición

$$A_{2,3} = \frac{\partial f_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_3}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \frac{\partial f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0)}{\partial T_{3a}}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.113}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) &= \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.114}$$

Entonces, f_2 no depende de T_{3a}

$$A_{2,3} = 0 \tag{3.115}$$

-Cálculo del elemento $A_{2,4}$

Por definición

$$A_{2,4} = \frac{\partial f_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_4}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \frac{\partial f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0)}{\partial T_{1w}}\bigg|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.116}$$

Si

$$f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) = \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a} + \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot \dot{Q}_{load} \quad (3.117)$$

Entonces, f_2 no depende de T_{1w}

$$A_{2,4} = 0 \quad (3.118)$$

-Cálculo del elemento $A_{2,5}$

Por definición

$$A_{2,5} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_5}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0)}{\partial W_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \quad (3.119)$$

Si

$$f_2(T_{1a}, T_{2a}, 0,0,0,0; f, 0) = \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a} \cdot f \cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot T_{2a} + \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot f + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za} \cdot V_{vc1,za} \cdot C_{v,vc1,za}}\right) \cdot \dot{Q}_{load} \quad (3.120)$$

Entonces, f_2 no depende de W_{1a}

$$A_{2,5} = 0 \quad (3.121)$$

-Cálculo del elemento $A_{2,6}$

Por definición

$$A_{2,6} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.122}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.123}$$

Entonces, f_2 no depende de W_{2a}

$$A_{2,6} = 0 \tag{3.124}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,1}$

Por definición

$$A_{3,1} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0,0;f,0)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.125}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0,0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &- \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+ \left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.126}$$

Entonces, f_3 no depende de T_{1a}

$$A_{3,1} = 0 \tag{3.127}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,2}$

Por definición

$$A_{3,2} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial T_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.128}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &\quad -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &\quad +\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.129}$$

Entonces

$$A_{3,2} = -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right) \tag{3.130}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,3}$

Por definición

$$A_{3,3} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_3}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial T_{3a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.131}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &\quad -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &\quad +\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.132}$$

Entonces

$$A_{3,3} = -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right) \tag{3.133}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,4}$

Por definición

$$A_{3,4} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_4}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial T_{1w}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.134}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.135}$$

Entonces

$$A_{3,4} = \left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right) \tag{3.136}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,5}$

Por definición

$$A_{3,5} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_5}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial W_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.137}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.138}$$

Entonces, f_3 no depende de W_{1a}

$$A_{3,5} = 0 \tag{3.139}$$

-Cálculo del elemento $A_{3,6}$

Por definición

$$A_{3,6} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.140}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.141}$$

Entonces, f_3 no depende de W_{2a}

$$A_{3,6} = 0 \tag{3.142}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,1}$

Por definición

$$A_{4,1} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.143}$$

Si

$$\begin{aligned} f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r) &= \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1a} \\ &+\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{3a} \\ &-\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1w} \\ &-\left(\frac{h_{1r}-h_{4r}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot \dot{m}_r \end{aligned} \tag{3.144}$$

Entonces

$$A_{4,1} = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \tag{3.145}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,2}$

Por definición

$$A_{4,2} = \left. \frac{\partial f_4(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_2} \right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left. \frac{\partial f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r)}{\partial T_{2a}} \right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.146}$$

Si

$$\begin{aligned} f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r) & \\ = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \cdot T_{1a} & \\ + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \cdot T_{2a} & \\ + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \cdot T_{3a} & \\ - \left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \cdot T_{1w} & \\ - \left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \cdot \dot{m}_r & \end{aligned} \tag{3.147}$$

Entonces

$$A_{4,2} = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}} \right) \tag{3.148}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,3}$

Por definición

$$A_{4,3} = \left. \frac{\partial f_4(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_3} \right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left. \frac{\partial f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r)}{\partial T_{3a}} \right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.149}$$

Si

$$f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r) = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a} + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a} + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a} - \left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w} - \left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r \tag{3.150}$$

Entonces

$$A_{4,3} = \left(\frac{0.5 \cdot \left[\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}\right]}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \tag{3.151}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,4}$

Por definición

$$A_{4,4} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_4}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r)}{\partial T_{1w}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.152}$$

Si

$$f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r) = \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a} + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a} + \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a} - \left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w} - \left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r \tag{3.153}$$

Entonces

$$A_{4,4} = -\left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \tag{3.154}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,5}$

Por definición

$$A_{4,5} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_5}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r)}{\partial W_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.155}$$

Si

$$\begin{aligned} f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r) &= \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1a} \\ &+ \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{3a} \\ &- \left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1w} \\ &- \left(\frac{h_{1r}-h_{4r}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot \dot{m}_r \end{aligned} \tag{3.156}$$

Entonces, f_4 no depende de W_{1a}

$$A_{4,5} = 0 \tag{3.157}$$

-Cálculo del elemento $A_{4,6}$

Por definición

$$A_{4,6} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.158}$$

Si

$$\begin{aligned} f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r) &= \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1a} \\ &+ \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{3a} \\ &- \left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1w} \\ &- \left(\frac{h_{1r}-h_{4r}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot \dot{m}_r \end{aligned} \tag{3.159}$$

Entonces, f_4 no depende de W_{2a}

$$A_{4,6} = 0 \tag{3.160}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,1}$

Por definición

$$A_{5,1} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.161}$$

Si

$$\begin{aligned} &f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \\ &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1w} \\ &-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{1a} \\ &+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.162}$$

Entonces

$$\begin{aligned} &A_{5,1} \\ &= -\left(\frac{C_{p,1a}\cdot\left[0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,1a}\right]\cdot\left[4\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\ &-\left(\frac{h_{fg}\cdot\left[0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,1a}\right]\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]^2}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\ &-\left(\frac{2\cdot C_{p,1a}\cdot a_{1a}\cdot T_{3a,op}\cdot\left[0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f_{op}\cdot C_{p,3a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\ &+\left(\frac{2\cdot C_{p,1a}\cdot a_{1a}\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}\cdot T_{1w,op}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]^2}\right) \\ &-\left(\frac{2\cdot C_{p,1a}\cdot a_{1a}\cdot h_{fg}\cdot f_{op}\cdot\left[\rho_{1a}\cdot W_{1a,op}-\rho_{3a}\cdot W_{2a,op}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]^2}\right) \end{aligned} \tag{3.163}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,2}$

Por definición

$$A_{5,2} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.164}$$

Si

$$\begin{aligned} f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1w} \\ &-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{1a} \\ &+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.165}$$

Entonces, f_5 no depende de T_{2a}

$$A_{5,2} = 0 \tag{3.166}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,3}$

Por definición

$$A_{5,3} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_3}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{3a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.167}$$

Si

$$f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.168}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{5,3} = -\left(\frac{\left[0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f_{op} \cdot C_{p,3a}\right] \cdot \left[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.169}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,4}$

Por definición

$$A_{5,4} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_4}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial T_{1w}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.170}$$

Si

$$f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.171}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{5,4} = \left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} \cdot \left[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.172}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,5}$

Por definición

$$A_{5,5} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_5}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial W_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.173}$$

Si

$$f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.174}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$-\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+\left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$-\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+\left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$A_{5,5} = -\left(\frac{\rho_{1a} \cdot f_{op} \cdot h_{fg} \cdot \left[2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot \left[C_{p,1a} + h_{fg} \cdot \left(2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a,op} + b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.175}$$

-Cálculo del elemento $A_{5,6}$

Por definición

$$A_{5,6} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.176}$$

Si

$$f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) = -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1a} - \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{3a} + \left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1w} - \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{1a} + \left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{2a} \tag{3.177}$$

Entonces

$$A_{5,6} = \left(\frac{\rho_{3a}\cdot f_{op}\cdot h_{fg}\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.178}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,1}$

Por definición

$$A_{6,1} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.179}$$

Si

$$f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \tag{3.180}$$

Entonces, f_6 no depende de T_{1a}

$$A_{6,1} = 0 \tag{3.181}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,2}$

Por definición

$$A_{6,2} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.182}$$

Si

$$\begin{aligned} f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \end{aligned} \tag{3.183}$$

Entonces, f_6 no depende de T_{2a}

$$A_{6,2} = 0 \tag{3.184}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,3}$

Por definición

$$A_{6,3} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_3}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{3a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.185}$$

Si

$$\begin{aligned} f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \end{aligned} \tag{3.186}$$

Entonces, f_6 no depende de T_{3a}

$$A_{6,3} = 0 \tag{3.187}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,4}$

Por definición

$$A_{6,4} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_4}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial T_{1w}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.188}$$

Si

$$f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \tag{3.189}$$

Entonces, f_6 no depende de T_{1w}

$$A_{6,4} = 0 \tag{3.190}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,5}$

Por definición

$$A_{6,5} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_5}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial W_{1a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.191}$$

Si

$$f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \tag{3.192}$$

Entonces

$$A_{6,5} = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f_{op}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right) \tag{3.193}$$

-Cálculo del elemento $A_{6,6}$

Por definición

$$A_{6,6} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial x_6}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial W_{2a}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.194}$$

Si

$$f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} + \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \tag{3.195}$$

Entonces

$$A_{6,6} = -\left(\frac{\rho_{2a}\cdot f_{op}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right) \tag{3.196}$$

3.4.2. Cálculo de la matriz $\boldsymbol{B}$

En el modelo en estudio se considera:

$$\boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \tag{3.197}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \\ \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} & \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{x=x_{op}\\u=u_{op}}} \end{bmatrix} \tag{3.198}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} \\ B_{2,1} & B_{2,2} \\ B_{3,1} & B_{3,2} \\ B_{4,1} & B_{4,2} \\ B_{5,1} & B_{5,2} \\ B_{6,1} & B_{6,2} \end{bmatrix} \tag{3.199}$$

-Cálculo del elemento $B_{1,1}$

Por definición

$$B_{1,1} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.200}$$

Si

$$\begin{aligned} &f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \\ &\quad= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1a} \\ &\quad-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{3a} \\ &\quad+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1w} \\ &\quad-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{1a} \\ &\quad+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.201}$$

Entonces

$$\begin{aligned} &B_{1,1} \\ &=\left(\frac{\rho_{3a}\cdot\left[C_{p,3a}\cdot T_{3a,op}+h_{fg}\cdot W_{2a,op}\right]-\rho_{1a}\cdot\left[C_{p,1a}\cdot T_{1a,op}+h_{fg}\cdot W_{1a,op}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) \end{aligned} \tag{3.202}$$

-Cálculo del elemento $B_{1,2}$

Por definición

$$B_{1,2} = \left.\frac{\partial f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.203}$$

Si

$$\begin{aligned} &f_1(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) \\ &\quad= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1a} \\ &\quad-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{3a} \\ &\quad+\left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot T_{1w} \\ &\quad-\left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{1a} \\ &\quad+\left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a})\right]}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.204}$$

Entonces, f_1 no depende de $\dot{m}_r$

$$B_{1,2} = 0 \tag{3.205}$$

-Cálculo del elemento $B_{2,1}$

Por definición

$$B_{2,1} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.206}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.207}$$

Entonces

$$B_{2,1} = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot C_{p,1a}\cdot T_{1a,op} - \rho_{2a}\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a,op} + k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right) \tag{3.208}$$

-Cálculo del elemento $B_{2,2}$

Por definición

$$B_{2,2} = \left.\frac{\partial f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.209}$$

Si

$$\begin{aligned} f_2(T_{1a},T_{2a},0,0,0,0;f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &+ \left(\frac{k_{spl}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot f \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}\cdot C_{v,vc1,za}}\right)\cdot \dot{Q}_{load} \end{aligned} \tag{3.210}$$

Entonces, f_2 no depende de $\dot{m}_r$

$$B_{2,2} = 0 \tag{3.211}$$

-Cálculo del elemento $B_{3,1}$

Por definición

$$B_{3,1} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.212}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.213}$$

Entonces

$$B_{3,1} = \left(\frac{\rho_{2a}\cdot C_{p,2a}\cdot T_{2a,op}-\rho_{3a}\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a,op}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right) \tag{3.214}$$

-Cálculo del elemento $B_{3,2}$

Por definición

$$B_{3,2} = \left.\frac{\partial f_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.215}$$

Si

$$\begin{aligned} f_3(0,T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}-\rho_{2a}\cdot f\cdot C_{p,2a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{2a} \\ &-\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+\left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc2,za}\cdot V_{vc2,za}\cdot C_{v,vc2,za}}\right)\cdot T_{1w} \end{aligned} \tag{3.216}$$

Entonces, f_3 no depende de $\dot{m}_r$

$$B_{3,2} = 0 \tag{3.217}$$

-Cálculo del elemento $B_{4,1}$

Por definición

$$B_{4,1} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.218}$$

Si

$$\begin{aligned} f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r) & \\ = \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1a} & \\ + \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{2a} & \\ + \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{3a} & \\ - \left(\frac{\alpha_{vc2,za}\cdot A_{vc2,za}+\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot T_{1w} & \\ - \left(\frac{h_{1r}-h_{4r}}{\rho_{vc,z1w}\cdot V_{vc,z1w}\cdot C_{vc,z1w}}\right)\cdot \dot{m}_r & \end{aligned} \tag{3.219}$$

Entonces, f_4 no depende de f

$$B_{4,1} = 0 \tag{3.220}$$

-Cálculo del elemento $B_{4,2}$

Por definición

$$B_{4,2} = \left.\frac{\partial f_4(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_4(T_{1a},T_{2a},T_{3a},T_{1w},0{,}0;0,\dot{m}_r)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.221}$$

Si

$$f_4(T_{1a}, T_{2a}, T_{3a}, T_{1w}, 0{,}0; 0, \dot{m}_r) \tag{3.222}$$
$$= \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$+ \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{2a}$$
$$+ \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + 0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$- \left(\frac{\alpha_{vc2,za} \cdot A_{vc2,za} + \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$- \left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \cdot \dot{m}_r$$

Entonces

$$B_{4,2} = -\left(\frac{h_{1r} - h_{4r}}{\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}}\right) \tag{3.223}$$

-Cálculo del elemento $B_{5,1}$

Por definición

$$B_{5,1} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.224}$$

Si

$$f_5(T_{1a}, 0, T_{3a}, T_{1w}, W_{1a}, W_{2a}; f, 0) \tag{3.225}$$
$$= -\left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} + \rho_{1a} \cdot f \cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1a}$$
$$- \left(\frac{0.5 \cdot \alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za} - \rho_{3a} \cdot f \cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{3a}$$
$$+ \left(\frac{\alpha_{vc3,za} \cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot T_{1w}$$
$$- \left(\frac{\rho_{1a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{1a}$$
$$+ \left(\frac{\rho_{3a} \cdot f \cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot C_{p,1a}}{2 \cdot a_{1a} \cdot T_{1a} + b_{1a}} + \rho_{vc3,za} \cdot V_{vc3,za} \cdot h_{fg}}\right) \cdot W_{2a}$$

Entonces

$$B_{5,1} = -\left(\frac{\rho_{1a}\cdot C_{p,1a}\cdot T_{1a,op}\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) + \left(\frac{\rho_{3a}\cdot C_{p,3a}\cdot T_{3a,op}\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) - \left(\frac{\rho_{1a}\cdot h_{fg}\cdot W_{1a,op}\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) + \left(\frac{\rho_{3a}\cdot h_{fg}\cdot W_{2a,op}\cdot\left[2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right]}{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot\left[C_{p,1a}+h_{fg}\cdot\left(2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a,op}+b_{1a}\right)\right]}\right) \tag{3.226}$$

-Cálculo del elemento $B_{5,2}$

Por definición

$$B_{5,2} = \left.\frac{\partial f_5(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.227}$$

Si

$$\begin{aligned} f_5(T_{1a},0,T_{3a},T_{1w},W_{1a},W_{2a};f,0) &= -\left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}+\rho_{1a}\cdot f\cdot C_{p,1a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1a} \\ &- \left(\frac{0.5\cdot\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}-\rho_{3a}\cdot f\cdot C_{p,3a}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{3a} \\ &+ \left(\frac{\alpha_{vc3,za}\cdot A_{vc3,za}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot T_{1w} \\ &- \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{1a} \\ &+ \left(\frac{\rho_{3a}\cdot f\cdot h_{fg}}{\frac{\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot C_{p,1a}}{2\cdot a_{1a}\cdot T_{1a}+b_{1a}}+\rho_{vc3,za}\cdot V_{vc3,za}\cdot h_{fg}}\right)\cdot W_{2a} \end{aligned} \tag{3.228}$$

Entonces, f_5 no depende de $\dot{m}_r$

$$B_{5,2} = 0 \tag{3.229}$$

-Cálculo del elemento $B_{6,1}$

Por definición

$$B_{6,1} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_1}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial f}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.230}$$

Si

$$\begin{aligned} f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \end{aligned} \tag{3.231}$$

Entonces

$$B_{6,1} = \left(\frac{\rho_{1a}\cdot W_{1a,op} - \rho_{2a}\cdot W_{2a,op}}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right) \tag{3.232}$$

-Cálculo del elemento $B_{6,2}$

Por definición

$$B_{6,2} = \left.\frac{\partial f_6(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial u_2}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} = \left.\frac{\partial f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0)}{\partial \dot{m}_r}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}}\\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.233}$$

Si

$$\begin{aligned} f_6(0,0,0,0,W_{1a},W_{2a};f,0) &= \left(\frac{\rho_{1a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{1a} - \left(\frac{\rho_{2a}\cdot f}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot W_{2a} \\ &+ \left(\frac{1}{\rho_{vc1,za}\cdot V_{vc1,za}}\right)\cdot \dot{M}_{load} \end{aligned} \tag{3.234}$$

Entonces, f_6 no depende de $\dot{m}_r$

$$B_{6,2} = 0 \tag{3.235}$$

3.4.3. Cálculo de las matrices $\boldsymbol{C}$ y $\boldsymbol{D}$

En el modelo en estudio se considera:

$$\boldsymbol{C} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x_{op}} \\ \boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_{op}}}} \tag{3.236}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} & C_{1,4} & C_{1,5} & C_{1,6} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} & C_{2,4} & C_{2,5} & C_{2,6} \end{bmatrix} \tag{3.237}$$

En este caso se sabe que las variables de salida son estados internos del modelo, por ende:

$$\Delta \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C} \cdot \Delta \boldsymbol{x} + \boldsymbol{D} \cdot \Delta \boldsymbol{u} \tag{3.238}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta T_{2a}(t) \\ \Delta W_{2a}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} & C_{1,4} & C_{1,5} & C_{1,6} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} & C_{2,4} & C_{2,5} & C_{2,6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta T_{1a}(t) \\ \Delta T_{2a}(t) \\ \Delta T_{3a}(t) \\ \Delta T_{1w}(t) \\ \Delta W_{1a}(t) \\ \Delta W_{2a}(t) \end{bmatrix} + \boldsymbol{D} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f(t) \\ \Delta \dot{m}_r(t) \end{bmatrix} \tag{3.239}$$

Por lo tanto:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} & C_{1,4} & C_{1,5} & C_{1,6} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} & C_{2,4} & C_{2,5} & C_{2,6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.240}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} D_{1,1} & D_{1,2} \\ D_{2,1} & D_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.241}$$

Capítulo 4

Simulación del modelo matemático

4.1. Representación en el espacio de estados

En el capítulo 3 se desarrolló la representación en el espacio de estados del modelo matemático para el sistema de aire acondicionado. Se explicó que la ecuación (4.1) expresa la representación en el espacio de estados del modelo matemático de cualquier sistema físico no lineal (invariante en el tiempo).

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Si el modelo matemático se linealiza alrededor de un punto de operación en estado estacionario $(\boldsymbol{u_{op}}, \boldsymbol{x_{op}}, \boldsymbol{y_{op}})$, la ecuación (4.1) se transforma en la ecuación (4.2) que expresa la representación en el espacio de estados del mismo modelo matemático pero linealizado (invariante en el tiempo).

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{A} \cdot \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B} \cdot \Delta\boldsymbol{u} \\ \Delta\boldsymbol{y} &= \boldsymbol{C} \cdot \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D} \cdot \Delta\boldsymbol{u} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Según se explicó en el capítulo 3, en el modelo matemático del sistema de aire acondicionado se considera que $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{0}$. Por lo tanto, la representación en el espacio de estados del modelo matemático linealizado para el sistema en estudio se expresa mediante la ecuación (4.3).

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{A} \cdot \Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B} \cdot \Delta\boldsymbol{u} \\ \Delta\boldsymbol{y} &= \boldsymbol{C} \cdot \Delta\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{4.3}$$

Siendo:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} \Delta\dot{T}_{1a}(t) \\ \Delta\dot{T}_{2a}(t) \\ \Delta\dot{T}_{3a}(t) \\ \Delta\dot{T}_{1w}(t) \\ \Delta\dot{W}_{1a}(t) \\ \Delta\dot{W}_{2a}(t) \end{bmatrix}; \Delta\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \Delta T_{1a}(t) \\ \Delta T_{2a}(t) \\ \Delta T_{3a}(t) \\ \Delta T_{1w}(t) \\ \Delta W_{1a}(t) \\ \Delta W_{2a}(t) \end{bmatrix}; \Delta\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \Delta T_{2a}(t) \\ \Delta W_{2a}(t) \end{bmatrix}; \Delta\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \Delta f(t) \\ \Delta\dot{m}_r(t) \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

4.2. Parámetros y punto de operación del modelo matemático

Según la ecuación (4.3), para poder realizar las simulaciones del modelo matemático linealizado del sistema de aire acondicionado, es necesario conocer los valores numéricos de cada uno de los elementos que componen a las matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$. Cada elemento de las matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ está en función de los parámetros del modelo matemático y del punto de operación en estado estacionario.

En la Tabla 6 se muestran los valores numéricos hallados para los parámetros del modelo matemático linealizado.

Tabla 6. Valores numéricos de los parámetros del modelo matemático lineal

Parámetro	Magnitud	Unidad
ρ_{1a}	1.184	kg/m^3
$C_{p,1a}$	1.005	$kJ/kg \cdot ℃$
a_{1a}	0.0198/1000	$kg/kg_{aire\ seco} \cdot ℃^2$
b_{1a}	0.085/1000	$kg/kg_{aire\ seco} \cdot ℃$
c_{1a}	4.4984/1000	$kg/kg_{aire\ seco}$
$\rho_{vc1,za}$	1.184	kg/m^3
$C_{v,vc1,za}$	0.718	$kJ/kg \cdot ℃$
$V_{vc1,za}$	60	m^3
ρ_{2a}	1.184	kg/m^3
$C_{p,2a}$	1.005	$kJ/kg \cdot ℃$
$\rho_{vc2,za}$	1.184	kg/m^3
$C_{v,vc2,za}$	0.718	$kJ/kg \cdot ℃$
$V_{vc2,za}$	0.018	m^3
$\alpha_{vc2,za}$	0.09	$kW/m^2 \cdot ℃$
$A_{vc2,za}$	1.96	m^2
ρ_{3a}	1.184	kg/m^3
$C_{p,3a}$	1.005	$kJ/kg \cdot ℃$
$\rho_{vc3,za}$	1.184	kg/m^3
$V_{vc3,za}$	0.072	m^3
$\alpha_{vc3,za}$	0.05	$kW/m^2 \cdot ℃$
$A_{vc3,za}$	7.84	m^2
$\rho_{vc,z1w} \cdot V_{vc,z1w} \cdot C_{vc,z1w}$	29	$kJ/℃$
k_{spl}	0.0295	kJ/m^3
h_{fg}	2450	kJ/kg
h_{1r}	427	kJ/kg
h_{4r}	255	kJ/kg
$\dot{Q}_{load}$	5.03	kW
$\dot{M}_{load}$	0.60/1000	kg/s

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 7 se muestran los valores numéricos hallados para el punto de operación en estado estacionario del modelo matemático linealizado.

Tabla 7. Valores numéricos para el punto de operación del modelo matemático lineal

Parámetro	Magnitud	Unidad
$T_{1a,op}$	12.16	℃
$T_{2a,op}$	25	℃
$T_{3a,op}$	17.86	℃
$T_{1w,op}$	11	℃
$W_{1a,op}$	8.46/1000	$kg/kg_{aire\ seco}$
$W_{2a,op}$	10/1000	$kg/kg_{aire\ seco}$
f_{op}	0.33	m^3/s
$\dot{m}_{r,op}$	0.0379	kg/s

Fuente: Elaboración propia

Mediante los valores numéricos presentados en la Tabla 6 y la Tabla 7, se puede hallar cada uno de los elementos que componen a las matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$. Por lo tanto, las matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ presentan los siguientes valores matriciales.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -3.3111 & 0 & 0.9641 & 1.9216 & -4692.5 & 4692.5 \\ 0.0077 & -0.0077 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 19.8980 & -31.4260 & 11.5280 & 0 & 0 \\ 0.0068 & 0.0030 & 0.0098 & -0.0196 & 0 & 0 \\ -0.0015 & 0 & 0.0005 & 0.0011 & -2.6585 & 2.6585 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0055 & -0.0055 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 55.1460 & 0 \\ -0.298960 & 0 \\ 555.22 & 0 \\ 0 & -5.9310 \\ 0.031242 & 0 \\ -0.000026 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

4.3. Estabilidad del modelo matemático

La estabilidad y la respuesta natural característica del modelo matemático que representa a un sistema físico, se puede analizar mediante los autovalores (o valores propios) de la matriz dinámica $\boldsymbol{A}$.

La estabilidad de un modelo matemático representado en el espacio de estados (invariante en el tiempo) se puede determinar observando el polinomio característico encontrado resolviendo el determinante de $s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}$, como se muestra en la ecuación (4.8).

$$\lambda(s) = det(s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}) \tag{4.8}$$

Las raíces del polinomio característico (los autovalores del modelo matemático) proporcionan los polos de la función de transferencia que representa al modelo matemático a lazo abierto.

Por lo tanto, la estabilidad del modelo matemático se puede analizar mediante el estudio de los autovalores de la matriz dinámica $\boldsymbol{A}$ o de los polos de la función de transferencia del modelo matemático que representa al sistema, ya que ambos son patrones equivalentes y no causan ningún tipo de confusión.

Según el tipo de valores numéricos que tengan los polos (o autovalores) del modelo matemático, a los sistemas se les pueden clasificar según el tipo de estabilidad que posean. Es decir, el tipo de estabilidad dependerá de la ubicación de los polos en el plano de estabilidad. Entonces, los sistemas se pueden clasificar según la estabilidad que presenten mediante los siguientes casos:

-Un sistema se considera estable si todos los polos de la función de transferencia se ubican en el semiplano izquierdo de la región de estabilidad, es decir, todos los polos tienen valores numéricos reales negativos, o también si los polos tienen valores numéricos con parte real negativa y parte compleja positiva o negativa.

-Un sistema se considera inestable si al menos un polo de la función de transferencia se ubica en el semiplano derecho de la región de estabilidad, es decir, al menos un polo tiene un valor numérico real positivo. También se considera a un sistema como inestable si hay polos repetidos sobre el eje imaginario de la región de estabilidad, es decir, si los polos tienen valores numéricos repetidos que presentan parte real nula y parte compleja ya sea positiva o negativa.

-Un sistema se considera marginalmente estable (o también llamado críticamente estable) si todos los polos de la función de transferencia se ubican en el semiplano izquierdo de la región de estabilidad, excepto por un polo que se sitúa en el origen de coordenadas de la región de estabilidad, es decir, todos los polos tienen valores numéricos reales negativos salvo por un polo que tiene un valor numérico igual a cero.

4.3.1. Autovalores del modelo matemático

En el espacio de estados, un análisis de los autovalores (o polos) es fundamental para comprender la dinámica que podría presentar el modelo matemático que representa al sistema físico.

En Matlab, el comando eig permite obtener los autovalores del modelo matemático mediante el uso de la matriz dinámica $\boldsymbol{A}$. En la ecuación (4.9) se muestran los autovalores hallados para el modelo matemático en estudio.

$$\lambda = \begin{bmatrix} -31.429 \\ -5.6293 \\ -0.34603 \\ -0.01598 \\ -0.00773 \\ -3 \cdot 10^{-17} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

Según la ecuación (4.9), todos los autovalores (o polos) tienen valores numéricos negativos, sin embargo, se debe tener en cuenta que el último autovalor tiene un valor numérico de un orden muy pequeño al compararlo con el resto de autovalores. Al ser este último autovalor de un orden muy pequeño, Matlab le asigna un valor numérico igual a cero.

De acuerdo a la clasificación de los sistemas según el tipo de estabilidad que presenten, el modelo matemático que representa al sistema de aire acondicionado cumple con las características de un sistema marginalmente estable, ya que todos los autovalores (o polos) se ubican en el semiplano izquierdo de la región de estabilidad, excepto por un autovalor que se sitúa en el origen de coordenadas de la región de estabilidad, es decir, todos los autovalores tienen valores numéricos reales negativos salvo por un autovalor que tiene un valor numérico igual a cero según la asignación de Matlab explicada anteriormente.

4.4. Simulación del modelo matemático

Con las matrices halladas se implementa un diagrama de bloques en Simulink de Matlab que represente la ecuación (4.3) para simular y analizar el comportamiento del modelo matemático linealizado para el sistema de aire acondicionado.

El modelo matemático considera dos variables manipuladas que son: el flujo másico de refrigerante $(\dot{m}_r)$ y el flujo volumétrico de aire (f). Para poder visualizar mejor las simulaciones se optó por considerar al flujo volumétrico de aire como constante.

En la Figura 20 se muestra la primera variable manipulada que hace referencia al flujo volumétrico de aire, como se dijo anteriormente se considera a este flujo como constante durante todo el intervalo de tiempo y con un valor numérico de $0.33\,m^3/s$, este valor numérico corresponde al flujo volumétrico de aire en el punto de operación.

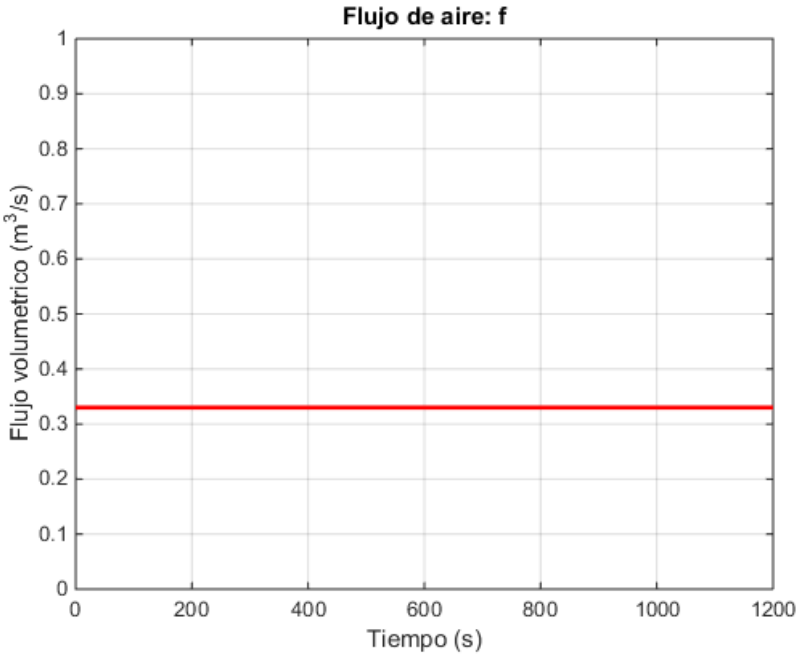

Figura 20. Flujo de aire constante
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 21 se muestra la segunda variable manipulada que hace referencia al flujo másico de refrigerante, se considera que este flujo es variable durante el intervalo de tiempo simulado, con valores numéricos que van desde $0.0379\ kg/s$ hasta $0.0569\ kg/s$ mediante un salto en la referencia en un tiempo de 420 segundos, el primer valor numérico corresponde al flujo de refrigerante en el punto de operación, y luego se realiza un incremento en el flujo másico de refrigerante de 50% en el tiempo de 420 segundos.

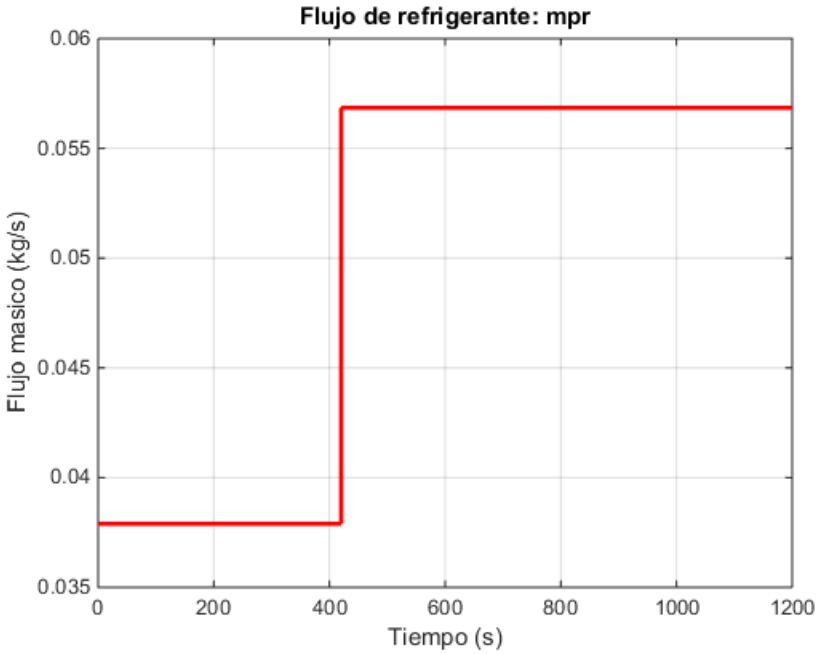

Figura 21. Flujo de refrigerante variable
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 22 se muestra la variable de estado que hace referencia a la temperatura del aire en la región húmeda del evaporador T_{1a} (es también la temperatura del aire que ingresa en la habitación). Dado que se considera un flujo másico de refrigerante constante hasta un tiempo de simulación de 420 segundos, la temperatura T_{1a} se mantiene constante en un valor numérico igual al del punto de operación $T_{1a,op}$, es decir, se mantiene constante en un valor de 12.16 ℃.

Luego del cambio en la referencia de la variable de flujo másico de refrigerante, es decir, después de producirse un aumento en el flujo másico de refrigerante, la temperatura del aire en la región húmeda del evaporador T_{1a} tiene que disminuir ya que al aumentar el flujo másico de refrigerante, se produce una mayor transferencia de calor en la región húmeda del evaporador, lo que permite la disminución de la temperatura del aire de un estado inicial a un estado final como se muestra en la Figura 22. Se puede apreciar que el tiempo de establecimiento para esta variable de estado es de aproximadamente 380 segundos.

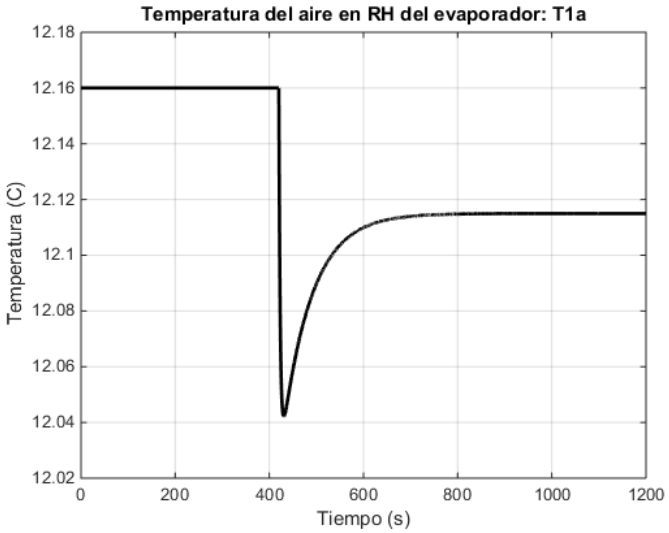

Figura 22. Temperatura del aire en la región húmeda (RH) del evaporador
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 23 se muestra la variable de estado que hace referencia a la temperatura del aire en la habitación T_{2a}, dado que se considera un flujo másico de refrigerante constante hasta un tiempo de simulación de 420 segundos, la temperatura T_{2a} se mantiene constante en un valor numérico igual al del punto de operación $T_{2a,op}$, es decir, se mantiene constante en un valor de $25℃$.

Luego del cambio en la referencia de la variable de flujo másico de refrigerante, es decir, después de darse un aumento en el flujo másico de refrigerante, la temperatura del aire en la habitación deberá disminuir ya que un mayor flujo másico de refrigerante produce una mayor transferencia de calor en la habitación, lo que a su vez permite disminuir la temperatura del aire de un estado inicial a un estado final, en este caso la disminución es para la temperatura del aire en la habitación. Se puede apreciar que el tiempo de establecimiento para esta variable de estado es de aproximadamente 680 segundos.

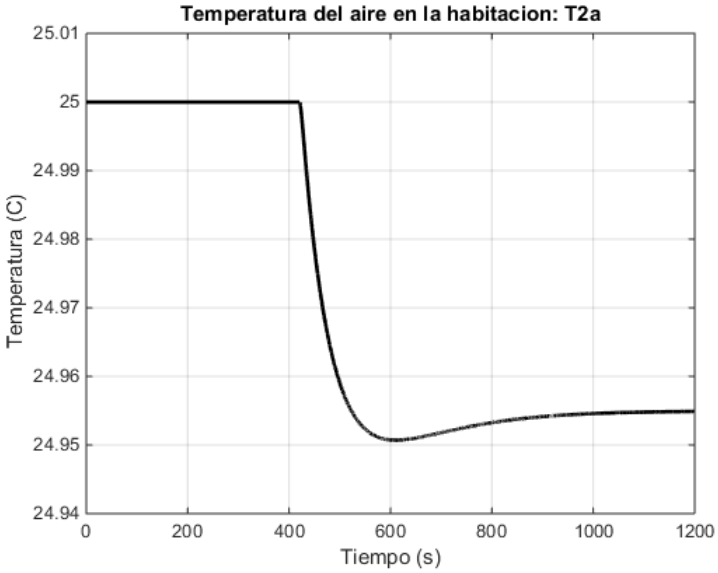

Figura 23. Temperatura del aire en la habitación
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 24 se grafica la variable de estado que hace referencia a la temperatura del aire en la región seca del evaporador T_{3a}, se ha considerado un flujo másico de refrigerante constante hasta un tiempo de simulación de 420 segundos, por lo que la temperatura del aire en la región seca del evaporador se mantiene constante con un valor numérico igual a su punto de operación $T_{3a,op}$, es decir, la temperatura T_{3a} se mantiene sin variación en 17.86 ℃ hasta que se produce el salto de referencia.

Luego del cambio de referencia en la variable de flujo másico de refrigerante, la temperatura del aire T_{3a} debe disminuir ya que un mayor flujo másico de refrigerante produce una mayor transferencia de calor en la región seca del evaporador, lo que a su vez permite disminuir la temperatura del aire T_{3a} de un estado inicial a un estado final de temperatura. En la Figura 24 se puede apreciar que el tiempo de establecimiento para esta variable de estado es de aproximadamente 480 segundos.

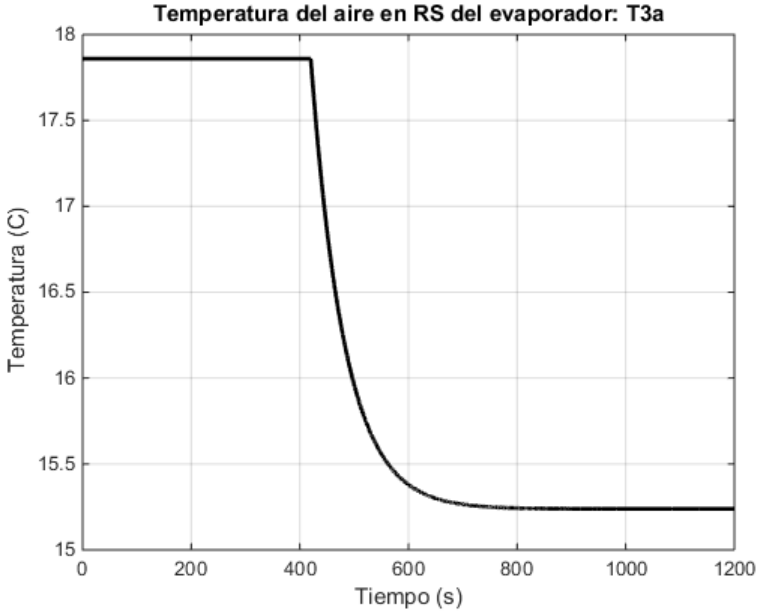

Figura 24. Temperatura del aire en la región seca (RS) del evaporador
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 25 se muestra la variable de estado que hace referencia a la temperatura en la pared del evaporador T_{1w}, esta temperatura se mantiene constante en el valor de su punto de operación $T_{1w,op}$, que en este caso es de 11 ℃, hasta que se produce el salto de referencia.

Después del cambio en la referencia de la variable de flujo másico de refrigerante, la temperatura en la pared del evaporador T_{1w}, debe disminuir ya que un mayor flujo másico de refrigerante, produce una mayor transferencia de calor en la pared del evaporador, lo que permite que exista una disminución en la temperatura de la pared del evaporador, de un estado inicial a un estado final de temperatura, como se muestra en la Figura 25. Se puede apreciar que el tiempo de establecimiento para esta variable de estado es de aproximadamente 480 segundos.

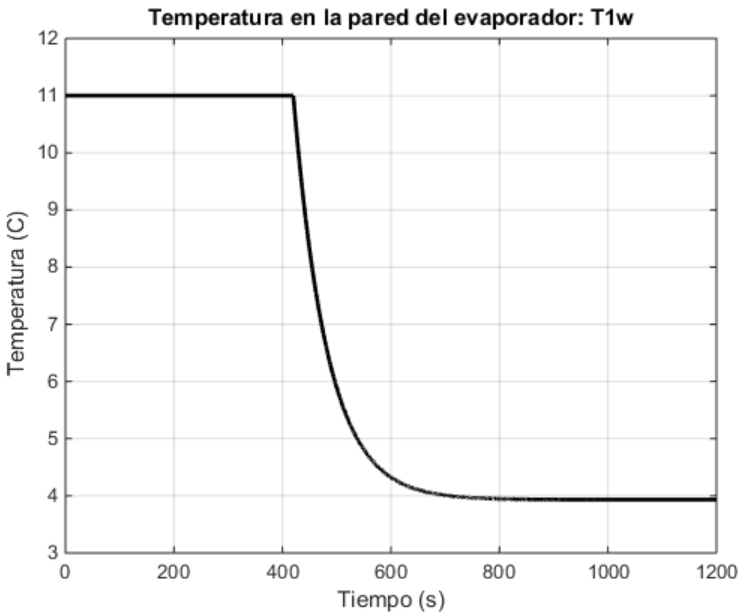

Figura 25. Temperatura en la pared del evaporador
Fuente: Elaboración propia

4.5. Comparación del modelo matemático

En la tesis doctoral "Multivariable Control of Air Temperature and Humidity in a Space Served by a Direct Expansion (DX) Air Conditioning (A/C) System" se hace referencia a un modelo matemático de un sistema de aire acondicionado de expansión directa, como se muestra en la Figura 26. Para este caso, se presentan los resultados experimentales (en el espacio de estados) simulados (en el espacio de estados) en esta tesis doctoral.

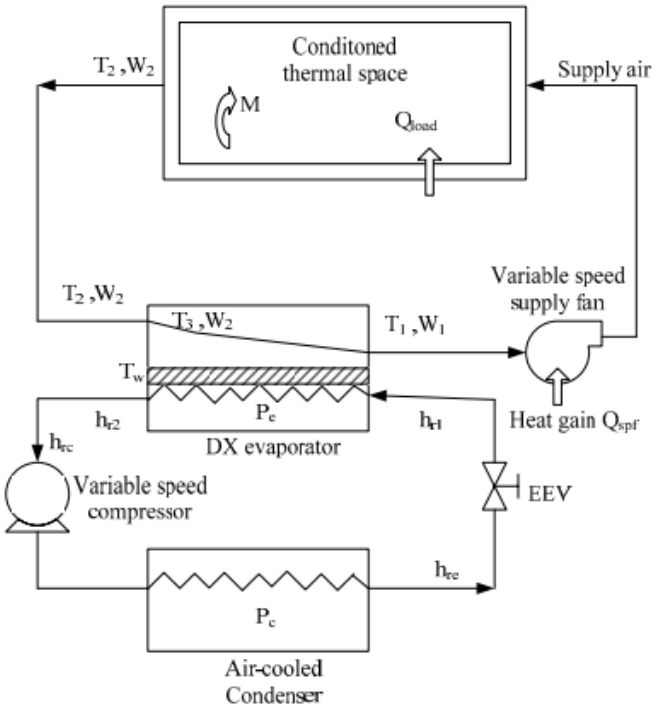

Figura 26. Sistema de aire acondicionado de expansión directa según Qi & Deng
Fuente: Qi & Deng, 2009

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -5.731 & 0 & 0.0756 & 4.1883 & -5287 & 5287 \\ 0.0045 & 0.045 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.6577 & -12.692 & 8.0346 & 0 & 0 \\ 0.0139 & 0.0067 & 0.0206 & -0.0412 & 0 & 0 \\ 0.006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0045 & -0.0045 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 55.035 & 0 \\ -0.098 & 0 \\ 172.5 & 0 \\ 0 & -5.931 \\ 0 & 0 \\ -0.00003 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} -12.7 \\ -5.12 \\ -6.15 \cdot 10^{-1} \\ -2.85 \cdot 10^{-2} \\ -4.51 \cdot 10^{-3} \\ -2.46 \cdot 10^{-17} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Se puede apreciar en la ecuación (4.13), que los autovalores tienen parte real negativa, sin embargo, el último autovalor presenta un valor numérico muy pequeño. Esto hace que este sistema sea clasificado como un sistema críticamente estable para cambios en las variables manipuladas.

Los resultados de las simulaciones para este modelo en particular, fueron realizados con el uso del modelo dinámico linealizado, y luego se realizó las comparaciones entre las simulaciones y los datos obtenidos experimentalmente.

Las simulaciones a lazo abierto son respecto a un cambio en la referencia de la velocidad del compresor (variable manipulada). En los experimentos, cuando el sistema experimental estaba operando alrededor de su punto de operación, se introdujo una entrada escalón controlable, es decir, se hizo incrementar el valor numérico de la velocidad del compresor.

Algunos valores numéricos utilizados para las simulaciones del sistema experimental se muestran en la Tabla 8 y en la Tabla 9 utilizando las variables mostradas en la Figura 26.

Tabla 8. Valores numéricos para la simulación del sistema según Qi & Deng (parámetros del modelo)

$C_{p,aire} = 1.005\ kJ/kg$	$A_{evap,region\ seca} = 4.14\ m^2$
$\rho_{aire} = 1.2\ kg/m^3$	$A_{evap,region\ humeda} = 17.65\ m^2$
$h_{fg,vapor\ de\ agua} = 2450\ kJ/kg$	$V_{evap,region\ seca} = 0.04\ m^3$
$V_{espacio\ acondicionado} = 77\ m^3$	$V_{evap,region\ humeda} = 0.16\ m^3$

Fuente: Qi & Deng, 2009

Tabla 9. Valores numéricos para la simulación del sistema según Qi & Deng (punto de operación)

$T_1 = 13.25$ ℃	$P_{cond} = 1.812\ MPa$
$W_1 = 9.03/1000\ kg/kg_{aire\ seco}$	$P_{evap} = 0.486\ MPa$
$T_2 = 24$ ℃	$Q = 4.49\ kW$
$W_2 = 11.35/1000\ kg/kg_{aire\ seco}$	$M = 0.96/1000\ kg/s$
$T_3 = 17$ ℃	$M_{ref} = 0.042\ kg/s$
$T_w = 13$ ℃	$f = 0.347\ m^3/s$

Fuente: Qi & Deng, 2009

La Figura 27 (temperatura del aire en el espacio acondicionado T_2) y la Figura 28 (temperatura del aire en la región húmeda del evaporador T_1) muestran la dinámica de algunas variables de temperatura frente a un cambio de consigna. En este caso se realizó un cambio en la velocidad del compresor desde 3960 rpm a 4488 rpm (aumento del flujo másico de refrigerante). Cuando la velocidad del compresor incrementa, la temperatura del aire en T_2 y en T_1 tiende a disminuir como se muestra en la Figura 27 y en la Figura 28.

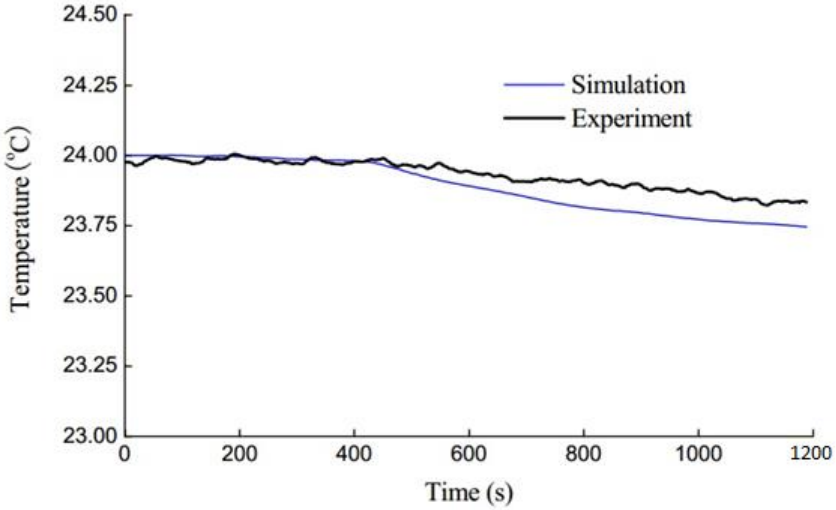

Figura 27. Temperatura del aire en el espacio acondicionado según Qi & Deng
Fuente: Qi & Deng, 2009

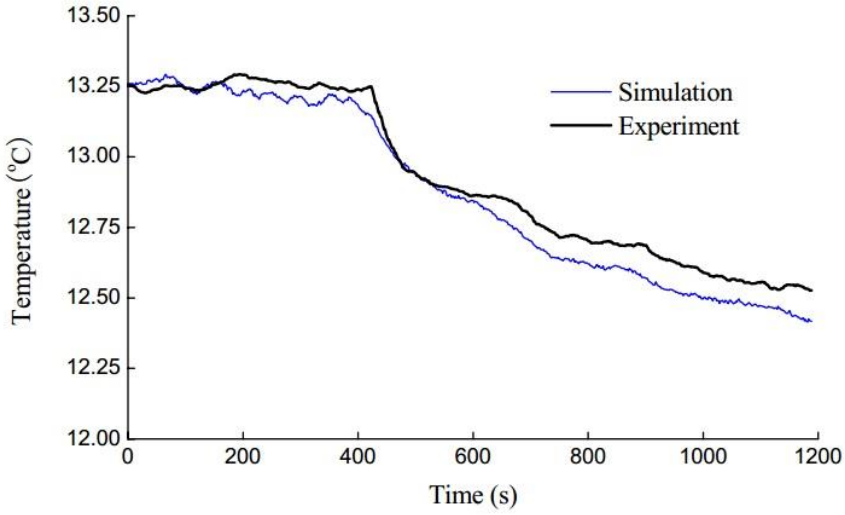

Figura 28. Temperatura del aire en la región húmeda del evaporador
Fuente: Qi & Deng, 2009

En resumen, el incremento del flujo másico de refrigerante, provoca que las temperaturas del aire involucradas en el modelo dinámico tiendan a disminuir. En contraste con el modelo matemático desarrollado en el capítulo 2 y 3, las simulaciones que muestran Qi & Deng representan una buena referencia para la respuesta y el análisis del comportamiento que presenta el modelo matemático en estudio, ya que es una adecuada forma de verificar que el modelo matemático planteado si pueda reflejar el comportamiento dinámico del sistema que se está estudiando.

Capítulo 5

Control multivariable del modelo matemático

5.1. Tipos de control para sistemas de aire acondicionado

En la actualidad, existen diversos métodos y estrategias de control que se pueden aplicar en los sistemas de acondicionamiento de aire. A continuación se revisarán los tipos de control más resaltantes vistos en la literatura.

5.1.1. Control de compresor

Un método muy sencillo de control es el de tener un termostato que controle el compresor que compone al sistema de aire acondicionado. En la Figura 29 se aprecia el esquema de control mencionado, en el cual, el termostato T (ubicado dentro del recinto) está funcionalmente interconectado con el motor M del compresor de refrigeración de una unidad de acondicionamiento de aire, y puede aplicarse en él un control directo.

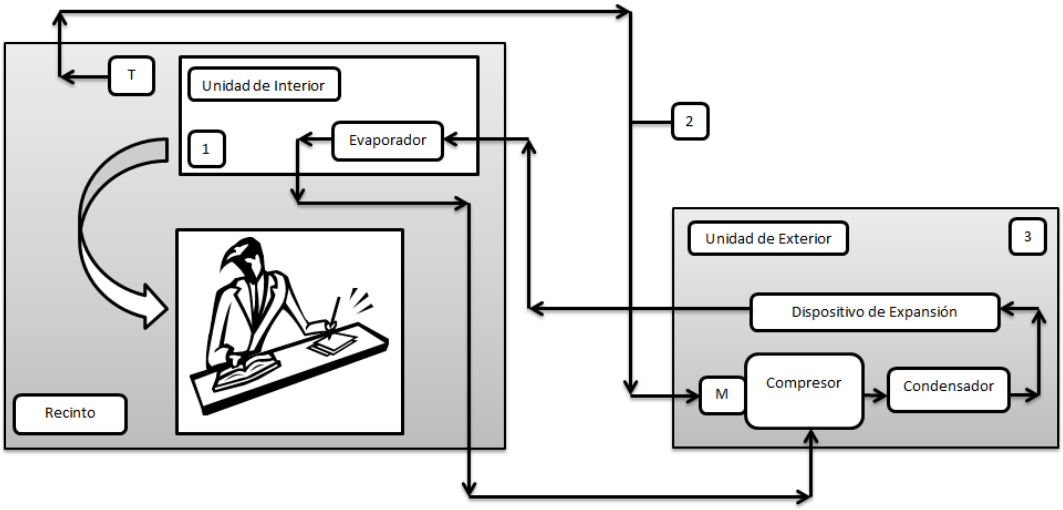

Figura 29. Esquema para el control del compresor
Fuente: Elaboración propia

Este tipo de control es muy usado en sistemas de aire acondicionado de tipo ventana. En estos sistemas, el termostato T que está ubicado dentro del recinto junto con la unidad interior (1), manda la señal de control mediante un cableado (2) hasta el motor M del compresor que está ubicado dentro de la unidad exterior (3), la cual se ubica fuera de la zona en donde se está acondicionando.

5.1.2. Control mediante el flujo de las válvulas

Este tipo de control consiste en variar, mediante un termostato T de recinto, el flujo del refrigerante que circula por todo el sistema de aire acondicionado. Para conseguir la regulación del flujo de agua caliente, agua helada o refrigerante, se hace uso de las válvulas de control, que pueden ser: válvulas de tres vías (tipo mezcladora, tipo divergente o separadora) y válvulas de dos vías. Normalmente, para el control del flujo en unidades terminales de recinto se utilizan válvulas de dos vías, haciendo variar el flujo volumétrico del equipo de calefacción o de enfriamiento mediante un proceso de estrangulamiento.

En el caso particular de un equipo de enfriamiento de tipo ventana como el que se muestra en la Figura 30, el termostato T que se encuentra dentro del recinto y al lado de la unidad interior (1), envía una señal de control mediante un cableado (2) al dispositivo de expansión V (válvula de expansión de dos vías) y que está ubicada dentro de la unidad de exterior (3), variándose así el flujo volumétrico del refrigerante.

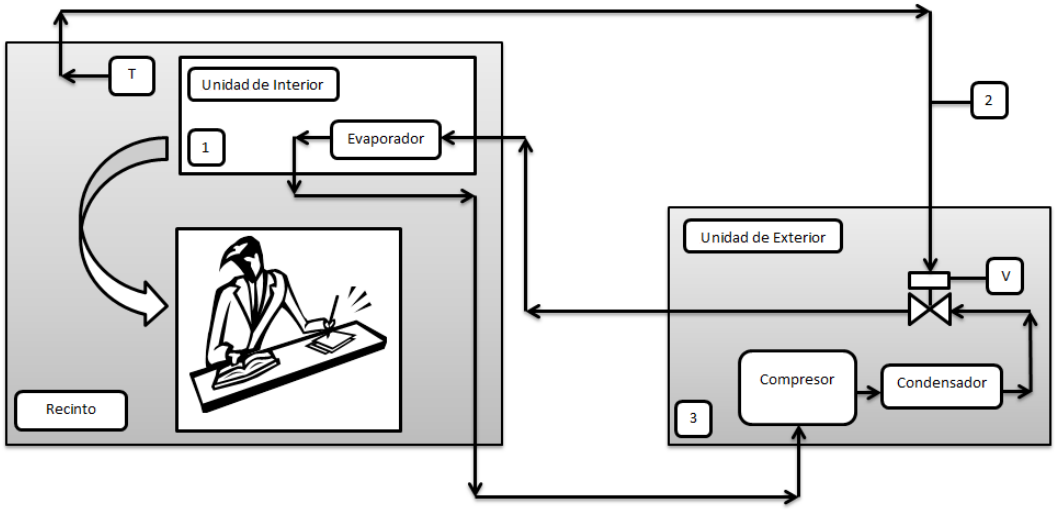

Figura 30. Esquema para el control del flujo de refrigerante mediante válvulas
Fuente: Elaboración propia

5.1.3. Control mediante el flujo de aire de suministro en las compuertas

En este sistema, el termostato del recinto T regula la cantidad de aire que ingresa al sistema de aire acondicionado, mediante el control de un pequeño motor eléctrico que se encarga de mover una compuerta moduladora D, como se aprecia en la Figura 31. Este control se utiliza en los sistemas con volumen variable de aire (VAV).

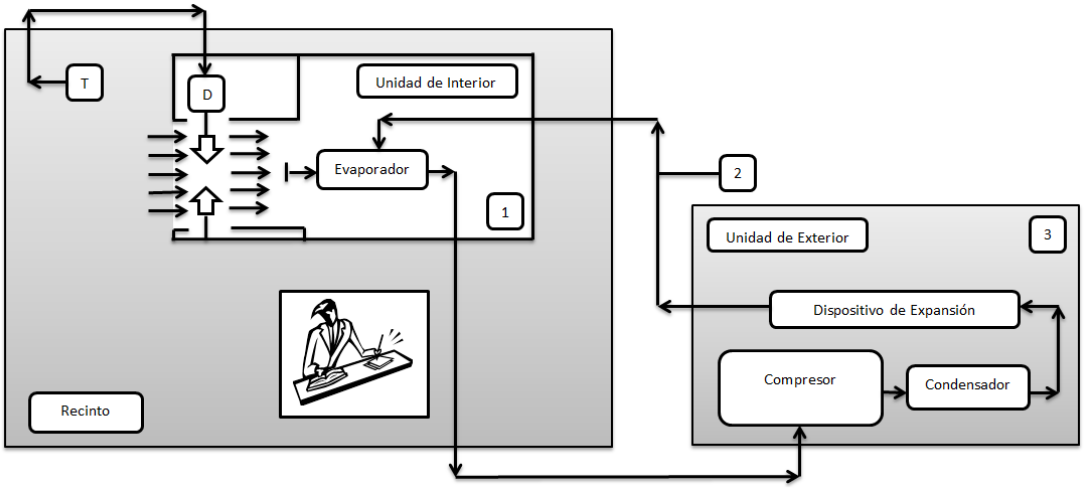

Figura 31. Esquema para el control del flujo de aire mediante compuertas
Fuente: Elaboracion propia

5.2. Controlador PID

El controlador PID es un sistema de control muy utilizado en la industria, se trata de un lazo cerrado que realiza una diferencia entre la señal de salida del sistema y el valor de referencia al cual se desea llegar. Esta diferencia (o llamada también error) ingresa al controlador, la salida del controlador se dirige hacia un actuador para posteriormente generar una señal que ingrese al proceso. El objetivo del controlador PID es reducir a cero el error que se presenta entre las dos señales (la salida del sistema y el valor de referencia).

El controlador PID, como se muestra en la Figura 32, está conformado por tres parámetros: la parte proporcional, la parte integral y la parte derivativa. La parte proporcional depende del error actual, la parte integral depende del error pasado, y la parte derivativa es una predicción de los errores futuros. Cada parámetro tiene una influencia en la respuesta del proceso, y depende del buen ajuste de estos parámetros que la respuesta del sistema a lazo cerrado sea la óptima.

El propósito de ajustar los parámetros del PID es conseguir que el lazo de control corrija eficazmente y en el menor tiempo los efectos de las perturbaciones. Ajustar un lazo de control quiere decir sintonizar los parámetros del controlador en los valores óptimos para que la respuesta del sistema de control sea la deseada.

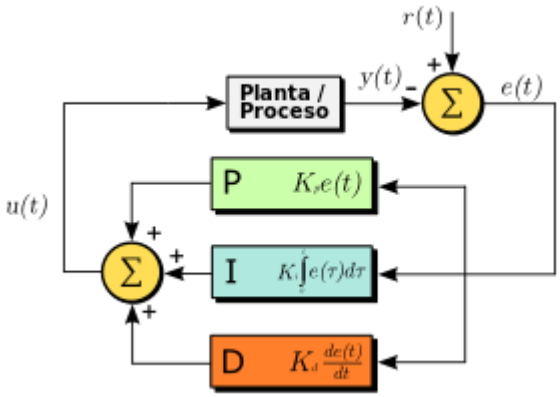

Figura 32. Controlador PID
Fuente: Wikipedia

5.3. Medidas de interacción

5.3.1. Matriz de transferencia

La representación en el espacio de estados de un sistema lineal, tiene su representación equivalente en la forma de funciones de transferencia, que en sistemas multivariables estas funciones se agrupan en una matriz de transferencia que representa al modelo del sistema en estudio.

La matriz de transferencia es muy importante en el análisis de las interacciones que puedan presentarse dentro del sistema multivariable. La interacción entre las variables que conforman al modelo del sistema, permite saber de qué manera se puede realizar un control a lazo cerrado del sistema.

Para sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas, la matriz de transferencia depende del número de entradas y salidas del sistema, en la mayoría de casos la matriz tiene una dimensión cuadrada, como se muestra en la ecuación (5.1).

$$T(s) = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

En el plano de Laplace se establece que:

$$\begin{aligned} \Delta y_1(s) &= T_{11}(s) \cdot \Delta u_1(s) + T_{12}(s) \cdot \Delta u_2(s) \\ \Delta y_2(s) &= T_{21}(s) \cdot \Delta u_1(s) + T_{22}(s) \cdot \Delta u_2(s) \end{aligned} \tag{5.2}$$

Como se aprecia en la ecuación (5.2), ambas salidas (Δy_1 y Δy_2) son dependientes de ambas entradas (Δu_1 y Δu_2), esto origina la presencia de interacción en el sistema, ya que una variación en cualquier entrada afecta directamente en ambas salidas.

5.3.2. "Condition number"

El "condition number" se encarga de medir la sensibilidad del modelo del sistema en función de cambios que se pudieran producir en las entradas (variables manipuladas). La medición se basa a partir de la geometría de la matriz de transferencia y se puede calcular mediante la ecuación (5.3).

$$\begin{aligned} CN(T) &= \frac{\overline{\sigma}(T)}{\underline{\sigma}(T)} \\ \overline{\sigma}(T) &= \max\left\{\sqrt{\lambda_i[T(0)^H \cdot T(0)]}\right\} \\ \underline{\sigma}(T) &= \min\left\{\sqrt{\lambda_i[T(0)^H \cdot T(0)]}\right\} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Donde,

$T(0)$: Es la matriz de ganancias estáticas
λ_i: Son los autovalores de la matriz $T(0)^H \cdot T(0)$

El valor que resulte luego de evaluar el "condition number" expresará que tanto afecta la modificación de las entradas en las respuestas dinámicas de las salidas. Un valor de "condition number" igual a 10 es una referencia para determinar si el modelo del sistema está bien o mal condicionado. Para valores superiores a 10 significa que en el modelo del sistema existen entradas que afectan fuertemente las respuestas dinámicas de algunas salidas mientras que en las otras salidas no ocurre el mismo efecto.

5.3.3. Matriz RGA

La matriz RGA es llamada matriz de ganancias relativas, y es una medida que permite la selección de pares entrada-salida, para controlar un sistema multivariable mediante la elección de pares que presenten la mínima interacción.

La matriz RGA se puede definir de la siguiente manera:

$$\lambda_{ij} = \frac{\left.\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right|_{u=cte}}{\left.\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right|_{y=cte}} \tag{5.4}$$

Un caso particular de matriz RGA se da para sistemas de dos entradas y dos salidas. En este caso, la matriz RGA se resuelve mediante una matriz de 2x2, es decir:

$$\mathrm{RGA}[T(0)] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

Para sistemas que involucran a dos entradas y dos salidas, la matriz RGA es simétrica, es decir, la ecuación (5.5) se convierte en:

$$\mathrm{RGA}[T(0)] = \begin{bmatrix} \lambda & 1-\lambda \\ 1-\lambda & \lambda \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Según la ecuación (5.6) la variable determinante es λ. Cuando el valor de λ es cercano a 1, la interacción entre la variable de entrada y la variable de salida es muy débil. Por lo tanto, para realizar un posterior control del modelo del sistema, se eligen los emparejamientos que tengan valores de λ cercanos a 1.

La matriz RGA para sistemas simétricos se puede calcular mediante la matriz de ganancias estáticas de la siguiente manera:

$$RGA = T(0).*\{[T(0)]^{-1}\}^T \tag{5.7}$$

5.3.4. Índice de Niederlinski

El índice de Niederlinski se utiliza luego de determinada la matriz RGA, y lo que hace es establecer, de acuerdo al emparejamiento escogido, la mejor configuración para el sistema a lazo cerrado. Este índice se define como:

$$NI = \frac{det[T(0)]}{\prod_{i=1}^{n} T_{ii}(0)} \tag{5.8}$$

El valor del índice de Niederlinski determina si el sistema será estable o inestable (a lazo cerrado) según el emparejamiento tomado en el análisis RGA. Un valor negativo de NI indica que el sistema será inestable a lazo cerrado, basta con que el NI sea positivo para que el emparejamiento escogido sea estable a lazo cerrado.

5.4. Análisis de las medidas de interacción del modelo del sistema

-El modelo del sistema, expresado en matriz de transferencia, tiene la siguiente forma:

$$T(s) = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & T_{12}(s) \\ T_{21}(s) & T_{22}(s) \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Para el caso en estudio, los valores hallados son:

$$T_{11}(s) = \frac{-0.3s^5 - 10.8s^4 - 39.4s^3 - 18.8s^2 - 0.3s + 4 \cdot 10^{-18}}{s^6 + 37.4s^5 + 190.6s^4 + 65.7s^3 + 1.5s^2 + 0.008s + 2.3 \cdot 10^{-19}} \tag{5.10}$$

$$T_{12}(s) = \frac{-0.1s^3 - 3.3s^2 - 0.02s - 8.8 \cdot 10^{-18}}{s^6 + 37.4s^5 + 190.6s^4 + 65.7s^3 + 1.5s^2 + 0.008s + 2.3 \cdot 10^{-19}} \tag{5.11}$$

$$T_{21}(s) = \frac{-2.6 \cdot 10^{-5}s^5 - 0.001s^4 + 0.002s^3 + 0.004s^2 + 0.0001s + 1.3 \cdot 10^{-9}}{s^6 + 37.4s^5 + 190.6s^4 + 65.7s^3 + 1.5s^2 + 0.008s + 2.3 \cdot 10^{-19}} \tag{5.12}$$

$$T_{22}(s) = \frac{-3.6 \cdot 10^{-5}s^3 - 0.001s^2 - 0.001s - 7.5 \cdot 10^{-6}}{s^6 + 37.4s^5 + 190.6s^4 + 65.7s^3 + 1.5s^2 + 0.008s + 2.3 \cdot 10^{-19}} \tag{5.13}$$

-La matriz de ganancias estáticas resulta:

$$T(0) = \begin{bmatrix} 17.37 & -38.67 \\ 5.62 \cdot 10^{9} & -3.28 \cdot 10^{13} \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

-La matriz RGA resulta:

$$RGA = \begin{bmatrix} 1.0004 & -0.0004 \\ -0.0004 & 1.0004 \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

En la ecuación (5.15) se aprecia que el valor más cercano a $\lambda = 1$ es el valor de 1.0004. Por lo tanto, el emparejamiento correcto será: Δu_1 con Δy_1 y Δu_2 con Δy_2. Esto significa que: el control de la temperatura del aire en la habitación (T_{2a}) será mediante la manipulación del flujo volumétrico de aire (f) utilizando la función de transferencia $T_{11}(s)$, y el control de la humedad específica del aire en la habitación (W_{2a}) será mediante la manipulación del flujo másico de refrigerante $(\dot{m}_r)$ utilizando la función de transferencia $T_{22}(s)$.

-El índice de Nierderlinski resulta:

$$NI = 0.99962 \tag{5.16}$$

Ya que el valor numérico para NI es de signo positivo, se concluye que el control del modelo del sistema a lazo cerrado será estable.

5.5. Control multivariable descentralizado

En el control multivariable descentralizado, como se muestra en la Figura 33, las variables de entrada (variables manipuladas) y las variables de salida (variables a controlar) se encuentran separadas en grupos distintos, se realiza un acoplamiento en cada grupo para generar pares que no estén superpuestos (sin interacción), en estos pares se implementan controladores que operan de manera independiente para llegar a los valores de referencia.

El control multivariable descentralizado se implementa ya que en determinados sistemas físicos, las interacciones entre las variables son tan fuertes que incluso pueden causar que no sea posible alcanzar la estabilidad total o parcial del sistema. Las interacciones fuertes también pueden generar malos desempeños durante el control de las variables de salida.

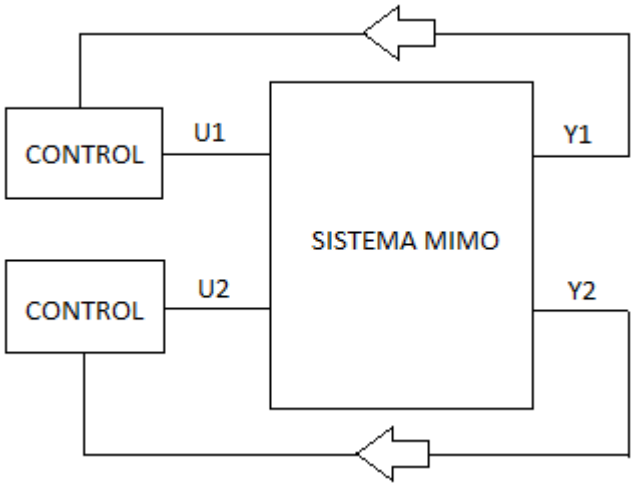

Figura 33. Esquema para el control descentralizado de un sistema multivariable
Fuente: Elaboración propia

A continuación, se nombran algunas de las ventajas de optar por la aplicación de un control descentralizado al modelo de un sistema multivariable.

-Un mejor manejo de cada uno de los procesos que conforman el sistema.
-Una interfaz amigable ya que cada proceso del sistema se trata de manera independiente.
-Mejora en la respuesta dinámica del sistema, ya que cada lazo se analiza individualmente, lo que permite una mejor sintonización de los controladores.

5.6. Control descentralizado para el modelo del sistema

5.6.1. Esquema de control

Para el diseño de un controlador descentralizado, primero se sintoniza cada controlador PID, después se diseña un desacoplador que se encargará de reducir la interacción que existe en el sistema multivariable. La Figura 34 muestra el esquema de control que se tomará en cuenta para la aplicación de un control descentralizado al modelo del sistema de aire acondicionado.

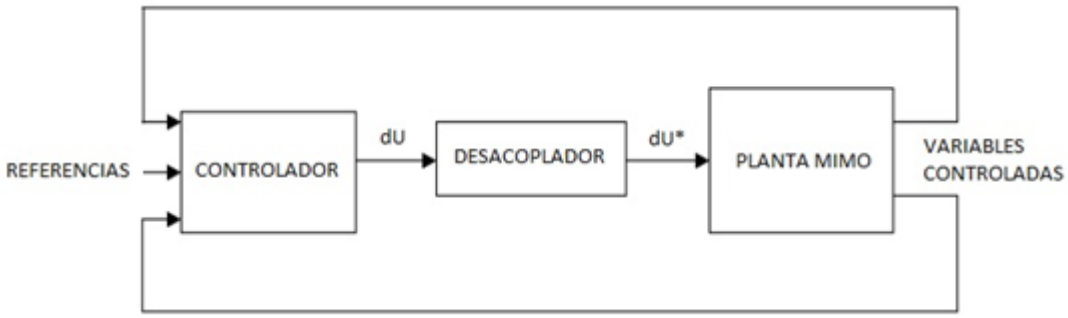

Figura 34. Esquema para el control descentralizado del sistema de aire acondicionado
Fuente: Elaboracion propia

5.6.2. Desacopladores

Los desacopladores cumplen un rol importante en la aplicación del control descentralizado, ya que mediante los desacopladores se reducen al mínimo las interacciones presentes en el sistema que se desea controlar. La Figura 35 representa el esquema que se debe seguir para la aplicación de un control descentralizado mediante el uso de desacopladores.

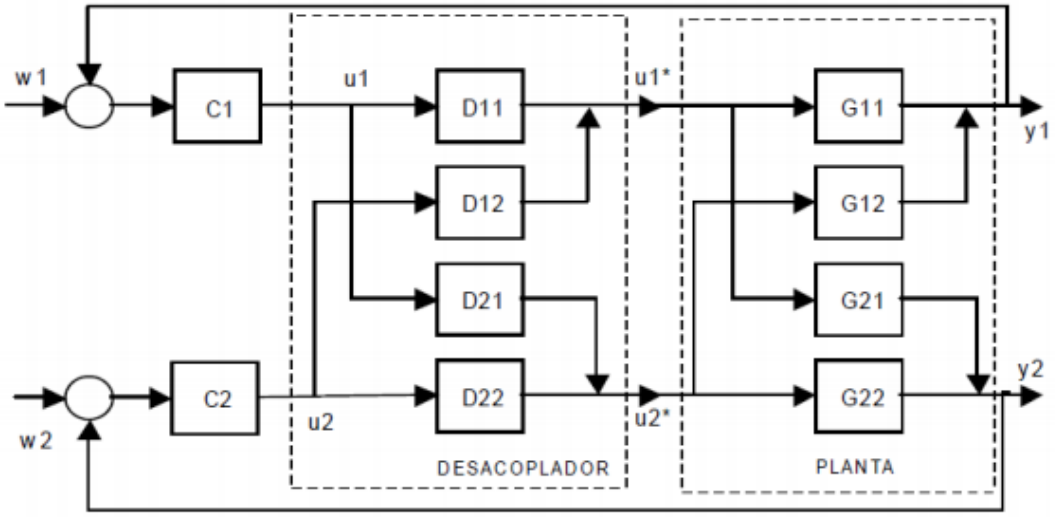

Figura 35. Esquema para un control descentralizado con desacopladores
Fuente: Qi & Deng, 2009

En la Figura 36 se muestra el diagrama seguido para la representación de la matriz de transferencia que modela al sistema multivariable de aire acondicionado. En la Figura 37 se muestra el diagrama seguido para la representación de la matriz de desacopladores. Y en la Figura 38 se muestra el diagrama seguido para la representación de los controladores utilizados.

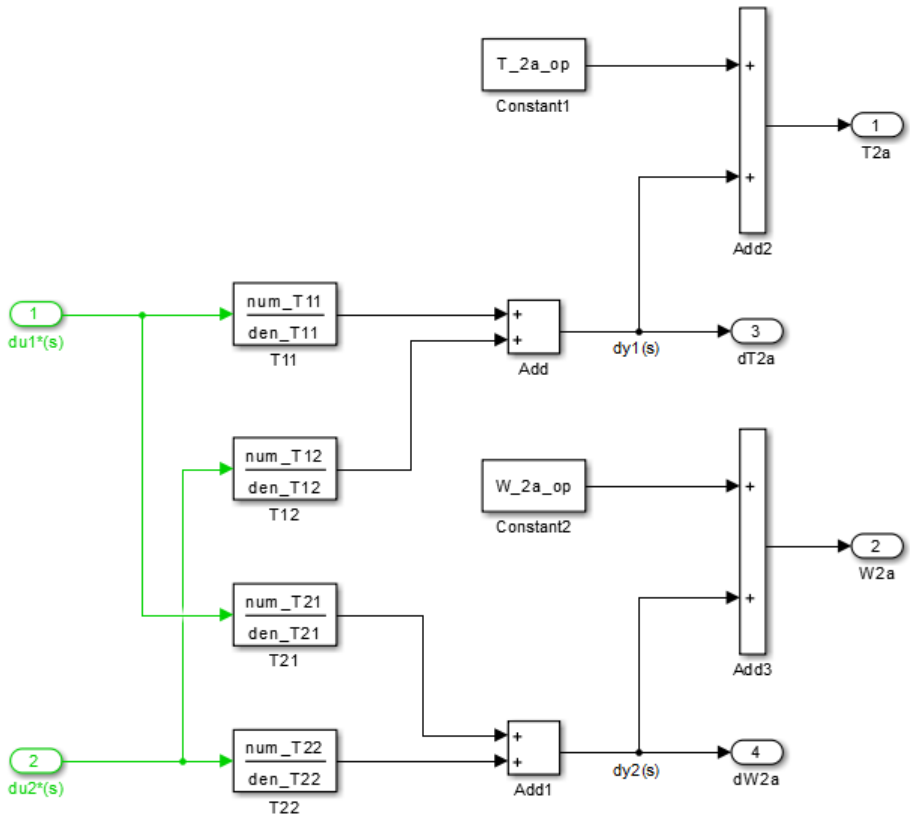

Figura 36. Matriz de transferencia para el modelo del sistema en estudio
Fuente: Elaboracion propia

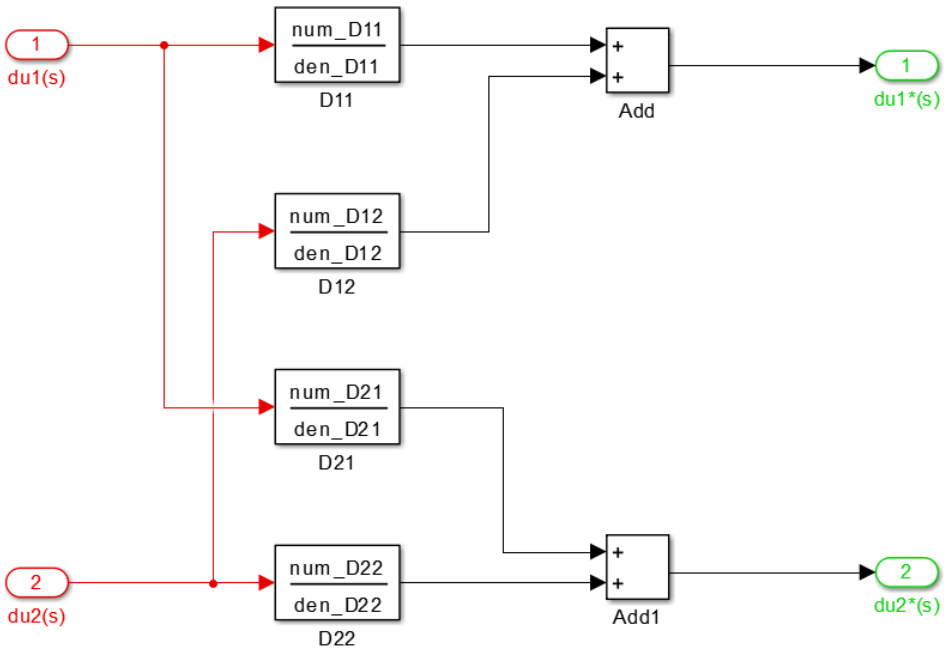

Figura 37. Matriz de desacopladores para el modelo del sistema en estudio
Fuente: Elaboracion propia

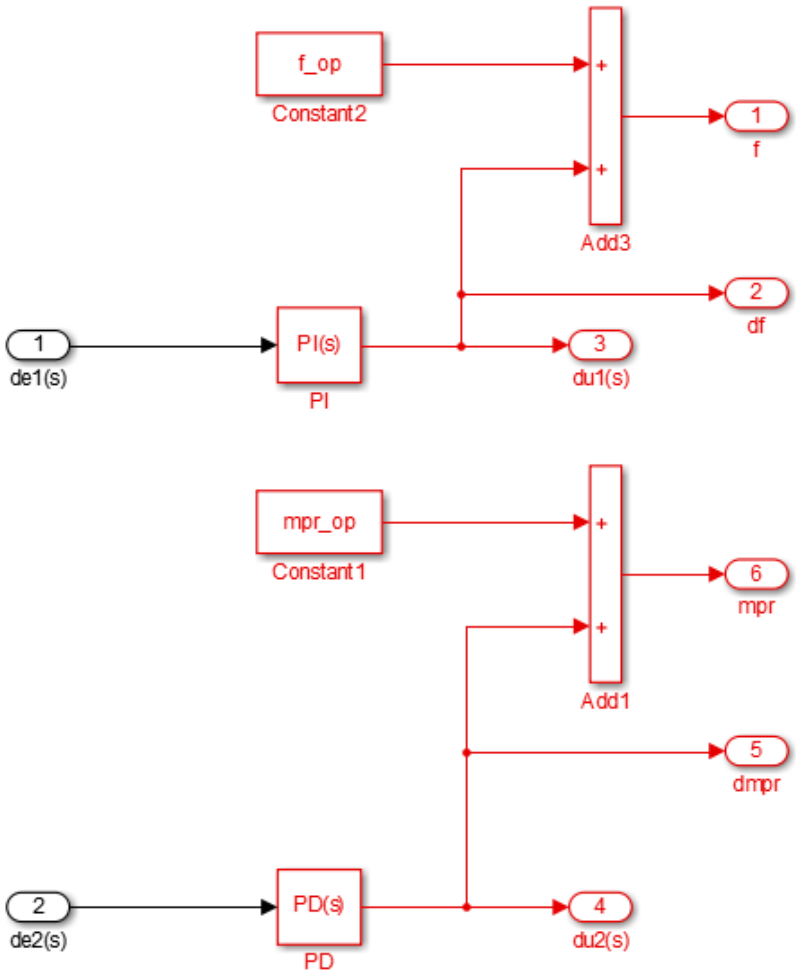

Figura 38. Controladores para el modelo del sistema en estudio
Fuente: Elaboracion propia

El método más práctico para hallar los desacopladores es mediante el uso de la ecuación (5.17). En esta ecuación, $D(s)$ se denomina matriz de desacopladores de ganancia estática.

$$D(0) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-T_{12}(0)}{T_{11}(0)} \\ \frac{-T_{21}(0)}{T_{22}(0)} & 1 \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

Para el modelo del sistema de aire acondicionado, la matriz anterior es:

$$D(s) = \begin{bmatrix} 1 & 2.23 \\ 0.0002 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

5.6.3. Sintonización de los controladores

Se mencionó anteriormente que el emparejamiento RGA más adecuado es Δu_1 con Δy_1 y Δu_2 con Δy_2. Esto significa que: el control de la temperatura del aire en la habitación (T_{2a}) será mediante la manipulación del flujo volumétrico de aire (f) utilizando la función de transferencia $T_{11}(s)$, y el control de la humedad específica del aire en la habitación (W_{2a}) será mediante la manipulación del flujo másico de refrigerante $(\dot{m}_r)$ utilizando la función de transferencia $T_{22}(s)$.

Para el control a lazo cerrado de la función de transferencia $T_{11}(s)$ se utiliza un controlador PI. A lazo abierto $T_{11}(s)$ tiene un comportamiento equivalente a la dinámica que presenta un sistema de primer orden (para sistemas de primer orden se recomienda el uso de controladores PI). En la Figura 39 se muestra el esquema seguido para la sintonización de este controlador PI.

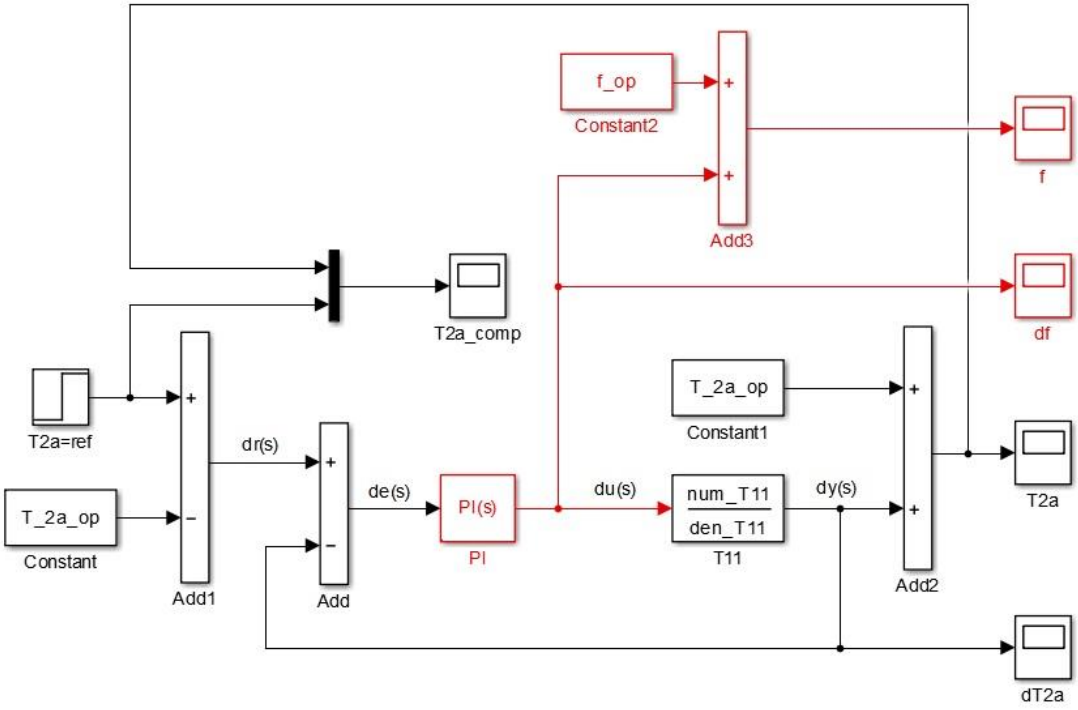

Figura 39. Sintonización del controlador PI para el proceso T_{11}
Fuente: Elaboración propia

Luego de la sintonización del controlador PI, en la Figura 40 se muestra la dinámica de la variable manipulada (flujo de aire f) que se requiere para que la función de transferencia $T_{11}(s)$ llegue a la referencia indicada ($T_{2a} = 24$ °C). Para este caso, el controlador PI tiene como parámetros de control: un valor de $P = -0.02941$ y un valor de $I = 0.010314$.

En la Figura 41 se muestra la respuesta dinámica de la temperatura del aire en la habitación después de sintonizar el controlador PI. La aplicación de este controlador dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 2%.

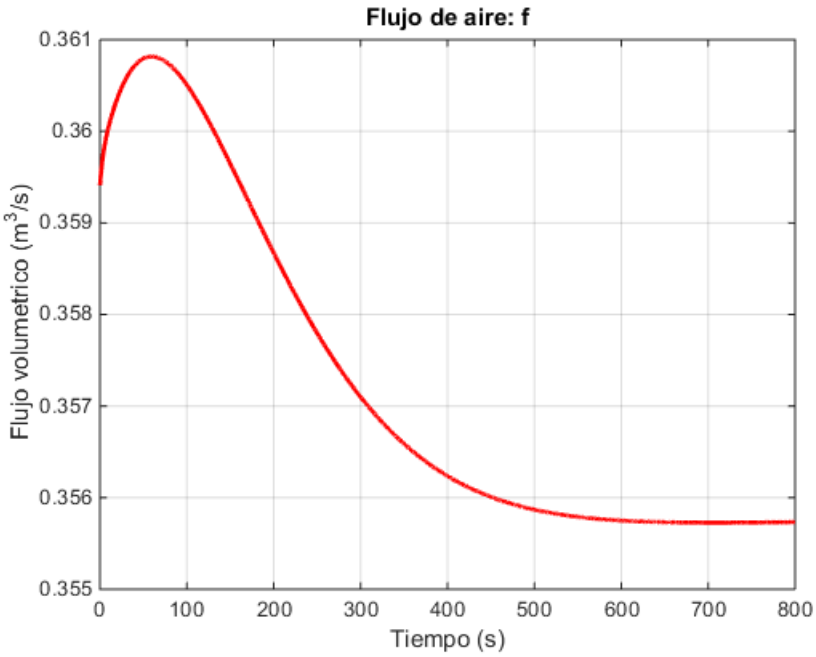

Figura 40. Flujo de aire para el controlador PI
Fuente: Elaboración propia

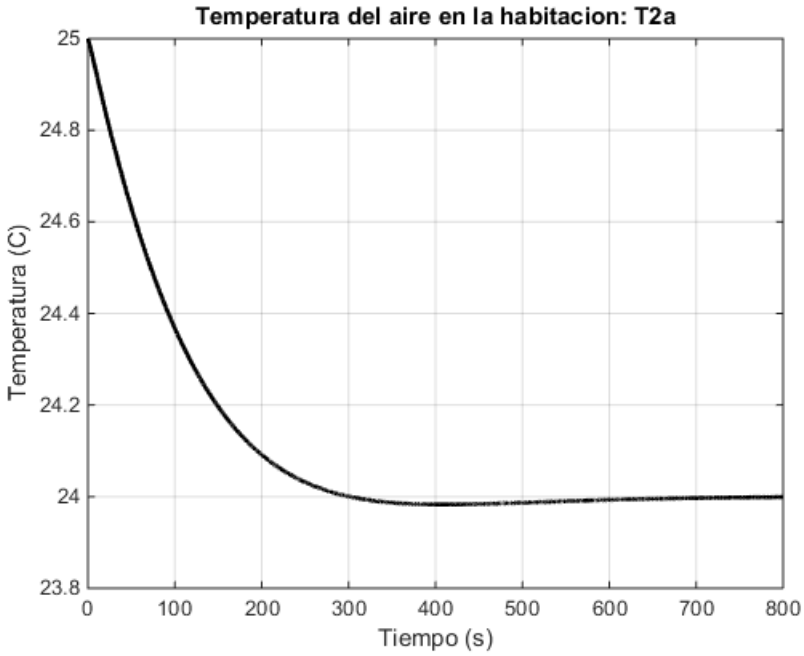

Figura 41. Temperatura del aire en la habitacion para el controlador PI
Fuente: Elaboración propia

Para el control a lazo cerrado de la función de transferencia $T_{22}(s)$ se utiliza un controlador PD. A lazo abierto $T_{22}(s)$ tiene un comportamiento equivalente a la dinámica que presenta un sistema con integrador puro (para sistemas con integrador puro se recomienda la utilización de controladores PD). En la Figura 42 se muestra el esquema seguido para la sintonización de este controlador PD.

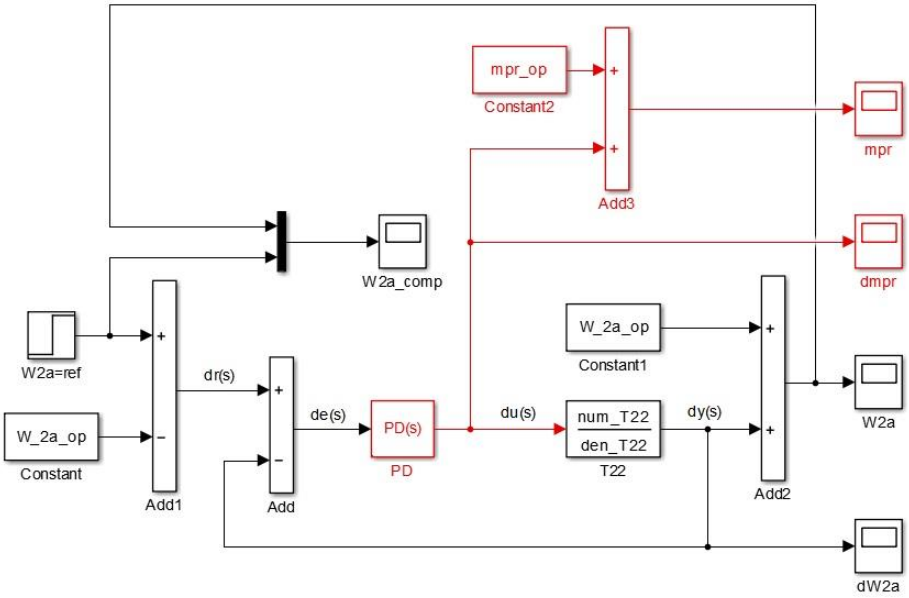

Figura 42. Sintonización del controlador PD para el proceso T_{22}
Fuente: Elaboración propia

Luego de la sintonización del controlador PD, en la Figura 43 se muestra la dinámica de la variable manipulada (flujo de refrigerante $\dot{m}_r$) que se requiere para que la función de transferencia $T_{22}(s)$ llegue a la referencia indicada ($W_{2a} = 9\ g/kg_{aire\ seco}$). Para este caso, el controlador PD tiene como parámetros de control: un valor de $P = -28.9309$ y un valor de $D = 54.7359$.

En la Figura 44 se muestra la respuesta dinámica de la humedad específica del aire en la habitación después de sintonizar el controlador PD. La aplicación de este controlador dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 3%.

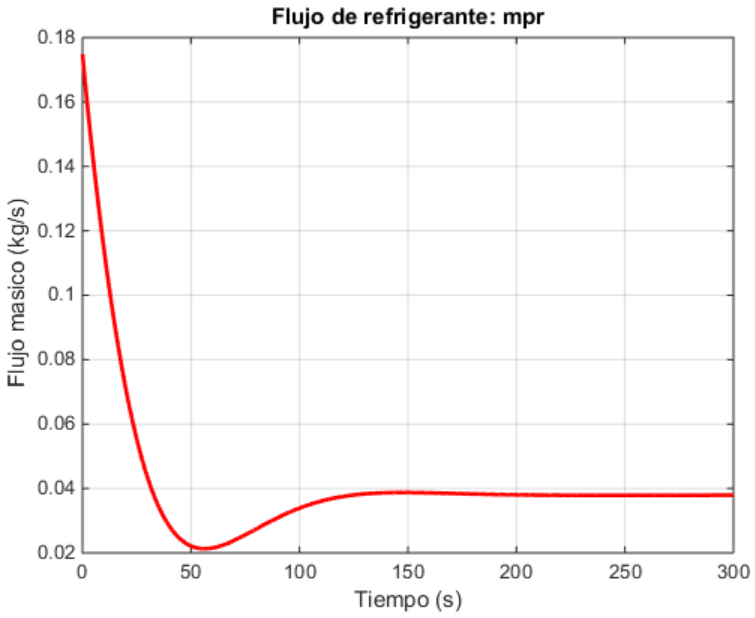

Figura 43. Flujo de refrigerante para el controlador PD
Fuente: Elaboración propia

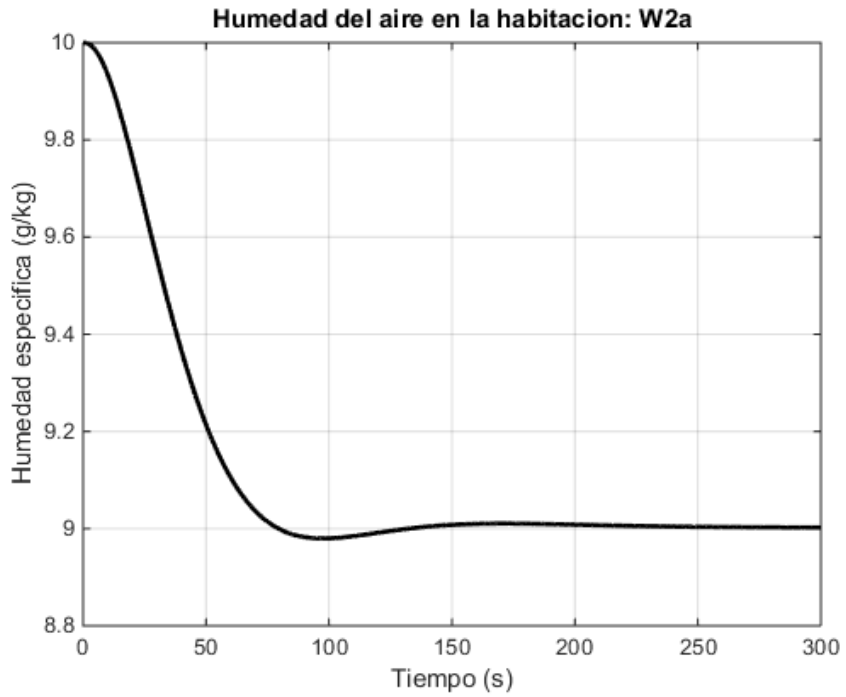

Figura 44. Humedad específica del aire en la habitacion para el controlador PD
Fuente: Elaboración propia

5.6.4. Control descentralizado con desacopladores para el modelo del sistema

Luego de la sintonización de los controladores PI y PD, se procede a diseñar el esquema para el control descentralizado con desacopladores. Como se muestra en la Figura 45, el esquema está compuesto por: el bloque de controladores, el bloque de desacopladores y el bloque que representa a la matriz de transferencia del modelo matemático del sistema.

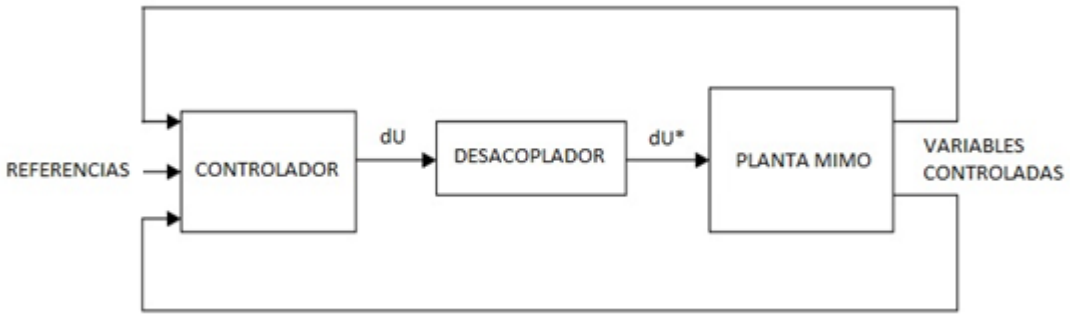

Figura 45. Esquema de control descentralizado para el modelo del sistema
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 46 se muestra la dinámica de la variable manipulada 1 (flujo de aire f) que se requiere para que la temperatura del aire en la habitación llegue a la referencia indicada ($T_{2a} = 24$ ℃).

En la Figura 47 se muestra la dinámica de la variable manipulada 2 (flujo de refrigerante $\dot{m}_r$) que se requiere para que la humedad específica del aire en la habitación llegue a la referencia indicada ($W_{2a} = 9\ g/kg_{aire\ seco}$).

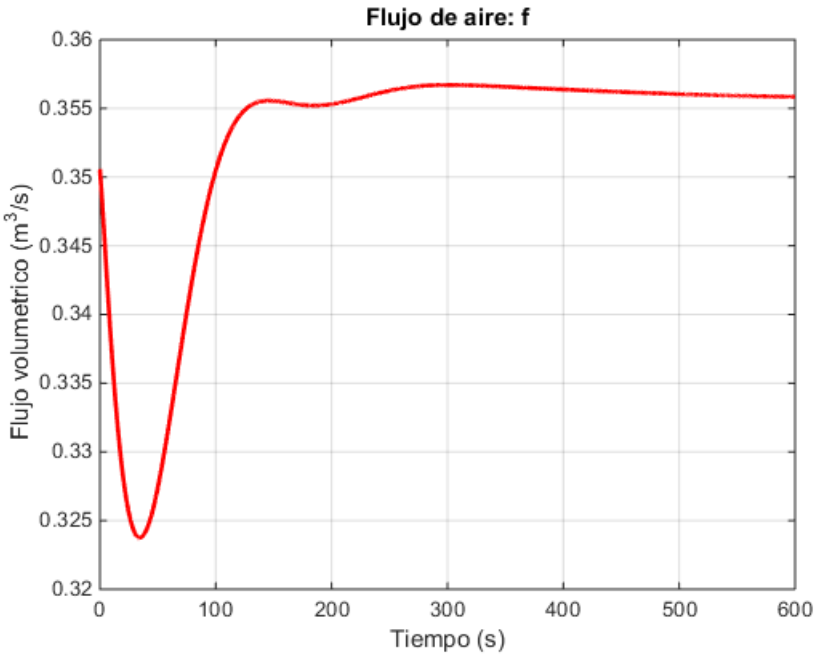

Figura 46. Flujo de aire para control descentralizado
Fuente: Elaboración propia

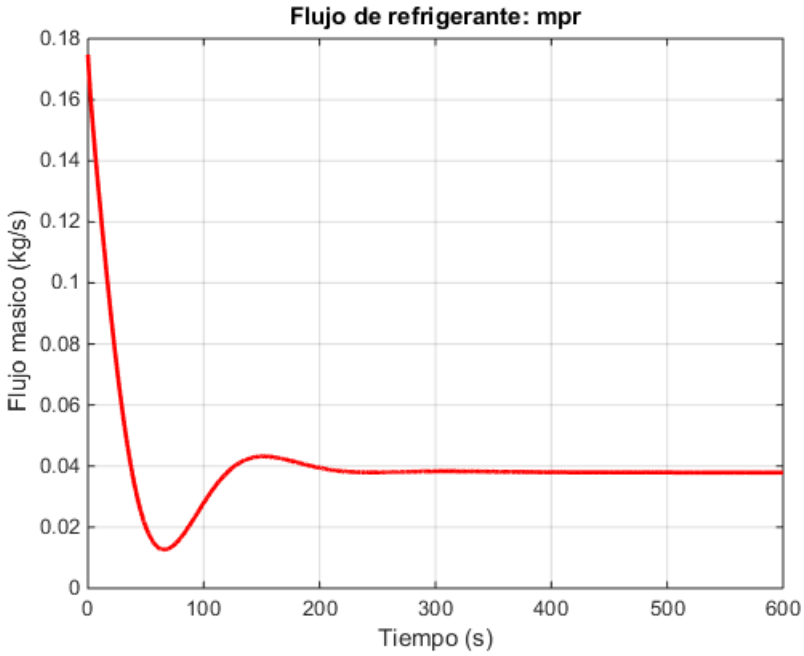

Figura 47. Flujo de refrigerante para control descentralizado
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 48 se muestra la respuesta dinámica de la temperatura del aire en la habitación, luego de aplicarse el control descentralizado con desacopladores, para que se llegue a la referencia indicada ($T_{2a} = 24$ °C). La aplicación de este control dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 3% en la variable de temperatura del aire en la habitación.

En la Figura 49 se muestra la respuesta dinámica de la humedad específica del aire en la habitación, luego de aplicarse el control descentralizado con desacopladores, para que se llegue a la referencia indicada ($W_{2a} = 9\ g/kg_{aire\ seco}$). La aplicación de este control dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 3% en la variable de humedad específica del aire en la habitación.

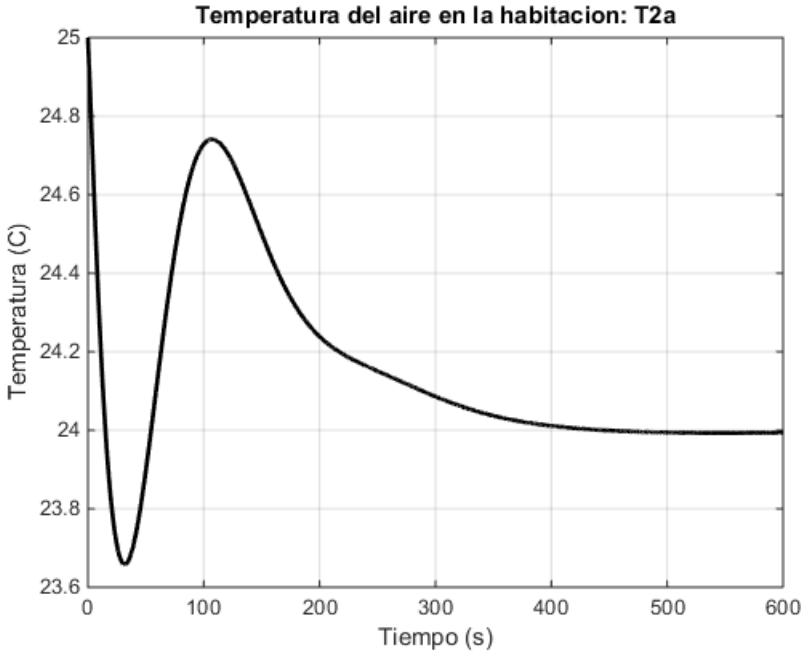

Figura 48. Temperatura del aire en la habitacion para control descentralizado
Fuente: Elaboración propia

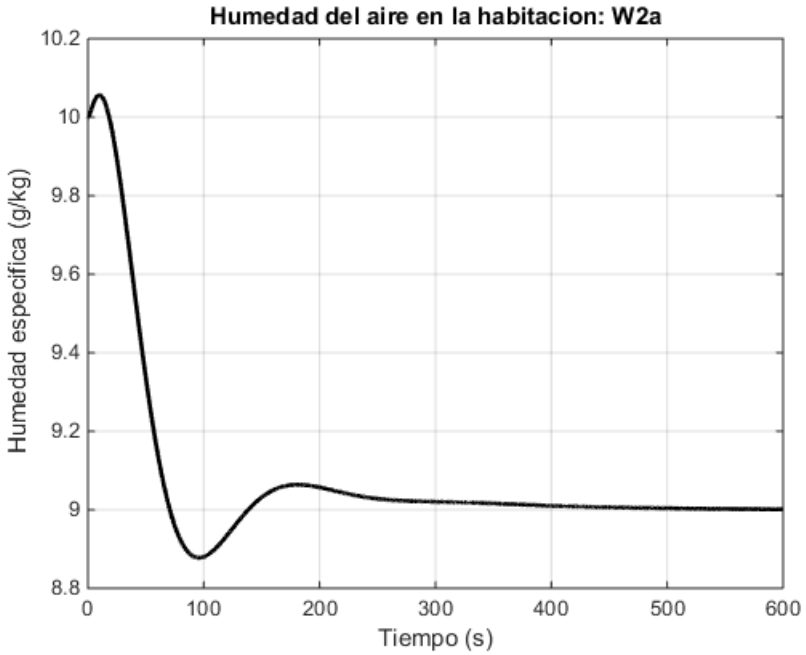

Figura 49. Humedad específica del aire en la habitacion para control descentralizado
Fuente: Elaboración propia

El esquema diseñado para el control descentralizado con desacopladores proporciona un funcionamiento aceptable, ya que en ambos casos, tanto la variable de temperatura del aire en la habitación como la variable de humedad específica del aire en la habitación, consiguen llegar a sus respectivos estados de referencia que se necesitan para una ambiente de confort.

La sobre-oscilación aceptable que se recomienda es de alrededor de un 25% a menos, por lo que en ambas variables (temperatura y humedad) si se cumple con este requerimiento, lo que indica que la aplicación de control descentralizado para el modelo del sistema es una excelente opción.

5.6.5. Control descentralizado con adición de disturbios

Para la aplicación de control descentralizado con adición disturbios se siguió el esquema de trabajo en Simulink mostrado en la Figura 50. La variable de disturbios se aplicó como una entrada de temperatura externa ambiental.

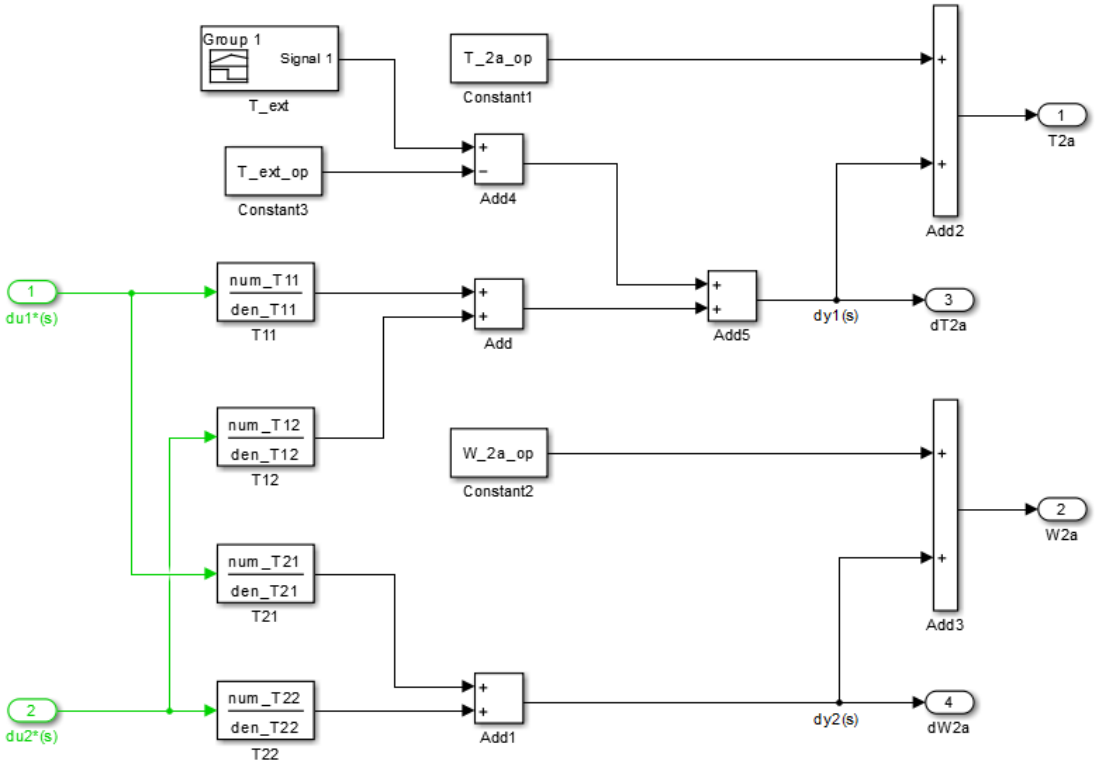

Figura 50. Disturbios de temperatura externa ambiental
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 51 se muestra la gráfica que representa a la variable de disturbios de temperatura externa ambiental. Los datos de esta gráfica fueron obtenidos midiendo la temperatura en Piura del día sábado 11 de Junio (24 horas).

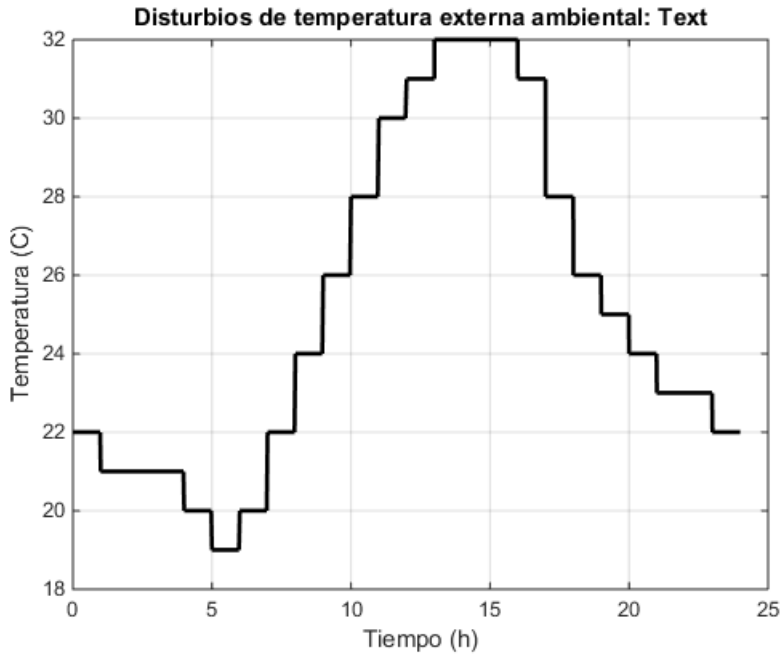

Figura 51. Disturbios de temperatura externa ambiental para Piura
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 52 se muestra la dinámica de la variable manipulada 1 (flujo de aire f) que se requiere para que la temperatura del aire en la habitación llegue a la referencia indicada ($T_{2a} = 24$ °C), teniendo en consideración la intervención de disturbios.

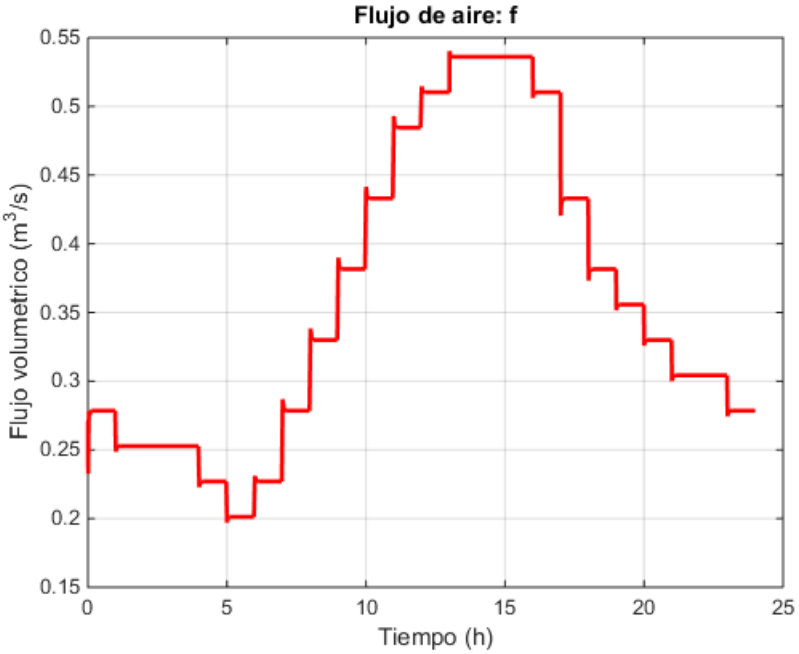

Figura 52. Flujo de aire para control descentralizado con disturbios
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 53 se muestra la dinámica de la variable manipulada 2 (flujo de refrigerante $\dot{m}_r$) que se requiere para que la humedad específica del aire en la habitación llegue a la referencia indicada ($W_{2a} = 9\ g/kg_{aire\ seco}$), teniendo en consideración la intervención de disturbios.

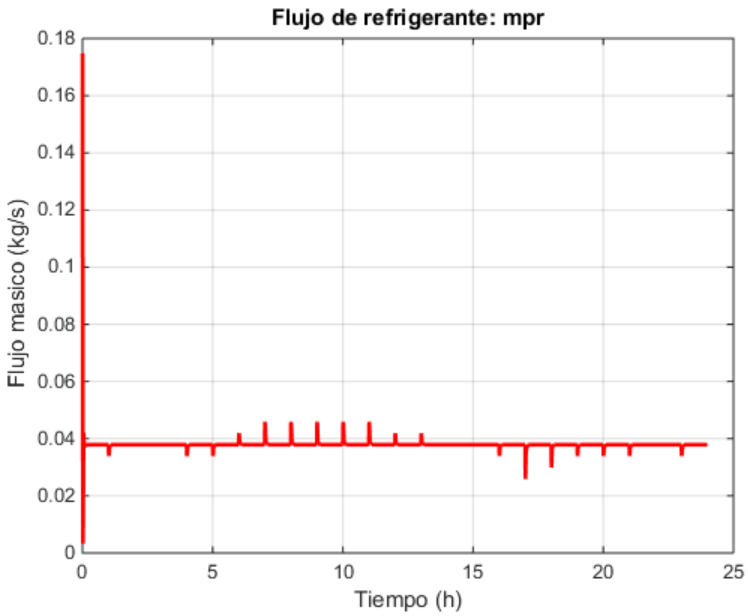

Figura 53. Flujo de refrigerante para control descentralizado con disturbios
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 54 se muestra la respuesta dinámica de la temperatura del aire en la habitación, luego de aplicarse el control descentralizado con disturbios, para que se llegue a la referencia indicada ($T_{2a} = 24$ ℃). La aplicación de este control con disturbios, dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 10% en la variable de temperatura del aire en la habitación.

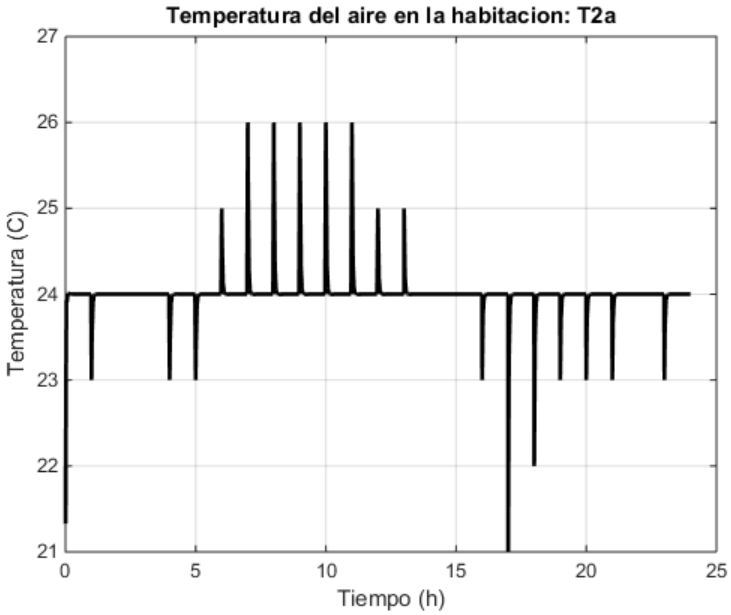

Figura 54. Temperatura del aire en la habitacion para control descentralizado con disturbios
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 55 se muestra la respuesta dinámica de la humedad específica del aire en la habitación, luego de aplicarse el control descentralizado con disturbios, para que se llegue a la referencia indicada ($W_{2a} = 9\ g/kg_{aire\ seco}$). La aplicación de este control con disturbios, dio como resultado una sobre-oscilación promedio de 10% en la variable de humedad específica del aire en la habitación.

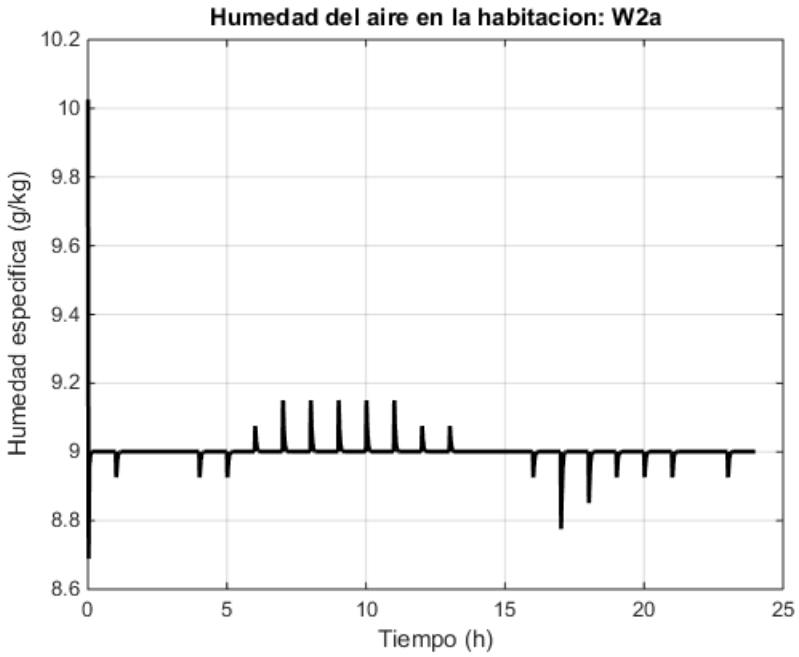

Figura 55. Humedad específica del aire en la habitacion para control descentralizado con distubios
Fuente: Elaboración propia

El esquema diseñado para el control descentralizado con disturbios, también proporciona un funcionamiento aceptable, ya que en ambos casos, tanto la variable de temperatura del aire en la habitación como la variable de humedad específica del aire en la habitación, consiguen llegar a sus respectivos estados de referencia que se necesitan para una ambiente de confort, y lo hacen de manera adecuada aún con la aplicación de disturbios.

La sobre-oscilación aceptable que se recomienda es de alrededor de un 25% a menos, por lo que en ambas variables (temperatura y humedad) si se cumple con este requerimiento, lo que indica que la aplicación de control descentralizado con disturbios para el modelo del sistema es una excelente opción.

Conclusiones

- El conocimiento de las leyes y principios que rigen la dinámica de un sistema de aire acondicionado, es fundamental para el desarrollo de esta tesis, ya que permite conocer el comportamiento dinámico de las variables más influyentes en el sistema.

- El empleo del modelo matemático permite conocer a priori la dinámica del sistema de aire acondicionado, y con ello desarrollar un mejor análisis y control del sistema.

- Las medidas de interacción son importantes para determinar las variables que son más influyentes en la dinámica del sistema multivariable.

- El objetivo principal de aplicar control descentralizado al modelo del sistema de aire acondicionado es eliminar las interacciones que puedan afectar en la respuesta del sistema multivariable. Al eliminarse las variables de mayores interacciones, se puede obtener un mejor control de las variables de salida del sistema.

- Es importante sintonizar de forma óptima a cada uno de los controladores para que la respuesta del sistema de aire acondicionado sea adecuada. Una mala sintonización de los controladores puede provocar respuestas del sistema que son poco favorables, y hasta pueden ocasionar puntos de inestabilidad a lazo cerrado.

- El esquema diseñado para el control descentralizado con desacopladores proporciona un funcionamiento aceptable, ya que en ambos casos, tanto la variable de temperatura del aire en la habitación como la variable de humedad específica del aire en la habitación, consiguen llegar a sus respectivos estados de referencia que se necesitan para una ambiente de confort.

- El esquema diseñado para el control descentralizado con disturbios, también proporciona un funcionamiento aceptable, ya que en ambos casos, tanto la variable de temperatura del aire en la habitación como la variable de humedad específica del aire en la habitación, consiguen llegar a sus respectivos estados de referencia que se necesitan para una ambiente de confort, y lo hacen de manera adecuada aún con la aplicación de disturbios.

Referencias

Afram, A., & Janabi-Sharifi, F. (2014). Theory and applications of HVAC control systems – A review of model predictive control (MPC). *Building and Environment*, *72*, 343–355. http://doi.org/10.1016/j.buildenv.2013.11.016

Aprea, C., Mastrullo, R., & Renno, C. (2004). Fuzzy control of the compressor speed in a refrigeration plant. *International Journal of Refrigeration*, *27*(6), 639–648. http://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2004.02.004

Bhaskoro, P. T., Gilani, S. I. U. H., & Aris, M. S. (2013). Simulation of energy saving potential of a centralized HVAC system in an academic building using adaptive cooling technique. *Energy Conversion and Management*, *75*, 617–628. http://doi.org/10.1016/j.enconman.2013.06.054

Brodrick, J., & Gilbride, T. L. (2002). Focusing on Buyers' Needs: DOE's Emerging Technology Program. *Energy Engineering*, *99*(6), 18–37. http://doi.org/10.1080/01998590209509359

Çengel, Y. A., & Boles, M. A. (2009). *Termodinámica* (6ta ed.). México, D. F.: McGraw-Hill Interamericana de España S.L.

Çengel, Y. A., & Boles, M. A. (2012). *Termodinámica* (7ma ed.). México, D. F.: McGraw-Hill Interamericana de España S.L.

Çengel, Y. A., & Boles, M. A. (2014). *Thermodynamics: An engineering approach* (8va ed.). New York: McGraw-Hill Education.

Huang, G., Wang, S., & Xu, X. (2009). A robust model predictive control strategy for improving the control performance of air-conditioning systems. *Energy Conversion and Management*, *50*(10), 2650–2658. http://doi.org/10.1016/j.enconman.2009.06.014

Mendoza Alba, J. R. (2007). *Diseño del sistema de acondicionamiento del aire para un banco de pruebas y diseño e instalación del sistema de aire acondicionado para la sala GIEMA*. Universidad Industrial de Santander. Retrieved from repositorio.uis.edu.co:80/jspui/handle/123456789/5757

Oliveira, R. D., Souza, R. V. G. de, Mairink, A. J. M., Rizzi, M. T. G., & Silva, R. M. da. (2015). Thermal Comfort for Users According to the Brazilian Housing Buildings Performance Standards. *Energy Procedia*, *78*, 2923–2928. http://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.11.668

Piedrahita-Velásquez, C. A., Ciro-Velásquez, H. J., & Gómez-Botero, M. A. (2014). Identification and digital control of a household refrigeration system with a variable speed compressor. *International Journal of Refrigeration*, *48*, 178–187. http://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2014.09.009

Qi, Q., & Deng, S. (2009). Multivariable control of indoor air temperature and humidity in a direct expansion (DX) air conditioning (A/C) system. *Building and Environment*, *44*(8), 1659–1667. http://doi.org/10.1016/j.buildenv.2008.11.001

Quadri, N. P. (2001). *Sistemas de aire acondicionado: Calidad del aire interior*. Buenos Aires: Alsina.

Torres Pucachaqui, F. L. (2008). *Control automático de sistemas de aire acondicionado con PLCs*. Escuela Politécnica Nacional. Retrieved from http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/841

Wemhoff, A. P. (2012). Calibration of HVAC equipment PID coefficients for energy conservation. *Energy and Buildings*, *45*, 60–66. http://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.10.021

Whitman, W. C., & Johnson, W. M. (2000). *Tecnología de la refrigeración y aire acondicionado: Fundamentos*. Madrid: Thomson Paraninfo.

Anexos

```
%---sistema de aire acondicionado: modelo matematico lineal representado en el
espacio de estados---%
%---simulaciones a lazo abierto---%

%---DATA_mod2L_AA_R22_EEb_sDIST_DFcte---%
clc;
clear all;
format SHORTE;

%---parametros constantes---%

%---parametros constantes para los elementos: A1n (n=1...6), B1r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
h_vc3_za=0.05;%h_vc3_za=0.0457;
A_vc3_za=7.84;%A_vc3_za=17.65;
den_1a=1.184;%den_1a=1.2;
cp_1a=1.005;%cp_1a=1.005;
h_fg=2450;%h_fg=2450;
b_1a=0.085/1000;%b_1a=0.085/1000;
den_vc3_za=1.184;%den_vc3_za=1.2;
vol_vc3_za=0.072;%vol_vc3_za=0.16;
a_1a=0.0198/1000;%a_1a=0.0198/1000;
den_3a=1.184;%den_3a=1.2;
cp_3a=1.005;%cp_3a=1.005;
c_1a=4.4984/1000;%c_1a=4.4984/1000;

%---parametros constantes para los elementos: A2n (n=1...6), B2r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%den_1a=1.2;
%cp_1a=1.005;
den_vc1_za=1.184;%den_vc1_za=1.2;
vol_vc1_za=60;%vol_vc1_za=77;
cv_vc1_za=0.718;%cv_vc1_za=1.005;
den_2a=1.184;%den_2a=1.2;
cp_2a=1.005;%cp_2a=1.005;
k_spl=0.0295;%k_spl=0.0250;
Qp_load=5.03;%Qp_load=2.07;%Qp_load=4.49;

%---parametros constantes para los elementos: A3n (n=1...6), B3r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
h_vc2_za=0.09;%h_vc2_za=0.0936;
A_vc2_za=1.96;%A_vc2_za=4.14;
%den_2a=1.2;
%cp_2a=1.005;
den_vc2_za=1.184;%den_vc2_za=1.2;
vol_vc2_za=0.018;%vol_vc2_za=0.04;
cv_vc2_za=0.718;%cv_vc2_za=1.005;
%den_3a=1.2;
%cp_3a=1.005;
```

```
%---parametros constantes para los elementos: A4n (n=1...6), B4r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%h_vc3_za=0.0457;
%A_vc3_za=17.65;
den_vc_z1w=1;%den_vc_z1w=1;
vol_vc_z1w=1;%vol_vc_z1w=1;
c_vc_z1w=29;%c_vc_z1w=29;
%h_vc2_za=0.0936;
%A_vc2_za=4.14;
h_1r=427;%h_1r=427;
h_4r=255;%h_4r=255;

%---parametros constantes para los elementos: A5n (n=1...6), B5r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%cp_1a=1.005;
%h_vc3_za=0.0457;
%A_vc3_za=17.65;
%den_1a=1.2;
%a_1a=0.0198/1000;
%b_1a=0.085/1000;
%den_vc3_za=1.2;
%vol_vc3_za=0.16;
%h_fg=2450;
%den_3a=1.2;
%cp_3a=1.005;

%---parametros constantes para los elementos: A6n (n=1...6), B6r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%den_1a=1.2;
%den_vc1_za=1.2;
%vol_vc1_za=77;
%den_2a=1.2;
Mp_load=0.60/1000;%Mp_load=0.96/1000;

%---condiciones de operacion---%

%---condiciones de operacion para los elementos: A1n (n=1...6), B1r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
f_op=0.330;%f_op=0.347;
mpr_op=0.0379;%mpr_op=0.042;
T_1a_op=12.16;%T_1a_op=13.25;
T_3a_op=17.86;%T_3a_op=17;
T_1w_op=11;%T_1w_op=5.54;%T_1w_op=13;
W_1a_op=8.46/1000;%W_1a_op=9.03/1000;
W_2a_op=10/1000;%W_2a_op=11.35/1000;
```

```
%---condiciones de operacion para los elementos: A2n (n=1...6), B2r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%f_op=0.347;
%T_1a_op=13.25;
T_2a_op=25;%T_2a_op=24;

%---condiciones de operacion para los elementos: A3n (n=1...6), B3r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%f_op=0.347;
%T_2a_op=24;
%T_3a_op=17;

%---condiciones de operacion para los elementos: A4n (n=1...6), B4r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%---no existen condiciones de operacion para los elementos: A4n, B4r, Cmn, Dmr---
%

%---condiciones de operacion para los elementos: A5n (n=1...6), B5r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%f_op=0.347;
%T_1a_op=13.25;
%T_3a_op=17;
%T_1w_op=13;
%W_1a_op=9.03/1000;
%W_2a_op=11.35/1000;

%---condiciones de operacion para los elementos: A6n (n=1...6), B6r (r=1...2), Cmn
(m=1...2) (n=1...6), Dmr (m=1...2) (r=1...2)---%
%f_op=0.347;
%W_1a_op=9.03/1000;
%W_2a_op=11.35/1000;

%---matriz A---%

%---matriz A: calculo de los elementos A1n (n=1...6)---%

%---elemento A11---%
A11_num_T1=(((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)+(den_1a*f_op*cp_1a))*((cp_1a)+(h_fg*b_
1a)));
A11_den_T1=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A11_T1=-(A11_num_T1/A11_den_T1);

A11_num_T2=(2*h_fg*a_1a*T_3a_op*((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)-
(den_3a*f_op*cp_3a)));
A11_den_T2=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A11_T2=(A11_num_T2/A11_den_T2);

A11_num_T3=(2*h_fg*a_1a*h_vc3_za*A_vc3_za*T_1w_op);
```

```
A11_den_T3=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A11_T3=-(A11_num_T3/A11_den_T3);

A11_num_T4=(2*((h_fg)^2)*a_1a*f_op*((den_1a*W_1a_op)-(den_3a*W_2a_op)));
A11_den_T4=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A11_T4=(A11_num_T4/A11_den_T4);

A11=(A11_T1+A11_T2+A11_T3+A11_T4);

%---elemento A12---%
A12=0;

%---elemento A13---%
A13_num=((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)-(den_3a*f_op*cp_3a));
A13_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A13=-(A13_num/A13_den);

%---elemento A14---%
A14_num=(h_vc3_za*A_vc3_za);
A14_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A14=(A14_num/A14_den);

%---elemento A15---%
A15_num=(den_1a*f_op*h_fg);
A15_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A15=-(A15_num/A15_den);

%---elemento A16---%
A16_num=(den_3a*f_op*h_fg);
A16_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A16=(A16_num/A16_den);

%---matriz A: calculo de los elementos A2n (n=1...6)---%

%---elemento A21---%
A21_num=(den_1a*f_op*cp_1a);
A21_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
A21=(A21_num/A21_den);

%---elemento A22---%
A22_num=(den_2a*f_op*cp_2a);
A22_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
A22=-(A22_num/A22_den);

%---elemento A23---%
A23=0;
```

```
%---elemento A24---%
A24=0;

%---elemento A25---%
A25=0;

%---elemento A26---%
A26=0;

%---matriz A: calculo de los elementos A3n (n=1...6)---%

%---elemento A31---%
A31=0;

%---elemento A32---%
A32_num=((0.5*h_vc2_za*A_vc2_za)-(den_2a*f_op*cp_2a));
A32_den=(den_vc2_za*vol_vc2_za*cv_vc2_za);
A32=-(A32_num/A32_den);

%---elemento A33---%
A33_num=((0.5*h_vc2_za*A_vc2_za)+(den_3a*f_op*cp_3a));
A33_den=(den_vc2_za*vol_vc2_za*cv_vc2_za);
A33=-(A33_num/A33_den);

%---elemento A34---%
A34_num=(h_vc2_za*A_vc2_za);
A34_den=(den_vc2_za*vol_vc2_za*cv_vc2_za);
A34=(A34_num/A34_den);

%---elemento A35---%
A35=0;

%---elemento A36---%
A36=0;

%---matriz A: calculo de los elementos A4n (n=1...6)---%

%---elemento A41---%
A41_num=(0.5*h_vc3_za*A_vc3_za);
A41_den=(den_vc_z1w*vol_vc_z1w*c_vc_z1w);
A41=(A41_num/A41_den);

%---elemento A42---%
A42_num=(0.5*h_vc2_za*A_vc2_za);
A42_den=(den_vc_z1w*vol_vc_z1w*c_vc_z1w);
A42=(A42_num/A42_den);

%---elemento A43---%
A43_num=((0.5*h_vc2_za*A_vc2_za)+(0.5*h_vc3_za*A_vc3_za));
A43_den=(den_vc_z1w*vol_vc_z1w*c_vc_z1w);
```

```
A43=(A43_num/A43_den);

%---elemento A44---%
A44_num=((h_vc2_za*A_vc2_za)+(h_vc3_za*A_vc3_za));
A44_den=(den_vc_z1w*vol_vc_z1w*c_vc_z1w);
A44=-(A44_num/A44_den);

%---elemento A45---%
A45=0;

%---elemento A46---%
A46=0;

%---matriz A: calculo de los elementos A5n (n=1...6)---%

%---elemento A51---%
A51_num_T1=(cp_1a*((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)+(den_1a*f_op*cp_1a))*((4*a_1a*T
_1a_op)+(b_1a)));
A51_den_T1=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A51_T1=-(A51_num_T1/A51_den_T1);

A51_num_T2=(h_fg*((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)+(den_1a*f_op*cp_1a))*(((2*a_1a*T_
1a_op)+(b_1a))^2));
A51_den_T2=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A51_T2=-(A51_num_T2/A51_den_T2);

A51_num_T3=(2*cp_1a*a_1a*T_3a_op*((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)-
(den_3a*f_op*cp_3a)));
A51_den_T3=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A51_T3=-(A51_num_T3/A51_den_T3);

A51_num_T4=(2*cp_1a*a_1a*h_vc3_za*A_vc3_za*T_1w_op);
A51_den_T4=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A51_T4=(A51_num_T4/A51_den_T4);

A51_num_T5=(2*cp_1a*a_1a*h_fg*f_op*((den_1a*W_1a_op)-(den_3a*W_2a_op)));
A51_den_T5=(den_vc3_za*vol_vc3_za*(((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a))))
^2));
A51_T5=-(A51_num_T5/A51_den_T5);

A51=(A51_T1+A51_T2+A51_T3+A51_T4+A51_T5);

%---elemento A52---%
A52=0;
```

```
%---elemento A53---%
A53_num=(((0.5*h_vc3_za*A_vc3_za)-
(den_3a*f_op*cp_3a))*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)));
A53_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A53=-(A53_num/A53_den);

%---elemento A54---%
A54_num=(h_vc3_za*A_vc3_za*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)));
A54_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A54=(A54_num/A54_den);

%---elemento A55---%
A55_num=(den_1a*f_op*h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)));
A55_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A55=-(A55_num/A55_den);

%---elemento A56---%
A56_num=(den_3a*f_op*h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)));
A56_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
A56=(A56_num/A56_den);

%---matriz A: calculo de los elementos A6n (n=1...6)---%

%---elemento A61---%
A61=0;

%---elemento A62---%
A62=0;

%---elemento A63---%
A63=0;

%---elemento A64---%
A64=0;

%---elemento A65---%
A65_num=(den_1a*f_op);
A65_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
A65=(A65_num/A65_den);

%---elemento A66---%
A66_num=(den_2a*f_op);
A66_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
A66=-(A66_num/A66_den);

%---matriz A: elementos A1n (n=1...6)---%
A1n=[A11 A12 A13 A14 A15 A16];

%---matriz A: elementos A2n (n=1...6)---%
A2n=[A21 A22 A23 A24 A25 A26];
```

```
%---matriz A: elementos A3n (n=1...6)---%
A3n=[A31 A32 A33 A34 A35 A36];

%---matriz A: elementos A4n (n=1...6)---%
A4n=[A41 A42 A43 A44 A45 A46];

%---matriz A: elementos A5n (n=1...6)---%
A5n=[A51 A52 A53 A54 A55 A56];

%---matriz A: elementos A6n (n=1...6)---%
A6n=[A61 A62 A63 A64 A65 A66];

%---matriz A: elementos A(nxn) (n=1...6)---%
A=[A1n; A2n; A3n; A4n; A5n; A6n];

%---matriz B---%

%---matriz B: calculo de los elementos B1r (r=1...2)---%

%---elemento B11---%
B11_num=((den_3a*((cp_3a*T_3a_op)+(h_fg*W_2a_op)))-
(den_1a*((cp_1a*T_1a_op)+(h_fg*W_1a_op))));
B11_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
B11=(B11_num/B11_den);

%---elemento B12---%
B12=0;

%---matriz B: calculo de los elementos B2r (r=1...2)---%

%---elemento B21---%
B21_num=((den_1a*cp_1a*T_1a_op)-(den_2a*cp_2a*T_2a_op)+(k_spl));
B21_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
B21=(B21_num/B21_den);

%---elemento B22---%
B22=0;

%---matriz B: calculo de los elementos B3r (r=1...2)---%

%---elemento B31---%
B31_num=((den_2a*cp_2a*T_2a_op)-(den_3a*cp_3a*T_3a_op));
B31_den=(den_vc2_za*vol_vc2_za*cv_vc2_za);
B31=(B31_num/B31_den);

%---elemento B32---%
B32=0;
```

```
%---matriz B: calculo de los elementos B4r (r=1...2)---%

%---elemento B41---%
B41=0;

%---elemento B42---%
B42_num=(h_1r-h_4r);
B42_den=(den_vc_z1w*vol_vc_z1w*c_vc_z1w);
B42=-(B42_num/B42_den);

%---matriz B: calculo de los elementos B5r (r=1...2)---%

%---elemento B51---%
B51_num=(((den_3a*((cp_3a*T_3a_op)+(h_fg*W_2a_op)))-
(den_1a*((cp_1a*T_1a_op)+(h_fg*W_1a_op))))*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)));
B51_den=(den_vc3_za*vol_vc3_za*((cp_1a)+(h_fg*((2*a_1a*T_1a_op)+(b_1a)))));
B51=(B51_num/B51_den);

%---elemento B52---%
B52=0;

%---matriz B: calculo de los elementos B6r (r=1...2)---%

%---elemento B61---%
B61_num=((den_1a*W_1a_op)-(den_2a*W_2a_op));
B61_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
B61=(B61_num/B61_den);

%---elemento B62---%
B62=0;

%---matriz B: elementos B1r (r=1...2)---%
B1r=[B11 B12];

%---matriz B: elementos B2r (r=1...2)---%
B2r=[B21 B22];

%---matriz B: elementos B3r (r=1...2)---%
B3r=[B31 B32];

%---matriz B: elementos B4r (r=1...2)---%
B4r=[B41 B42];

%---matriz B: elementos B5r (r=1...2)---%
B5r=[B51 B52];

%---matriz B: elementos B6r (r=1...2)---%
B6r=[B61 B62];
```

```
%---matriz B: elementos B(nxr) (n=1...6) (r=1...2)---%
B=[B1r; B2r; B3r; B4r; B5r; B6r];

%---matriz C---%

%---matriz C: calculo de los elementos C1n (n=1...6)---%

%---elemento C11---%
%C11_num=(den_1a*f_op*cp_1a);
%C11_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
%C11=(C11_num/C11_den);
C11=0;

%---elemento C12---%
%C12_num=(den_2a*f_op*cp_2a);
%C12_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
%C12=-(C12_num/C12_den);
C12=1;

%---elemento C13---%
C13=0;

%---elemento C14---%
C14=0;

%---elemento C15---%
C15=0;

%---elemento C16---%
C16=0;

%---matriz C: calculo de los elementos C2n (n=1...6)---%

%---elemento C21---%
C21=0;

%---elemento C22---%
C22=0;

%---elemento C23---%
C23=0;

%---elemento C24---%
C24=0;

%---elemento C25---%
%C25_num=(den_1a*f_op);
%C25_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
%C25=(C25_num/C25_den);
C25=0;
```

```
%---elemento C26---%
%C26_num=(den_2a*f_op);
%C26_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
%C26=-(C26_num/C26_den);
C26=1;

%---matriz C: elementos C1n (n=1...6)---%
C1n=[C11 C12 C13 C14 C15 C16];

%---matriz C: elementos C2n (n=1...6)---%
C2n=[C21 C22 C23 C24 C25 C26];

%---matriz C: elementos C(mxn) (m=1...2) (n=1...6)---%
C=[C1n; C2n];

%---matriz D---%

%---matriz D: calculo de los elementos D1r (r=1...2)---%

%---elemento D11---%
%D11_num=((den_1a*cp_1a*T_1a_op)-(den_2a*cp_2a*T_2a_op)+(k_spl));
%D11_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za*cv_vc1_za);
%D11=(D11_num/D11_den);
D11=0;

%---elemento D12---%
D12=0;

%---matriz D: calculo de los elementos D2r (r=1...2)---%

%---elemento D21---%
%D21_num=((den_1a*W_1a_op)-(den_2a*W_2a_op));
%D21_den=(den_vc1_za*vol_vc1_za);
%D21=(D21_num/D21_den);
D21=0;

%---elemento D22---%
D22=0;

%---matriz D: elementos D1r (r=1...2)---%
D1r=[D11 D12];

%---matriz D: elementos D2r (r=1...2)---%
D2r=[D21 D22];

%---matriz D: elementos D(mxr) (m=1...2) (r=1...2)---%
D=[D1r; D2r];
```

```
%---condiciones iniciales---%

%---condiciones iniciales: x_inicial---%
T_1a_inicial=T_1a_op;
T_2a_inicial=T_2a_op;
T_3a_inicial=T_3a_op;
T_1w_inicial=T_1w_op;
W_1a_inicial=W_1a_op;
W_2a_inicial=W_2a_op;

%---condiciones iniciales: xop_inicial---%
T_1a_op_inicial=T_1a_op;
T_2a_op_inicial=T_2a_op;
T_3a_op_inicial=T_3a_op;
T_1w_op_inicial=T_1w_op;
W_1a_op_inicial=W_1a_op;
W_2a_op_inicial=W_2a_op;

%---declaracion de vectores---%

%---vector de estado en el punto de operacion: xop---%
xop=[T_1a_op; T_2a_op; T_3a_op; T_1w_op; W_1a_op; W_2a_op];

%---vector de salida en el punto de operacion: yop---%
yop=[T_2a_op; W_2a_op];

%---vector de estado inicial: x_inicial---%
x_inicial=[T_1a_inicial; T_2a_inicial; T_3a_inicial; T_1w_inicial; W_1a_inicial;
W_2a_inicial];

%---vector de estado en el punto de operacion inicial: xop_inicial---%
xop_inicial=[T_1a_op_inicial; T_2a_op_inicial; T_3a_op_inicial; T_1w_op_inicial;
W_1a_op_inicial; W_2a_op_inicial];

%---variacion del vector de estado inicial: dx_inicial---%
dx_inicial=(x_inicial-xop_inicial);

%---simulaciones a lazo abierto---%

%---caso 1: simulacion a lazo abierto para f constante---%

%---tiempo de simulacion: t_simu_mpr---%
t_simu_mpr=1200;%---tiempo de simulacion para mpr---%

%---entrada 1: variable manipulada f (de f1 a f2: f es constante)---%
f1=f_op;
f2=f_op;
step_time_f=0;
f_inicial=f1;
f_final=f2;
```

```
%---entrada 2: variable manipulada mpr (de mpr1 a mpr2: mpr no es constante)---%
mpr1=mpr_op;
mpr2=1.5*mpr_op;
step_time_mpr=420;
mpr_inicial=mpr1;
mpr_final=mpr2;

%---sistema de aire acondicionado: modelo matematico lineal representado en matriz
de transferencia---%
%---medidas de interaccion---%

%---interaccion_mod2L_AA_R22---%
clc;
format SHORTE;

%---estabilidad del modelo matematico lineal (autovalores)---%
autovalores=eig(A);

%---matriz de transferencia (metodo 1)---%
%s=tf('s');
%I=eye(length(A));
%I=eye(max(size(A)));
%T=(C*(((s*I)-(A))\(B)))+(D);

%---matriz de transferencia (metodo 2)---%
du1=1;%---du1=df---%
du2=2;%---du2=dmpr---%

[num_Tm1,den_Tm1]=ss2tf(A,B,C,D,du1);

num_T11=num_Tm1(1,1:length(num_Tm1));
den_T11=den_Tm1(1,1:length(den_Tm1));
T11=tf(num_T11,den_T11);

num_T21=num_Tm1(2,1:length(num_Tm1));
den_T21=den_Tm1(1,1:length(den_Tm1));
T21=tf(num_T21,den_T21);

[num_Tm2,den_Tm2]=ss2tf(A,B,C,D,du2);

num_T12=num_Tm2(1,1:length(num_Tm2));
den_T12=den_Tm2(1,1:length(den_Tm2));
T12=tf(num_T12,den_T12);

num_T22=num_Tm2(2,1:length(num_Tm2));
den_T22=den_Tm2(1,1:length(den_Tm2));
T22=tf(num_T22,den_T22);
T=[T11,T12;T21,T22];
```

```
%---matriz de transferencia (forma poly)---%
T11_poly=T11;
T12_poly=T12;
T21_poly=T21;
T22_poly=T22;
T_poly=[T11_poly,T12_poly;T21_poly,T22_poly];

%---matriz de transferencia (forma zpk)---%
[z_T11,p_T11,k_T11]=tf2zp(num_T11,den_T11);
ceros_T11=z_T11';
polos_T11=p_T11';
ganancia_T11=k_T11;
T11_zpk=zpk(ceros_T11,polos_T11,ganancia_T11);

[z_T12,p_T12,k_T12]=tf2zp(num_T12,den_T12);
ceros_T12=z_T12';
polos_T12=p_T12';
ganancia_T12=k_T12;
T12_zpk=zpk(ceros_T12,polos_T12,ganancia_T12);

[z_T21,p_T21,k_T21]=tf2zp(num_T21,den_T21);
ceros_T21=z_T21';
polos_T21=p_T21';
ganancia_T21=k_T21;
T21_zpk=zpk(ceros_T21,polos_T21,ganancia_T21);

[z_T22,p_T22,k_T22]=tf2zp(num_T22,den_T22);
ceros_T22=z_T22';
polos_T22=p_T22';
ganancia_T22=k_T22;
T22_zpk=zpk(ceros_T22,polos_T22,ganancia_T22);

T_zpk=[T11_zpk,T12_zpk;T21_zpk,T22_zpk];

%---medidas de interaccion---%

%---ganancia estatica de la matriz de transferencia: T0---%
T0=dcgain(T);

%---numero de condicion (condition number: CN)---%
CN=cond(T0);

%---matriz de ganancias relativas (relative gain array: RGA)---%
RGA=T0.*(inv(T0))';

%---indice de niederlinski: NI---%
producto=(T0(1,1))*(T0(2,2));
NI=det(T0)/producto;
```

```
%---sistema de aire acondicionado: modelo matematico lineal representado en matriz
de transferencia---%
%---simulaciones a lazo cerrado---%

%---DATA_control_mod2L_AA_R22_sDIST---%
clc;
format SHORTE;

%---control PID---%

%---parametros del controlador PI para el proceso T11---%

%---PI (caso 1)---%
%---rise time/tiempo de subida: 148s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 506s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 12.1%---%
t_T11_caso1=1000;
step_time_T11_caso1=0;
T2a_ini_caso1=24;
T2a_fin_caso1=24;
P_caso1=-0.016184;
I_caso1=0.023551;

%---PI (caso 2)---%
%---rise time/tiempo de subida: 182s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 265s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 1.71%---%
t_T11_caso2=800;
step_time_T11_caso2=0;
T2a_ini_caso2=24;
T2a_fin_caso2=24;
P_caso2=-0.02941;
I_caso2=0.010314;

%---parametros del controlador PD para el proceso T22---%

%---PD (caso 3)---%
%---rise time/tiempo de subida: 44.1s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 152s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 8.96%---%
t_T22_caso3=200;
step_time_T22_caso3=0;
HR2a_ini_caso3=45/100;
HR2a_fin_caso3=45/100;
Tcaso3=T_2a_op;
Pg_Tcaso3=3.1698;
P_Tcaso3=100;
W2a_ini_caso3=((0.622*HR2a_ini_caso3*Pg_Tcaso3)/((P_Tcaso3)-
(HR2a_ini_caso3*Pg_Tcaso3)));
```

```
W2a_fin_caso3=((0.622*HR2a_fin_caso3*Pg_Tcaso3)/((P_Tcaso3)-
(HR2a_fin_caso3*Pg_Tcaso3)));
P_caso3=-35.7379;
D_caso3=39.3548;
N_caso3=0.066314;

%---PD (caso 4)---%
%---rise time/tiempo de subida: 48.2s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 102s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 2.09%---%
t_T22_caso4=300;
step_time_T22_caso4=0;
HR2a_ini_caso4=45/100;
HR2a_fin_caso4=45/100;
Tcaso4=T_2a_op;
Pg_Tcaso4=3.1698;
P_Tcaso4=100;
W2a_ini_caso4=((0.622*HR2a_ini_caso4*Pg_Tcaso4)/((P_Tcaso4)-
(HR2a_ini_caso4*Pg_Tcaso4)));
W2a_fin_caso4=((0.622*HR2a_fin_caso4*Pg_Tcaso4)/((P_Tcaso4)-
(HR2a_fin_caso4*Pg_Tcaso4)));
P_caso4=-28.9309;
D_caso4=54.7359;
N_caso4=0.068251;

%---control descentralizado (CD): caso a - sin disturbios---%

%---tiempo de simulacion---%
t_CD_casoa=600;

%---parametros de las referencias---%

%---parametros de la referencia T2a (referencia 1)---%
step_time_T2a_casoa=0;
T2a_ini_casoa=24;
T2a_fin_casoa=24;

%---parametros de la referencia W2a (referencia 2)---%
step_time_W2a_casoa=0;
HR2a_ini_casoa=45/100;
HR2a_fin_casoa=45/100;
Tcasoa=T_2a_op;
Pg_Tcasoa=3.1698;
P_Tcasoa=100;
W2a_ini_casoa=((0.622*HR2a_ini_casoa*Pg_Tcasoa)/((P_Tcasoa)-
(HR2a_ini_casoa*Pg_Tcasoa)));
W2a_fin_casoa=((0.622*HR2a_fin_casoa*Pg_Tcasoa)/((P_Tcasoa)-
(HR2a_fin_casoa*Pg_Tcasoa)));
```

```
%---parametros de los controladores---%

%---parametros del controlador PI (controlador 1)---%
%---rise time/tiempo de subida: 180s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 265s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 1.49%---%
P_T2a_casoa=P_caso2;
I_T2a_casoa=I_caso2;

%---parametros del controlador PD (controlador 2)---%
P_W2a_casoa=P_caso4;
D_W2a_casoa=D_caso4;
N_W2a_casoa=N_caso4;

%---parametros del desacoplador---%
num_D11_casoa=1;
den_D11_casoa=1;
num_D12_casoa=-T0(1,2);
den_D12_casoa=T0(1,1);
num_D21_casoa=-T0(2,1);
den_D21_casoa=T0(2,2);
num_D22_casoa=1;
den_D22_casoa=1;

%---sistema de aire acondicionado: modelo matematico lineal representado en matriz
de transferencia---%
%---simulaciones a lazo cerrado---%

%---DATA_control_mod2L_AA_R22_cDIST---%
clc;
format SHORTE;

%---control PID---%

%---parametros del controlador PI para el proceso T11---%

%---PI (caso 1)---%
%---rise time/tiempo de subida: 148s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 506s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 12.1%---%
t_T11_caso1=1000;
step_time_T11_caso1=0;
T2a_ini_caso1=24;
T2a_fin_caso1=24;
P_caso1=-0.016184;
I_caso1=0.023551;
```

```
%---PI (caso 2)---%
%---rise time/tiempo de subida: 182s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 265s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 1.71%---%
t_T11_caso2=800;
step_time_T11_caso2=0;
T2a_ini_caso2=24;
T2a_fin_caso2=24;
P_caso2=-0.02941;
I_caso2=0.010314;

%---parametros del controlador PD para el proceso T22---%

%---PD (caso 3)---%
%---rise time/tiempo de subida: 44.1s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 152s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 8.96%---%
t_T22_caso3=200;
step_time_T22_caso3=0;
HR2a_ini_caso3=45/100;
HR2a_fin_caso3=45/100;
Tcaso3=T_2a_op;
Pg_Tcaso3=3.1698;
P_Tcaso3=100;
W2a_ini_caso3=((0.622*HR2a_ini_caso3*Pg_Tcaso3)/((P_Tcaso3)-
(HR2a_ini_caso3*Pg_Tcaso3)));
W2a_fin_caso3=((0.622*HR2a_fin_caso3*Pg_Tcaso3)/((P_Tcaso3)-
(HR2a_fin_caso3*Pg_Tcaso3)));
P_caso3=-35.7379;
D_caso3=39.3548;
N_caso3=0.066314;

%---PD (caso 4)---%
%---rise time/tiempo de subida: 48.2s---%
%---settling time/tiempo de establecimiento: 102s---%
%---overshoot/sobreoscilacion: 2.09%---%
t_T22_caso4=300;
step_time_T22_caso4=0;
HR2a_ini_caso4=45/100;
HR2a_fin_caso4=45/100;
Tcaso4=T_2a_op;
Pg_Tcaso4=3.1698;
P_Tcaso4=100;
W2a_ini_caso4=((0.622*HR2a_ini_caso4*Pg_Tcaso4)/((P_Tcaso4)-
(HR2a_ini_caso4*Pg_Tcaso4)));
W2a_fin_caso4=((0.622*HR2a_fin_caso4*Pg_Tcaso4)/((P_Tcaso4)-
(HR2a_fin_caso4*Pg_Tcaso4)));
P_caso4=-28.9309;
D_caso4=54.7359;
N_caso4=0.068251;
```

```
%---control descentralizado (CD): caso b - con disturbios (Temperatura exterior)---
%

%---tiempo de simulacion---%
t_CD_casob=86400;

%---parametros de las referencias---%

%---parametros de la referencia T2a (referencia 1)---%
step_time_T2a_casob=0;
T2a_ini_casob=24;
T2a_fin_casob=24;

%---parametros de la referencia W2a (referencia 2)---%
step_time_W2a_casob=0;
HR2a_ini_casob=45/100;
HR2a_fin_casob=45/100;
Tcasob=T_2a_op;
Pg_Tcasob=3.1698;
P_Tcasob=100;
W2a_ini_casob=((0.622*HR2a_ini_casob*Pg_Tcasob)/((P_Tcasob)-
(HR2a_ini_casob*Pg_Tcasob)));
W2a_fin_casob=((0.622*HR2a_fin_casob*Pg_Tcasob)/((P_Tcasob)-
(HR2a_fin_casob*Pg_Tcasob)));

%---parametros de los controladores---%

%---parametros del controlador PI (controlador 1)---%
P_T2a_casob=P_caso2;
I_T2a_casob=I_caso2;

%---parametros del controlador PD (controlador 2)---%
P_W2a_casob=P_caso4;
D_W2a_casob=D_caso4;
N_W2a_casob=N_caso4;

%---parametros del desacoplador---%
num_D11_casoa=1;
den_D11_casoa=1;
num_D12_casoa=-T0(1,2);
den_D12_casoa=T0(1,1);
num_D21_casoa=-T0(2,1);
den_D21_casoa=T0(2,2);
num_D22_casoa=1;
den_D22_casoa=1;

%---parametros de los disturbios (Temperatura exterior)---%
T_ext_op=25;
```